



Contribution à la mesure de la polarisation du fond diffus cosmologique dans le cadre des programmes ARCHEOPS et PLANCK

Cyrille Rosset

► To cite this version:

Cyrille Rosset. Contribution à la mesure de la polarisation du fond diffus cosmologique dans le cadre des programmes ARCHEOPS et PLANCK. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2003. Français. NNT : . tel-00004455

HAL Id: tel-00004455

<https://theses.hal.science/tel-00004455>

Submitted on 3 Feb 2004

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

PCC 03 34

THÈSE DE DOCTORAT de l'Université Paris VII

présentée par

Cyrille Rosset

Au PCC du Collège de France

**Contribution à la mesure de la polarisation
du fond diffus cosmologique dans le cadre
des programmes ARCHEOPS et PLANCK**

soutenue le 22 octobre 2003
devant la Commission d'Examen

| | |
|---------------------------|--------------------|
| M. François Couchot | Rapporteur |
| M. François-Xavier Désert | |
| M. Alain Falvard | |
| M. Ken Ganga | Rapporteur |
| M. Jean Kaplan | |
| M. Thomas Patzak | Directeur de thèse |
| M. Daniel Vignaud | invité |

Remerciements

À Daniel Vignaud pour m'avoir accueilli au sein du laboratoire de Physique Corpusculaire et Cosmologie du Collège de France pour y effectuer les travaux présentés dans ce manuscrit.

À François Couchot et Ken Ganga, qui ont accepté d'être mes rapporteurs, et à Alain Falvard et François-Xavier Désert qui ont bien voulu faire partie de mon Jury.

Aux membres du groupe de Cosmologie Observationnelle pour leur accueil chaleureux et leur soutien au cours de ces trois années : je remercie en particulier Thomas Patzak pour avoir accepté de diriger cette thèse ; Jean Kaplan, pour ses nombreuses et pertinentes questions et remarques, tout au long de ces trois années, et qui a aussi accepté d'être membre de mon Jury ; Yannick Giraud-Héraud pour sa bonne humeur permanente, son enthousiasme communicatif et, surtout, son inestimable soutien et disponibilité des derniers mois : encore merci ! À Jean-Charles Vanel, aussi, pour sa gentillesse et sa patience à me former à la physique expérimentale en général et à la cryogénie et au millimétrique en particulier : ce fut un excellent professeur. Je remercie également Jacques Delabrouille et Jim Bartlett pour leurs nombreuses remarques et suggestions sur mon travail, Alain Bouquet pour ses réponses à mes questions et Claude Ghesquière et Pierre Bareyre, qui ont agrémenté les séances de mesure au deuxième sous-sol.

Aux thésards et post-docs qui sont passés par le laboratoire durant ces trois années, et qui ont su créer une formidable ambiance : Alexandre Amblard, qui a eu la gentillesse de ne rien casser dans mon bureau, Fabrice Cohen, pour nos nombreuses discussions nocturnes, nos horaires étant essentiellement compatibles, Jean-Christophe Hamilton, collègue de bureau pendant un an, pour la pertinence de ses analyses socio-psychologiques, Guillaume Patanchon, qui a peut-être bu plus de café que moi, et les autres pour les discussions de midi, moment de détente indispensable, surtout pendant la rédaction : Stéphane Paulin-Henrikson, Laurence Perotto, Lucien Larquère, Jean-Baptiste Melin. Que ceux que j'ai oubliés veuillent bien accepter mes excuses.

À tous les membres de la collaboration Archeops, en particulier aux géniteurs de l'instrument, Alain Benoît et Karine Madet, sans qui rien n'aurait été possible. Je remercie spécialement Nicolas Ponthieu qui s'est arraché au moins autant de cheveux que moi sur l'analyse de la polarisation ; j'espère de tout cœur que nous aurons encore l'occasion de collaborer aussi fructueusement dans le futur.

À mes amis, dont le soutien a été essentiel : Guillaume, Stéphane et Muriel, à Lyon (tout au moins, à l'époque), Jérôme, Florent, Colin et Sandrine, à Paris. Qu'ils soient ici profondément remerciés pour leur amitié.

Enfin, merci à mes parents, Soazig et Philippe, qui m'ont toujours laissé la plus grande liberté ; je les remercie pour leur confiance et leur amour ; à mes sœurs, Sophie, Céline et Sandrine, qui m'ont toujours encouragé pendant toutes ces longues

années d'études, ainsi qu'à mes grand-parents, oncles, tantes, cousines et cousins (nombreux!).

TABLE DES MATIÈRES

| | |
|---|----|
| <i>Introduction</i> | 1 |
| <i>1. La cosmologie et le fond diffus micro-onde</i> | 5 |
| 1.1 Les fondements de la cosmologie moderne | 7 |
| 1.1.1 L'expansion de l'Univers | 7 |
| 1.1.2 Le principe cosmologique | 10 |
| 1.1.3 Notions de relativité générale | 12 |
| 1.1.4 La métrique de Robertson-Walker | 13 |
| 1.1.5 Les équations de Friedmann-Lemaître | 14 |
| 1.1.6 Où l'on retrouve la loi de Hubble | 16 |
| 1.1.7 Les paramètres cosmologiques | 16 |
| 1.1.8 L'histoire thermique de l'Univers | 21 |
| 1.1.9 Le scénario du <i>big bang</i> | 23 |
| 1.2 L'inflation | 24 |
| 1.2.1 Les motivations de l'inflation | 24 |
| 1.2.2 Le scénario | 27 |
| 1.2.3 Le formalisme et les paramètres de roulement lent | 29 |
| 1.2.4 Fluctuations et inflation | 30 |
| 1.3 Le fond diffus cosmologique | 33 |
| 1.3.1 Le spectre des fluctuations | 33 |
| 1.3.2 La physique du CMB | 34 |
| 1.3.3 Influence des paramètres cosmologiques | 38 |
| 1.4 La polarisation du fond diffus cosmologique | 39 |
| 1.4.1 La génération de la polarisation | 40 |

| | | |
|-------|---|----|
| 1.4.2 | Description de la polarisation | 44 |
| 1.4.3 | Intérêt cosmologique de la polarisation | 49 |
| 1.5 | Les expériences futures | 56 |
| 2. | <i>Les expériences PLANCK et ARCHEOPS</i> | 61 |
| 2.1 | Le satellite PLANCK | 63 |
| 2.1.1 | Les objectifs de la mission PLANCK | 64 |
| 2.1.2 | Description du satellite | 66 |
| 2.1.3 | L'instrument basse fréquence (LFI) | 68 |
| 2.1.4 | L'instrument haute fréquence (HFI) | 70 |
| 2.1.5 | La stratégie de balayage | 72 |
| 2.2 | ARCHEOPS : une expérience ballon pour préparer PLANCK | 75 |
| 2.2.1 | Description de l'instrument | 75 |
| 2.2.2 | La stratégie de balayage | 76 |
| 2.2.3 | Le vol scientifique du 7 février 2002 | 78 |
| 3. | <i>L'étalonnage de l'instrument HFI de PLANCK</i> | 81 |
| 3.1 | Les paramètres de l'étalonnage | 83 |
| 3.1.1 | Les lobes principaux | 83 |
| 3.1.2 | La réponse spectrale | 84 |
| 3.1.3 | La réponse temporelle | 84 |
| 3.1.4 | La polarisation | 84 |
| 3.1.5 | La réponse absolue | 85 |
| 3.1.6 | Caractérisation des détecteurs | 85 |
| 3.1.7 | Niveau de bruit | 85 |
| 3.1.8 | La diaphonie | 86 |
| 3.2 | La cuve Saturne et le système optique | 86 |
| 3.3 | La sphère intégrante | 88 |
| 3.3.1 | Le banc optique | 89 |
| 3.3.2 | Les surfaces testées et les résultats | 91 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 3.4 | Le polariseur | 96 |
| 3.4.1 | Introduction | 96 |
| 3.4.2 | Caractéristiques des différents polariseurs | 96 |
| 3.4.3 | Montage expérimental | 98 |
| 3.4.4 | Mesures des polariseurs | 99 |
| 3.5 | Effet d'un faisceau ouvert sur la polarisation | 104 |
| 3.5.1 | Transmission à travers deux polariseurs | 105 |
| 3.5.2 | Polariseur et analyseur non parallèles | 105 |
| 3.5.3 | Faisceau incident non parallèle | 107 |
| 4. | <i>Quelques effets systématiques dans la mesure de la polarisation</i> | 109 |
| 4.1 | La mesure de la polarisation | 111 |
| 4.1.1 | Cas de la température | 111 |
| 4.1.2 | Cas de la polarisation | 113 |
| 4.1.3 | Les effets systématiques | 117 |
| 4.2 | Méthode pour l'étude | 118 |
| 4.2.1 | Intérêt de l'approximation plane | 118 |
| 4.2.2 | Description de la méthode | 119 |
| 4.2.3 | Les lobes polarisés dans l'approximation plane | 128 |
| 4.3 | Influence des lobes sur la mesure des spectres | 130 |
| 4.3.1 | Erreur d'intercalibration | 132 |
| 4.3.2 | Erreur de reconstruction du plan focal | 133 |
| 4.3.3 | Erreur de pointage | 133 |
| 4.3.4 | Erreur de constante de temps | 137 |
| 4.3.5 | Effet de lobes asymétriques | 140 |
| 4.3.6 | Effet de lobes réalistes | 143 |
| 5. | <i>Analyse des données ARCHEOPS : la polarisation de la poussière galactique</i> | 151 |
| 5.1 | Les avant-plans galactiques | 153 |
| 5.1.1 | Rayonnement de freinage (<i>free-free</i>) | 153 |

| | | |
|-------|--|-----|
| 5.1.2 | Le rayonnement synchrotron | 155 |
| 5.1.3 | La poussière galactique | 157 |
| 5.1.4 | Conclusion | 160 |
| 5.2 | La projection des cartes | 161 |
| 5.2.1 | Conventions pour les angles | 161 |
| 5.2.2 | Approche générale | 161 |
| 5.2.3 | Utilisation des caractéristiques des PSB ou OMT | 162 |
| 5.3 | Intercalibration des voies polarisées | 163 |
| 5.3.1 | Modélisation du problème | 164 |
| 5.3.2 | Calcul des erreurs | 166 |
| 5.3.3 | Quelques tests | 167 |
| 5.4 | Les données d'Archeops | 171 |
| 5.5 | Recherche de nuages polarisées dans les données d'Archeops | 173 |
| 5.5.1 | Fabrication des profils et estimation du bruit | 174 |
| 5.5.2 | Détection des nuages polarisées | 175 |
| 5.5.3 | Évolution de l'intercalibration | 176 |
| 5.6 | Détection des zones polarisées et vérification de leur cohérence | 180 |
| | <i>Conclusion</i> | 189 |

TABLE DES FIGURES

| | | |
|------|--|----|
| 1.1 | Diagramme de Hubble mesuré par le télescope spatial <i>Hubble</i> | 8 |
| 1.2 | Récession des galaxies | 9 |
| 1.3 | Résultat du sondage de galaxies 2dFGRS. | 11 |
| 1.4 | Diagramme magnitude-décalage vers le rouge de 42 supernovae (SCP) et contraintes sur $(\Omega_m, \Omega_\Lambda)$ | 20 |
| 1.5 | Spectre électromagnétique du fond diffus cosmologique mesuré par FIRAS | 22 |
| 1.6 | Prédiction des abondances des éléments légers par la nucléosynthèse primordiale. | 25 |
| 1.7 | Problème de l'horizon | 26 |
| 1.8 | Évolution du rayon de Hubble en coordonnées comobiles pendant l'in- flation. | 28 |
| 1.9 | Régions occupées par les différents type d'inflation dans le plan (r, n_s) . | 32 |
| 1.10 | Spectre de fluctuation de température du CMB mesuré | 35 |
| 1.11 | Les oscillations acoustiques dans le fluide cosmique avant le découplage | 36 |
| 1.12 | Influence des paramètres cosmologiques sur le spectre de température. | 38 |
| 1.13 | Mesure du spectre de température par WMAP. | 39 |
| 1.14 | La diffusion Thomson | 41 |
| 1.15 | Définition des champs scalaires E et B | 45 |
| 1.16 | Génération de polarisation par les modes scalaires et tensoriels | 47 |
| 1.17 | Exemple de spectres de puissance de température et de polarisation . | 48 |
| 1.18 | Génération de polarisation de type E | 49 |
| 1.19 | Dépendance du spectre de polarisation E vis-à-vis des paramètres cos- mologiques | 50 |
| 1.20 | Levée de dégénérescence entre deux modèles grâce à la polarisation . | 51 |
| 1.21 | Spectre de corrélation TE mesuré par WMAP | 53 |


| | | |
|------|---|----|
| 1.22 | Contraintes sur l'inflation avec la polarisation du CMB | 54 |
| 2.1 | Prédiction des C_l mesurés par PLANCK | 65 |
| 2.2 | Schéma du télescope de PLANCK | 67 |
| 2.3 | Le système cryogénique de PLANCK | 68 |
| 2.4 | Vues de LFI et HFI | 69 |
| 2.5 | Principe d'un bolomètre | 72 |
| 2.6 | Photo d'un PSB (<i>Polarization Sensitive Bolometer</i>) | 73 |
| 2.7 | Plan focal de HFI et schéma de la chaîne optique | 73 |
| 2.8 | La stratégie de balayage de PLANCK | 74 |
| 2.9 | La nacelle d'ARCHEOPS | 75 |
| 2.10 | Le plan focal d'ARCHEOPS et le principe des OMT | 77 |
| 2.11 | Les bandes de fréquence d'ARCHEOPS | 77 |
| 2.12 | La couverture d'ARCHEOPS | 78 |
| 2.13 | L'évolution de la redondance au cours d'un vol d'ARCHEOPS | 79 |
| 2.14 | Trajectoire d'ARCHEOPS lors du vol du 7 février 2002 | 79 |
| 3.1 | Vue schématique de la cuve Saturne | 87 |
| 3.2 | Schéma du système optique dans la cuve Saturne | 87 |
| 3.3 | Schéma du banc optique pour le test des surfaces diffusantes | 89 |
| 3.4 | Notations pour la diffusion sur une surface | 90 |
| 3.5 | Spectre de la source du banc optique | 91 |
| 3.6 | Fonction de diffusion d'un miroir plan. | 92 |
| 3.7 | Pouvoir diffusant d'une surface (PS05 et PS05 modifiée). | 93 |
| 3.8 | Réflexion spéculaire dans un trou conique. | 93 |
| 3.9 | Fonction de diffusion de la surface PS02 modifiée | 94 |
| 3.10 | Fonction de diffusion de la surface NUM2 (fabriquée à la commande numérique) | 95 |
| 3.11 | Transmission d'un polariseur à bandes parallèles | 97 |

| | | |
|------|--|-----|
| 3.12 | Vue d'un polariseur (sur substrat de polyimide) au microscope, la largeur des bandes de cuivre est d'environ $20\ \mu\text{m}$ et sont espacées de $10\ \mu\text{m}$ | 98 |
| 3.13 | Montage expérimentale pour les tests des polrimètres. | 99 |
| 3.14 | Intensité transmise par les polariseurs en polyimide en fonction de leur angle relatif. | 102 |
| 3.15 | Intensité transmise par les polariseurs en polyéthylène en fonction de leur angle relatif. | 103 |
| 3.16 | Transmission d'un polariseur à bandes parallèles | 104 |
| 3.17 | Angle effectif entre un polariseur et un analyseur situé dans des plans non parallèles | 106 |
| 3.18 | Comportement autour du minimum d'intensité pour un faisceau non parallèle traversant deux polariseurs | 108 |
| 4.1 | Notation des angles en coordonnées sphériques et angles d'Euler . . . | 114 |
| 4.2 | L'étude des effets systématiques en un schéma | 120 |
| 4.3 | Comparaison entre le spectre $C(k)$ et le spectre C_l | 124 |
| 4.4 | Cartes de CMB : I , E , B , 512×512 pixels et 20° de côté. | 127 |
| 4.5 | Cartes de CMB : Q et U , 200×200 pixels, extraits de cartes 512×512 pixels et 20° de côté. | 128 |
| 4.6 | Spectres de puissance reconstruits à partir des cartes. | 129 |
| 4.7 | Reconstruction des spectres de puissance avec un instrument idéal . . | 131 |
| 4.8 | Influence d'une erreur de calibration relative sur la mesure des spectres | 134 |
| 4.9 | Influence d'une erreur dans la position des détecteurs dans le plan focal sur la mesure des spectres polarisés | 135 |
| 4.10 | Carte de déplacement décrivant l'erreur de pointage en chaque point de la carte | 136 |
| 4.11 | Influence d'une erreur de pointage sur la reconstruction des spectres polarisés (premier scénario) | 138 |
| 4.12 | Influence d'une erreur de pointage sur la reconstruction des spectres polarisés (second scénario) | 139 |
| 4.13 | Différence entre lobes après erreur de constante de temps | 140 |
| 4.14 | Influence d'une erreur dans la mesure de la constante de temps sur la mesure des spectres | 141 |

| | | |
|------|---|-----|
| 4.15 | Influence d'une erreur dans la mesure de la constante de temps sur la mesure des spectres | 142 |
| 4.16 | Influence de lobes asymétriques sur la reconstruction des spectres . . | 144 |
| 4.17 | Influence de lobes asymétriques sur les spectres reconstruits | 145 |
| 4.18 | Influence de lobes asymétriques sur les spectres reconstruits | 146 |
| 4.19 | Lobes résultant d'une simulation du système optique (téléscope et cornets) pour Planck | 147 |
| 4.20 | Influence des lobes réalistes simulés sur la reconstruction des spectres | 148 |
| 4.21 | Correction du spectre B en utilisant une mesure du lobe réel | 149 |
| 5.1 | Importance relative des contaminants principaux du CMB | 154 |
| 5.2 | Carte de l'émission <i>free-free</i> estimée par WMap, en utilisant les bandes de fréquences entre 30 et 90 GHz. | 154 |
| 5.3 | Carte du rayonnement synchrotron à 408 MHz (Haslam et al., 1981) et à 23 GHz (Bennett et al., 2003), et carte de l'indice spectral correspondant. | 156 |
| 5.4 | Spectres de puissance polarisé pour l'émission synchrotron à 100 GHz | 158 |
| 5.5 | Polarisation des étoiles dans le domaine optique par la poussière galactique | 159 |
| 5.6 | Spectres de puissance polarisés de l'émission de la poussière galactique | 160 |
| 5.7 | Exemple d'une série de profils gaussiens utilisés pour tester la méthode d'intercalibration | 168 |
| 5.8 | Distribution du χ^2 pour 10 000 réalisations | 168 |
| 5.9 | Matrice de corrélation entre les coefficients calculés par la méthode . | 169 |
| 5.10 | Matrices de corrélation entre les coefficients normalisés par rapport au premier | 170 |
| 5.11 | Exemple de spectre d'un bolomètre d'Archeops après traitement initial des données | 172 |
| 5.12 | Résultat de la soustraction des basses fréquences | 173 |
| 5.13 | Définition des profils galactiques et profils calculés sur les données Archeops | 174 |
| 5.14 | Les profils galactiques des six polarimètres d'Archeops avant et après intercalibration | 175 |
| 5.15 | Cartes de Q et U produites par Archeops à une résolution de $13'$. . . | 176 |

| | | |
|------|--|-----|
| 5.16 | Comment retrouver le signal des cartes de Q et U au milieu du bruit | 177 |
| 5.17 | Évolution des coefficients d'intercalibration au cours du temps | 178 |
| 5.18 | Évolution des coefficients d'intercalibration au cours du temps (simulation bruit blanc) | 179 |
| 5.19 | Évolution des coefficients d'intercalibration au cours du temps (simulation bruit basse fréquence) | 179 |
| 5.20 | Cartes des paramètres de Stokes mesurés par Archeops à 353 GHz . . | 181 |
| 5.21 | Sélection des zones polarisées | 182 |
| 5.22 | Carte des zones polarisées obtenues avec les données Archeops | 183 |
| 5.23 | Mesure des paramètres Q et U sur les zones polarisées 1 et 3 | 183 |
| 5.24 | Couverture de la zone 2 et mesure des paramètres Q et U | 184 |
| 5.25 | Mesure des paramètres Q et U sur la zone 2 pour chacun des passages | 184 |
| 5.26 | Histogramme des angles de polarisation sur les pixels de la zone 1 . . | 186 |
| 5.27 | Histogramme des angles de polarisation sur les pixels de la zone 2 . . | 186 |
| 5.28 | Histogramme des angles de polarisation sur les pixels de la zone 3 . . | 187 |

INTRODUCTION

ES DÉBUTS de la cosmologie moderne remontent aux premières observations par Hubble (Hubble, 1929) de la fuite des galaxies par rapport à la nôtre, avec une vitesse proportionnelle à leur distance. C'est sur cette base observationnelle forte que s'est bâti le modèle cosmologique standard du *big bang*¹ dont nous développerons les éléments essentiels dans le premier chapitre. La relativité générale, développée quelques années avant cette découverte, apporte un cadre théorique dans lequel il est possible d'expliquer élégamment cette fuite des galaxies, à partir du principe cosmologique d'homogénéité et d'isotropie de l'Univers. L'évolution de l'Univers se trouve être décrite, dans cette théorie, par quelques paramètres (densité de matière, taux d'expansion) dont la mesure précise constitue un des enjeux majeurs de la cosmologie observationnelle.

L'expansion actuelle de l'Univers amène à penser que celui-ci était, dans le passé, plus dense qu'aujourd'hui, et nous verrons qu'en conséquence il devait être plus chaud. Cette constatation fondamentale conduit à l'étude thermodynamique de la variation de la composition de l'Univers au cours du temps. Nous décrirons les moments-clefs de cette histoire thermique. Parmi les grands succès de cette étude figurent le calcul des proportions des éléments légers (Hydrogène, Deutérium, Hélium et Lithium), qui ont été produits au cours de la nucléosynthèse primordiale, ainsi que la prédiction du fond diffus cosmologique ou CMB², fruit du découplage entre la matière et le rayonnement. Ces deux prédictions, proportions des éléments légers et CMB, peuvent être confrontées aux observations et sont à l'heure actuelle, avec la récession des galaxies, les piliers de la cosmologie observationnelle. La prédiction de l'existence d'un rayonnement fossile a été faite dès 1948 (Gamow, 1948; Alpher et Herman, 1948). La découverte observationnelle de ce fond diffus cosmologique par Penzias et Wilson (Penzias et Wilson, 1965) a considérablement renforcé le modèle du *big bang*, les théories concurrentes (notamment le modèle de l'état stationnaire proposé par Fred Hoyle) ayant des difficultés à l'expliquer.

Depuis sa découverte, de très nombreuses expériences ont été menées afin de caractériser le CMB, en particulier pour vérifier la forme de corps noir de son spectre électromagnétique, et plus récemment pour mesurer avec précision ses anisotropies qui sont la trace laissée par les fluctuations de densité de la matière à l'origine des grandes structures observées aujourd'hui (galaxies et amas de galaxies). L'intérêt de la mesure des fluctuations du CMB réside dans leur forte dépendance avec les paramètres cosmologiques, permettant de déterminer ceux-ci avec une grande précision. Par ailleurs, ce rayonnement a été, au moment de son émission, polarisé par la diffusion Thomson. L'information recelée par la polarisation est au moins aussi riche que celle contenue dans les anisotropies de température.

Le satellite Planck a pour mission de mesurer à la fois les anisotropies du fond diffus cosmologique et sa polarisation. C'est dans le cadre de la préparation de cette expérience que se situe le travail présenté dans cette thèse. Dans le **premier chapitre**

¹ Ironiquement, le terme de *big bang* a été inventé pour tourner le modèle en dérision par son plus fervent pourfendeur, Fred Hoyle, en 1965.

² L'acronyme anglais CMB (pour *Cosmic microwave background*) étant largement adopté, nous nous en servons dans toute la suite.

nous donnerons un panorama du modèle cosmologique standard actuel, en mettant l'accent sur l'intérêt de la mesure de la polarisation dans le cadre de ce modèle. Le chapitre 2 décrit le satellite Planck dont le lancement est prévu en 2007 et le ballon Archeops, qui a déjà volé. Le chapitre suivant présente le travail instrumental effectué en vue de la préparation de l'étalonnage de l'instrument haute fréquence de Planck, qui doit avoir lieu début 2004. Le chapitre 4 donne une description des effets systématiques attendus dans une expérience de mesure de polarisation comme Planck, et montre leurs effets sur l'extraction des spectres de puissance que l'on cherche à mesurer. Enfin, le dernier chapitre est consacré à l'analyse des données des voies polarisées d'Archeops, en vue de mesurer la polarisation des nuages de poussière galactiques, qui constituent un avant-plan important par rapport au CMB, mais qui reste très peu connu dans le domaine du millimétrique à des échelles de l'ordre du degrés.

1. LA COSMOLOGIE ET LE FOND DIFFUS MICRO-ONDE

L'OBJET de ce chapitre est de donner un panorama du modèle standard actuel de la cosmologie, *i.e.* le modèle du *big bang*. Nous commencerons par présenter l'observation fondamentale de la fuite des galaxies, puis nous donnerons les éléments essentiels de la relativité générale qui nous permettront de décrire l'expansion de l'Univers. À partir de là nous pourrions définir les paramètres cosmologiques fondamentaux qui caractérisent le contenu matériel de l'Univers et donner le scénario de l'histoire de l'Univers. Nous décrirons ensuite la théorie de l'inflation, qui propose une origine plausible des fluctuations de densité présentes dans l'Univers qui ont engendré les anisotropies du CMB. Enfin, nous entrerons dans le détail de la description statistique et de la physique des anisotropies du CMB et de sa polarisation.

1.1 Les fondements de la cosmologie moderne

1.1.1 L'expansion de l'Univers

Le diagramme de Hubble

L'observation fondamentale à la base du modèle du *big bang* est sans conteste celle faite par Edwin Hubble de la récession des galaxies. Les galaxies présentent un décalage de leur spectre vers le rouge systématique (Slipher, 1918) que l'on peut interpréter comme un effet Doppler. Le décalage vers le rouge est défini par la variation relative des longueurs d'onde :

$$z = \frac{\lambda_o - \lambda_e}{\lambda_e} \quad (1.1)$$

où λ_e est la longueur d'onde d'un photon au moment de l'émission et λ_o est la longueur d'onde mesurée par l'observateur. Un décalage vers le rouge $z \ll 1$ peut être interprété comme un effet Doppler dû à une source s'éloignant de l'observateur avec vitesse $v = cz$. Hubble a observé que la vitesse de récession v ainsi mesurée est proportionnelle à la distance d de la galaxie :

$$v = H_o d \quad (1.2)$$

Cette observation a été rendue possible grâce à une nouvelle technique de mesure des distances extra-galactiques basée sur les céphéides. Ces objets présentent en effet une oscillation de leur luminosité absolue avec une période dépendant de leur luminosité maximale. La forme en dent de scie de la courbe de lumière les rend facilement détectables et différenciables des autres objets variables. En déterminant la relation période-luminosité sur des céphéides proches, dont la distance peut être mesurée par un autre moyen (parallaxe), la distance des galaxies proches (jusqu'à $\sim 30 \text{ Mpc}^1$ avec le *Hubble Space Telescope*) devient accessible par la mesure de la période et de la luminosité apparente. L'avantage des céphéides est qu'elles sont nombreuses (on peut en mesurer plusieurs par galaxie), stables (on peut observer les mêmes céphéides à plusieurs reprises), et l'écart à la relation période-luminosité est très faible. Enfin, la

¹ Le parsec est une unité de longueur courante en cosmologie, qui vaut $3,08 \times 10^{16} \text{ m}$. La taille typique d'une galaxie est de 20 kpc, la distance entre deux galaxies de l'ordre de 1 Mpc.

raison de la variation de la luminosité est comprise et modélisée. Toutefois, il n'est pas possible de détecter les céphéides individuelles dans les galaxies éloignées de plus de 30 Mpc (problème de confusion et de luminosité trop faible) et à ces distances, proches d'un point de vue cosmologique, les vitesses locales des galaxies (qui modifient le décalage vers le rouge d'origine cosmologique) ainsi que les effets d'absorption par la poussière galactique entourant les céphéides ne sont pas négligeables et doivent être corrigées. Une mesure précise de H_0 nécessite donc d'obtenir d'autres chandelles standard, autorisant des mesures de distance jusqu'à quelques centaines de Mpc. Un exemple, dont nous reparlerons plus loin (voir paragraphe 1.1.7), est celui des supernovae de type Ia : on peut vérifier sur des galaxies proches, pour lesquelles la distance peut être mesurée grâce aux céphéides, que les supernovae de type Ia sont des chandelles standard, c'est-à-dire que la luminosité absolue au maximum de l'émission est identique pour toutes les supernovae (après une correction donnée par une relation entre temps de décroissance et luminosité absolue). Elles ont l'avantage incomparable d'être observables à des distances de plus de 400 Mpc (leur luminosité apparente atteint celle de la galaxie hôte), et sont donc très peu sensibles aux vitesses locales.

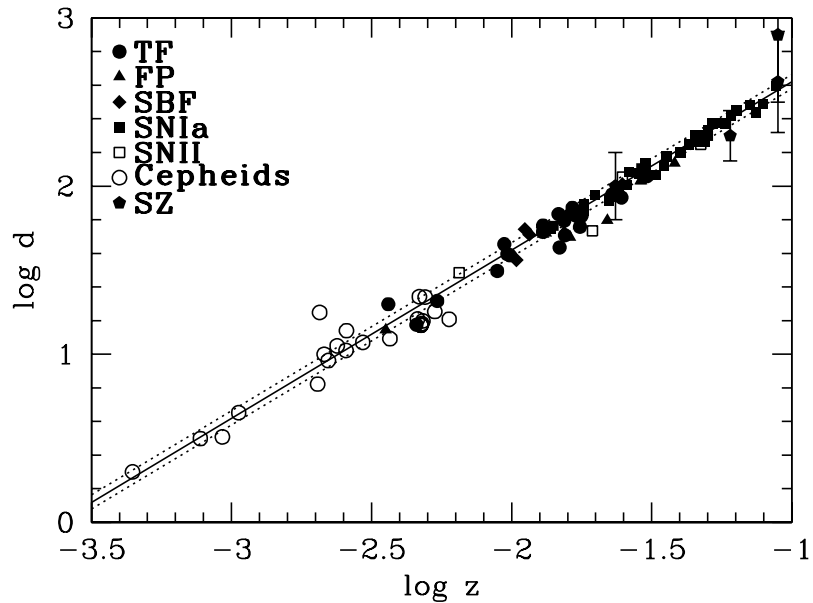


Fig. 1.1: Diagramme de Hubble mesuré par le télescope spatial *Hubble*. En abscisse est reporté le logarithme du décalage vers le rouge z et en ordonnée le logarithme des distances des galaxies en Mpc. La constante de Hubble mesurée par le *HST Key Project* est $H_0 = 72 \pm 8$ km/s/Mpc, en tenant compte des erreurs systématiques (Freedman et al., 2001).

Le diagramme de Hubble obtenu récemment (Freedman et al., 2001) par le *Key Project* du télescope spatial *Hubble* est représenté sur la figure 1.1. Différents types de sources et méthodes de mesure de distance ont été utilisées (Supernovae Ia, Céphéides, relation de Tully-Fisher² entre autres, voir (Coles et Lucchin, 2002) pp. 79-83 par

² La relation de Tully-Fisher est une observation empirique de la dépendance entre la luminosité

exemple). La valeur de la constante de Hubble mesurée aujourd'hui est :

$$H_0 = 72 \pm 8 \text{ km/s/Mpc} \quad (1.3)$$

où l'indice 0 désigne traditionnellement la valeur actuelle. La constante de Hubble est en effet indépendante de la direction d'observation, mais varie au cours du temps.

Beaucoup de paramètres cosmologiques sont liés à la valeur de H_0 . Afin de ne pas inclure dans les erreurs sur ces paramètres l'incertitude sur H_0 , ils sont souvent exprimés en fonction de la variable sans dimension h :

$$h = \frac{H_0}{100 \text{ km/s/Mpc}} = 0,72 \pm 0,08 \quad (1.4)$$

Quelques remarques

La loi de Hubble, au premier abord, donne l'impression de placer notre galaxie au centre de l'Univers, puisque toutes les autres galaxies s'éloignent de nous. Il n'en est rien, car la loi de Hubble (1.2) est valable simultanément pour tous les observateurs, quelle que soit l'origine choisie pour mesurer les vitesses, comme on peut s'en convaincre pour des vitesses $v \ll c$ (voir figure 1.2).

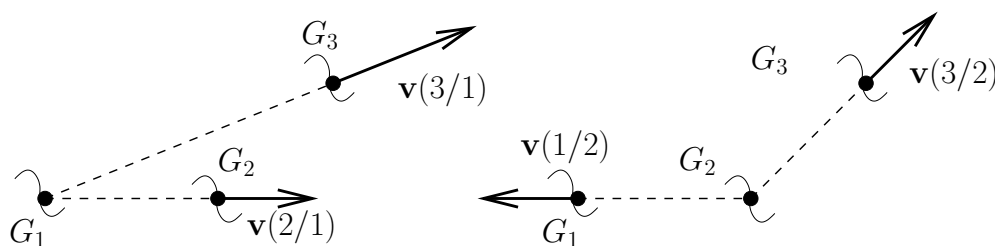


Fig. 1.2: à gauche, un observateur de la galaxie G_1 voit les galaxies G_2 et G_3 s'éloigner de lui, avec des vitesses $\mathbf{v}(G_2/G_1) = H_0(\mathbf{r}_2 - \mathbf{r}_1)$ et $\mathbf{v}(G_3/G_1) = H_0(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_1)$. à gauche, ce sont les mêmes galaxies, mais c'est l'observateur sur G_2 qui fait la mesure. Pour la galaxie G_3 , il trouve $\mathbf{v}(G_3/G_2) = \mathbf{v}(G_3/G_1) - \mathbf{v}(G_2/G_1)$, soit $\mathbf{v}(G_3/G_2) = H_0(\mathbf{r}_3 - \mathbf{r}_2)$, donc la même loi que l'observateur sur G_1 . La loi de Hubble (1.2) ne privilégie donc pas un point particulier de l'espace.

La constante de Hubble a la dimension de l'inverse d'un temps. L'échelle de temps caractéristique associée, $t_H = H_0^{-1}$, appelée le temps de Hubble, donne un ordre de grandeur de l'âge de l'Univers. En 1929, Hubble avait mesuré $H_0 \simeq 500 \text{ km/s/Mpc}$, donnant un âge de l'Univers entre un et deux milliards d'années, plus petit que l'âge de la Terre... La mesure actuelle de H_0 donne un âge plus raisonnable d'environ 13 milliards d'années.

d'une galaxie spirale et sa vitesse de rotation : $L \propto V_c^\alpha$. Elle permet de mesurer les distances avec une précision de 15%.

L'interprétation en terme d'effet Doppler du décalage vers le rouge devient problématique lorsque l'on mesure $z \simeq 1$. La vitesse de récession correspondante est en effet de l'ordre ou supérieure à la vitesse de la lumière. On pourrait être tenté d'utiliser la formule obtenue par la relativité restreinte de l'effet Doppler, mais celle-ci n'est en fait pas utilisable, car elle n'est valable que dans un espace-temps plat de Minkowski, ce qui, nous allons le voir, n'est pas le cas de notre Univers. C'est dans le cadre de la relativité générale que nous allons retrouver la loi de Hubble, avec une interprétation très différente d'un effet Doppler. Nous allons voir que c'est l'*espace* lui-même qui est en expansion. Le décalage vers le rouge correspond en fait à un étirement de la longueur d'onde du photon *au cours de son trajet* entre l'émission et la réception. Il est donc d'autant plus important que le trajet a duré longtemps et c'est en cela qu'il constitue une mesure de distance. On introduit alors un facteur d'échelle $a(t)$ caractérisant l'expansion de l'Univers et à partir duquel on définit le décalage vers le rouge d'origine cosmologique par :

$$z = \frac{a_0}{a(t)} - 1 \quad (1.5)$$

avec a_0 la valeur du facteur d'échelle aujourd'hui, et $a(t)$ le facteur d'échelle à l'instant de l'émission du rayonnement. Le problème des vitesses de récession plus grandes que celle de la lumière est ainsi résolu simplement parce que ce ne sont pas de vraies vitesses.

Toutefois, l'effet Doppler existe bien et se superpose au flot de Hubble³. Une grande difficulté de mesurer la constante de Hubble provient justement de la confusion possible entre les deux effets. La vitesse particulière de la source, due à l'attraction gravitationnelle par d'autres galaxies ou amas de galaxies, introduit, au moment de l'émission, un décalage Doppler qui s'ajoute à l'effet dû à l'expansion. Cette confusion est particulièrement importante pour les galaxies proches, car le flot de Hubble y est du même ordre que l'effet Doppler. Ce problème est à l'origine de l'erreur dans la mesure faite par Hubble (ses galaxies les plus lointaines étaient à quelques Mpc).

1.1.2 Le principe cosmologique

La cosmologie observationnelle repose sur une hypothèse simplificatrice fondamentale : l'Univers est isotrope, c'est-à-dire que ses propriétés sont statistiquement identiques quelle que soit la direction d'observation. Si par ailleurs, on accepte, suivant en cela Nicolas Copernic⁴, que notre position n'est pas privilégiée dans l'Univers, et donc qu'un observateur sur une autre galaxie peut faire la même hypothèse d'isotropie de l'Univers, alors l'Univers doit être homogène. C'est clairement faux à l'échelle du système solaire, et même de notre galaxie. En fait, cette hypothèse n'est valable qu'aux très grandes échelles, de l'ordre du Gpc. La figure 1.3 montre la distribution des galaxies dans une région de $80^\circ \times 15^\circ$, jusqu'à $z \simeq 0,3$, soit près de 1 Gpc. à petite échelle (quelques Mpc), des structures en filaments sont visibles, en particulier dans

³ On appelle souvent «flot de Hubble» l'expansion de l'Univers.

⁴ Nicolas Copernic (1473-1543) est à l'origine du système héliocentrique.

le cône nord, car l'épaisseur du sondage y est plus faible. Ce n'est qu'à grande échelle (quelques centaines de Mpc) que l'hypothèse d'homogénéité semble valable.

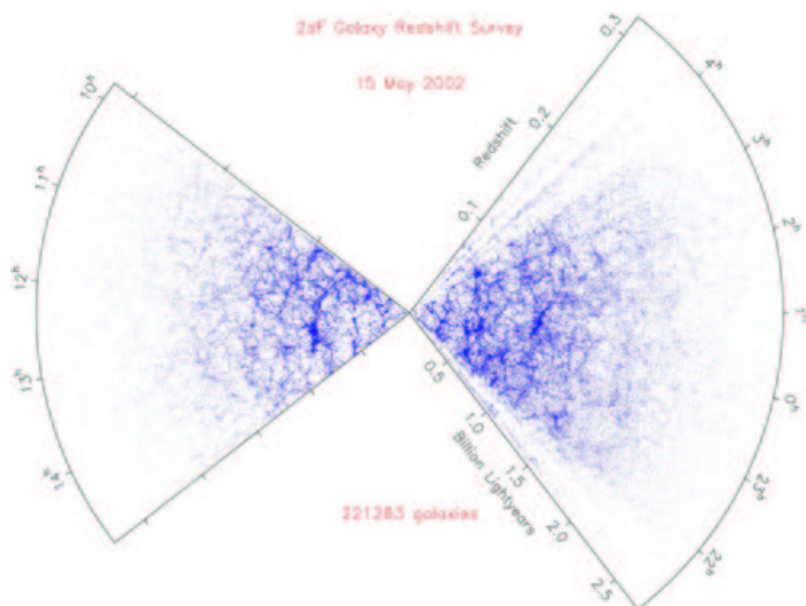


Fig. 1.3: Résultat du sondage des galaxies en fonction du décalage vers le rouge (collaboration 2dFGRS) : chaque point représente une galaxie. Le cône de gauche est pris dans une bande de $75^\circ \times 10^\circ$ centré sur le pôle nord galactique et le cône de droite dans une bande de $80^\circ \times 15^\circ$ centré sur le pôle sud galactique. L'homogénéité est manifeste à grande échelle. à plus petite échelle, on voit apparaître une structure filamenteuse, due à l'effondrement gravitationnel de la matière (Colless et al., 2001).

Une preuve observationnelle forte de la validité de l'hypothèse d'isotropie est apportée par le fond diffus cosmologique : les variations de température observées en fonction de la direction ne sont en effet que de quelques 10^{-5} . Les échelles sondées par le CMB sont bien plus grandes que celles sondées par les sondages de galaxies (de l'ordre de 6 Gpc). Il est donc légitime de supposer que l'Univers était dans le passé extrêmement homogène (à mieux que 0,1%), et que c'est la croissance des structures initiales par effondrement gravitationnel qui est à l'origine des inhomogénéités observées aujourd'hui.

Le principe cosmologique, par son haut niveau de symétrie, contraint très fortement les théories possibles, comme nous allons le voir dans la prochaine section. Mentionnons l'existence d'un principe cosmologique fort qui stipule que l'Univers doit apparaître identique quels que soit la direction et le point d'observation, mais aussi l'instant d'observation. Cette version va plus loin que le principe cosmologique standard, en disant que, de même notre position n'a rien de particulier, l'instant actuel n'a lui non plus rien de particulier. Ce principe fort est à la base du modèle de l'état stationnaire développé par Fred Hoyle, dans lequel il n'y a pas de *big bang*. Ce dernier modèle étant largement contredit par les observations actuelles, nous utiliserons dans la suite le principe cosmologique standard, qui conduit, lui, à la prédiction du CMB.

1.1.3 Notions de relativité générale

La seule interaction fondamentale capable d'agir sur les très grandes échelles spatiales étudiées par la cosmologie est la gravitation. Les interactions nucléaires forte et faible agissent uniquement à courte distance, et l'interaction électromagnétique est négligeable car la matière est globalement neutre.

La relativité générale est une théorie géométrique de la gravitation basée sur le principe d'équivalence. La théorie newtonienne de la gravitation fait usage de deux types distincts de masse : la masse inertielle, qui caractérise la difficulté à modifier le mouvement d'un corps, intervient dans l'équation $\mathbf{F} = m_I \mathbf{a}$ et la masse gravitationnelle entre dans la définition de l'interaction gravitationnelle entre deux corps massifs $F_g = \mathcal{G} m_G^{(1)} m_G^{(2)} / r_{12}^2$. *A priori*, il n'y a pas de raison que m_I et m_G soient égales, et pourtant, on ne mesure, expérimentalement, aucune différence entre elles (par exemple, $m_I/m_G(\text{Cu}) - m_I/m_G(\text{Be}) = (0, 1 \pm 1, 0) \times 10^{-11}$ (Adelberger et al., 1990) ; pour une revue plus récente (Adelberger et al., 1998)). Einstein⁵ a érigé cette observation en principe. La gravitation n'est alors plus une force entre deux corps, mais une propriété de l'espace-temps, qui est courbée par la présence de masse. Les particules matérielles suivent, dans cet espace-temps courbé, des géodésiques, qui sont le plus court chemin, au sens de la métrique, entre deux événements. La métrique $g_{\mu\nu}$ est définie par⁶ :

$$ds^2 = g_{\mu\nu} dx^\mu dx^\nu \quad (1.6)$$

et dépend du contenu matériel de l'Univers.

Une particule matérielle de position $x^\mu(\tau)$ suit une trajectoire telle que :

$$\frac{d^2 x^\mu}{d\tau^2} + \Gamma^\mu_{\rho\sigma} \frac{dx^\rho}{d\tau} \frac{dx^\sigma}{d\tau} = 0 \quad (1.7)$$

où $\Gamma^\mu_{\rho\sigma}$ est le symbole de Christoffel défini par :

$$\Gamma^\mu_{\rho\sigma} = \frac{1}{2} g^{\mu\nu} \left(\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\rho} + \frac{\partial g_{\rho\nu}}{\partial x^\sigma} - \frac{\partial g_{\rho\sigma}}{\partial x^\nu} \right) \quad (1.8)$$

Le symbole de Christoffel, malgré sa notation, n'est pas un tenseur. Pour alléger les équations, on note souvent la dérivée par rapport aux coordonnées à l'aide d'une virgule : $\frac{\partial g_{\sigma\nu}}{\partial x^\rho} \equiv g_{\sigma\nu,\rho}$. À partir du symbole de Christoffel, on peut définir le tenseur de Riemann, qui décrit la géométrie de l'espace-temps :

$$R_{\mu\nu\rho\sigma} = \frac{1}{2} (g_{\nu\rho,\mu\sigma} + g_{\mu\sigma,\nu\rho} - g_{\nu\sigma,\mu\rho} - g_{\mu\rho,\nu\sigma}) + g_{\alpha\beta} (\Gamma^\alpha_{\mu\sigma} \Gamma^\beta_{\nu\rho} - \Gamma^\alpha_{\mu\rho} \Gamma^\beta_{\nu\sigma}). \quad (1.9)$$

Enfin, le tenseur de Ricci est défini avec le tenseur de Riemann par :

$$R_{\mu\nu} = R^\alpha_{\mu\alpha\nu} \quad (1.10)$$

⁵ 1879-1955

⁶ La règle de sommation sur les indices répétés est appliquée, sauf indication contraire ; les indices grecs vont de 0 à 3 (temps et espace) et les indices latins de 1 à 3 (partie spatiale uniquement).

et le scalaire de Ricci :

$$R = g^{\mu\nu} R_{\mu\nu} \quad (1.11)$$

Ce dernier a une interprétation géométrique simple : il correspond à la courbure locale de l'espace. Son inverse est le rayon de courbure. Toutes ces quantités décrivent uniquement la géométrie de l'espace-temps. Pour plus de détails, le lecteur pourra se reporter avec profit à (Weinberg, 1972).

Le contenu matériel de l'espace est décrit à l'aide du tenseur énergie-impulsion $T^{\mu\nu}$. Dans le cas d'une répartition homogène de matière, $T^{\mu\nu}$ doit être symétrique. Pour un fluide de pression p et de densité ρ , il prend la forme, dans son référentiel propre :

$$T^{\mu\nu} = \begin{pmatrix} \rho c^2 & & & \\ & p & & \\ & & p & \\ & & & p \end{pmatrix} \quad (1.12)$$

La conservation de l'énergie impose que $T^{\mu\nu}_{;\mu} = 0$ (le symbole « ; » désigne la dérivée covariante par rapport à l'indice qui suit).

à partir des tenseur et scalaire de Ricci, Einstein a construit un tenseur $G^{\mu\nu}$ qui possède la même propriété :

$$G^{\mu\nu}_{;\mu} = 0 \quad (1.13)$$

Il en déduit alors que le lien entre courbure de l'espace et matière pouvait être :

$$G_{\mu\nu} - \Lambda g_{\mu\nu} = R_{\mu\nu} - \frac{1}{2} g_{\mu\nu} R - \Lambda g_{\mu\nu} = \frac{8\pi\mathcal{G}}{c^4} T_{\mu\nu} \quad (1.14)$$

Le facteur $\frac{8\pi\mathcal{G}}{c^4}$ assure que l'on retrouve l'équation de Poisson dans la limite du champ gravitationnel faible. Le terme $\Lambda g_{\mu\nu}$ est autorisé car $g^{\mu}_{\nu;\mu} = 0$. Einstein l'avait ajouté à son équation initiale afin de pouvoir construire un modèle d'Univers statique. La constante Λ , appelée constante cosmologique, apparaît ici comme une constante d'intégration, une nouvelle constante fondamentale de la nature. Elle peut toutefois être interprétée comme la contribution du vide à la densité totale, si on le place dans le membre de droite de l'équation 1.14. En effet, on s'attend à ce que, dans un référentiel de Minkowski, le tenseur énergie-impulsion du vide soit invariant par changement d'observateur. Le seul tenseur de rang 2 ayant cette propriété est le tenseur $\eta_{\mu\nu}$, qui devient $g_{\mu\nu}$ dans un repère quelconque, donc $T_{\mu\nu}^{vide} \propto g_{\mu\nu}$.

Maintenant que l'on a en main l'équation d'Einstein, on va pouvoir l'appliquer à notre système : un univers homogène et isotrope. Avec une telle contrainte, la forme de la métrique est imposée : c'est la métrique de Robertson-Walker.

1.1.4 La métrique de Robertson-Walker

L'hypothèse d'homogénéité de l'Univers a pour conséquence qu'il existe un système de coordonnées synchrone : dans ce système, la coordonnée temporelle t , appelée temps cosmologique, est telle que tous les observateurs, en tout point de l'espace,

mesurent les mêmes propriétés (densité, température) au même instant t . La métrique, dans ce système de coordonnées, peut ainsi s'écrire :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - \gamma_{ij} dx^i dx^j \quad (1.15)$$

Cette forme de la métrique assure qu'à un instant t donné l'espace à trois dimensions est homogène. La courbure dépendant uniquement de la densité, elle doit être elle aussi uniforme. Robertson et Walker ont montré que la métrique d'un univers homogène et isotrope pouvait se mettre sous la forme générale :

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 \left(\frac{dr^2}{1 - \kappa r^2} + r^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2) \right) \quad (1.16)$$

ou encore, avec le changement de variable $r \longrightarrow \chi$ telle que $d\chi^2 = \frac{dr^2}{1 - \kappa r^2}$:

$$ds^2 = c^2 dt^2 - a(t)^2 (d\chi^2 + f_\kappa(\chi)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2)) \quad (1.17)$$

avec $a(t)$ le *facteur d'échelle* ayant la dimension d'une longueur, θ et φ les coordonnées angulaires sphériques, χ la coordonnée radiale comobile, sans dimension, et $f_\kappa(\chi)$ pouvant être :

$$\begin{cases} \text{pour } \kappa = 0 \text{ (plat)} & : f_0(\chi) = \chi \\ \text{pour } \kappa = -1 \text{ (ouvert)} & : f_{-1}(\chi) = \sinh \chi \\ \text{pour } \kappa = 1 \text{ (fermé)} & : f_1(\chi) = \sin \chi \end{cases} \quad (1.18)$$

chaque cas correspondant à une géométrie particulière de l'espace à trois dimensions :

- pour $\kappa = 0$, l'espace est de type euclidien, classique ;
- pour $\kappa = -1$, l'espace a une courbure gaussienne négative en tout point, valant $-1/a(t)^2$, et est infini ;
- pour $\kappa = 1$, l'espace est fermé, avec une courbure gaussienne positive $1/a(t)^2$: c'est une hypersphère, de volume fini mais sans bord, analogue à une sphère à deux dimensions.

Nous voyons ainsi que le principe cosmologique contraint très fortement la forme de la métrique. Afin de préciser davantage ses caractéristiques, courbure, évolution du facteur d'échelle, il est nécessaire de la relier au contenu matériel de l'Univers, à l'aide de l'équation d'Einstein.

1.1.5 Les équations de Friedmann-Lemaître

L'équation d'Einstein (1.14) donne, dans le cas particulier de la métrique de Robertson-Walker (1.17), les deux équations suivantes :

$$\left(\frac{\dot{a}}{a} \right)^2 = \frac{8\pi\mathcal{G}}{3} \rho - \frac{\kappa}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.19)$$

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{4\pi\mathcal{G}}{3} (\rho + 3p) + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.20)$$

dans lesquelles $\dot{a} = \frac{da}{dt}$. En combinant ces deux équations, on retrouve la conservation de l'énergie dans l'Univers en expansion (on peut aussi la déduire de $T^{\mu\nu}_{;\mu} = 0$) :

$$\dot{\rho} + 3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + p) = 0 \quad (1.21)$$

Cette équation s'obtient aussi en remarquant que l'énergie à l'intérieur d'un cube de volume $V \propto a^3$ ne varie qu'à cause du travail des forces de pressions exercées sur lui : $d(\rho a^3) = -pd(a^3)$.

La pression p et la densité ρ sont la somme des pressions et densités des différents constituants de l'Univers. Quelques cas simples, mais néanmoins importants, permettent de se faire une idée de l'influence du type de matière sur l'évolution du facteur d'échelle :

- **Univers dominé par le rayonnement** : le rayonnement, et plus généralement toute matière relativiste comme les neutrinos, est caractérisé par une pression $p_R = \rho_R/3$; l'équation de conservation de l'énergie impose alors $\rho \propto a^{-4}$. En négligeant la contribution de la courbure et de la constante cosmologique, l'équation de Friedmann (1.19) donne pour le facteur d'échelle une solution en expansion $a(t) \propto t^{1/2}$. Négliger la courbure et la constante cosmologique est une approximation valable si l'on remonte assez loin dans le passé, car alors la densité de rayonnement $\propto a^{-4}$ devient très supérieure au paramètre de courbure $\propto a^{-2}$ ou à la constante cosmologique.
- **Univers dominé par la matière** : la matière non relativiste, comme un gaz de poussière, a une pression nulle. On en déduit que $\rho_{NR} \propto a^{-3}$ et qu'ainsi $a(t) \propto t^{2/3}$ pour la solution en expansion. On a longtemps pensé que l'Univers était aujourd'hui dominé par la matière, d'où l'importance de cette approximation. Toutefois, les mesures sur les supernovae lointaines ont révélé la présence d'une composante analogue à une constante cosmologique plus importante que la densité de matière.
- **Univers dominé par une constante cosmologique** : si la densité de matière est négligeable (ce qui finit toujours par arriver si $\Lambda \neq 0$), l'équation de Friedmann devient $\frac{\dot{a}}{a} = \sqrt{\frac{\Lambda}{3}}$ qui a pour solution une exponentielle : $a(t) = \exp(\sqrt{\frac{\Lambda}{3}} \cdot t)$. La période d'inflation, qui aurait eu lieu aux premiers instants de l'Univers, devait être dominée par une énergie du vide, analogue, comme nous l'avons vu, à une constante cosmologique, à la différence près qu'elle est susceptible de varier.

On résume généralement l'ensemble de ces résultats en paramétrant l'équation d'état sous la forme $p = w\rho$: on retrouve le cas de la matière non relativiste avec $w = 0$, celui du rayonnement avec $w = 1/3$ et celui de la constante cosmologique avec $w = -1$. L'évolution du facteur d'échelle, pour un univers où une seule composante domine ($w \neq -1$) est alors $a(t) \propto t^{\frac{2}{3(1+w)}}$. On remarque que l'expansion de l'Univers s'accélère si $w < -1/3$ et qu'au contraire elle est ralentie si $w > -1/3$.

1.1.6 Où l'on retrouve la loi de Hubble

L'expérience de la relativité restreinte nous enseigne qu'il faut être prudent dans la définition des notions élémentaires comme une durée ou une distance. Il est en effet possible, dans le cadre du modèle cosmologique du *big bang*, de définir les distances de trois manières différentes, qui ne coïncident qu'à $z = 0$.

On retrouve la loi de Hubble avec la distance propre. C'est la distance que mesurerait une série d'observateurs placés le long de la ligne joignant deux objets. À un instant t , tous les observateurs mesurent leur distance à l'observateur suivant. En sommant ces mesures, on trouve la distance propre $d_{propre}(t)$. Elle est simple à définir à partir de la métrique : $d_{propre}(t) = \sqrt{|ds^2|}$ avec $d\theta = d\phi = 0$ et $dt = 0$, soit :

$$d_{propre}(t) = a(t)\chi \quad (1.22)$$

La variable χ est souvent appelée *distance comobile* : deux objets à une distance comobile χ l'un de l'autre, fixe dans le temps, voient leur distance propre augmenter comme le facteur d'échelle. En pratique, la distance propre n'est pas mesurable (on ne peut figer l'espace-temps pour faire la mesure), et c'est pourquoi on définit les distances angulaire et de luminosité, chacune correspondant à une méthode expérimentale de mesure de distances (voir par exemple l'équation 1.29 pour la définition de la distance de luminosité). Comment varie la distance propre avec le temps ? Si l'on dérive par rapport à t l'équation (1.22), on trouve :

$$\dot{d}_{propre}(t) = \dot{a}(t)\chi = \frac{\dot{a}}{a}d_{propre}(t) \quad (1.23)$$

C'est bien la loi de Hubble (1.2) si l'on définit $H = \frac{\dot{a}}{a}$. La relativité générale, associée au principe cosmologique, nous permet donc de retrouver cette observation remarquable qu'est l'expansion de l'Univers.

Au paragraphe 1.1.1, nous avons mentionné le lien entre le décalage vers le rouge et le facteur d'échelle. On le retrouve de la manière suivante : considérons une onde émise à partir d'une source placée en χ , avec une longueur d'onde initiale λ_e . Entre l'émission à l'instant t_e et la réception par un observateur placé à l'origine à t_o , la distance parcourue par un front d'onde est $\chi = \int_{t_e}^{t_o} dt/a$. Le front d'onde suivant, émis un temps $\delta t_e = \lambda_e/c$ plus tard, et reçu à $t_o + \delta t_o$, parcourt la même distance $\chi = \int_{t_e + \delta t_e}^{t_o + \delta t_o} dt/a = \int_{t_e}^{t_o} dt/a$. Comme le paramètre $a(t)$ varie lentement, comparé à la période du rayonnement, on en déduit :

$$\frac{a(t_e)}{\lambda_e} = \frac{a(t_o)}{\lambda_o} \quad \text{soit} \quad 1 + z = \frac{a(t_o)}{a(t_e)} \quad (1.24)$$

La longueur d'onde du rayonnement, de la même manière que la distance propre, suit l'expansion de l'Univers.

1.1.7 Les paramètres cosmologiques

Ce que la relativité nous apporte, en plus d'une interprétation du décalage vers le rouge plus satisfaisante que l'effet Doppler, c'est un lien entre la constante de Hubble

et le contenu matériel de l'Univers. En effet, l'équation (1.19) peut s'écrire, avec la constante de Hubble :

$$H^2 = \frac{8\pi\mathcal{G}}{3}\rho_m - \frac{\kappa}{a^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (1.25)$$

ou encore, en divisant par H^2 :

$$1 + \Omega_\kappa = \Omega_m + \Omega_\Lambda \quad (1.26)$$

où l'on a introduit les paramètres cosmologiques $\Omega_m = 8\pi\mathcal{G}\rho_m/3H^2$ (densité), $\Omega_\Lambda = \Lambda/3H^2$ (constante cosmologique) et $\Omega_\kappa = \kappa/H^2a^2$ (constante de courbure). Il est évident que la somme $\Omega_m + \Omega_\Lambda$ détermine la géométrie de l'Univers : selon que $\Omega_m + \Omega_\Lambda$ est supérieur, égal ou inférieur à 1, l'Univers est fermé, plat ou ouvert respectivement.

Il est courant d'utiliser plutôt les valeurs des paramètres cosmologiques aujourd'hui. Dans ce cas, on écrit l'équation (1.25) sous la forme :

$$H^2 = H_0^2 (\Omega_{NR,0}(1+z)^3 + \Omega_{R,0}(1+z)^4 - \Omega_{\kappa,0}(1+z)^2 + \Omega_{\Lambda,0}) \quad (1.27)$$

On a décomposé la densité d'énergie ρ_m en une composante relativiste (ρ_R) et une composante non-relativiste (ρ_{NR}) et on a tenu compte de la dépendance en z de chacun des paramètres. Le paramètre Ω_κ est relié aux autres par (1.26).

La mesure de ces paramètres cosmologiques, avec quelques autres, est un objectif essentiel de la cosmologie observationnelle aujourd'hui. Les paragraphes suivants décrivent les différents paramètres et leur mesure actuelle.

La densité de matière ; matière noire

La matière, au sens large, c'est-à-dire tout ce qui participe à la densité Ω_m de l'Univers, se composent de :

- **photons** : ce sont essentiellement ceux du fond diffus cosmologique ; leur densité est parfaitement déterminée par la mesure de la température de ce rayonnement qui baigne l'Univers. Avec $T = 2,728$ K, on trouve $\Omega_\gamma = 2,45 \times 10^{-5}h^{-2}$.
- **neutrinos** : si les neutrinos étaient de masses nulles, leur densité serait directement reliée à celle des photons. Cependant, les récentes mesures des oscillations de saveurs des neutrinos suggèrent qu'ils ont une masse (les différences des masses au carrée sont non nulles). La densité des neutrinos est alors donnée par $\Omega_\nu h^2 = 0,1 \times \frac{m_\nu}{10 \text{ eV}}$, avec une limite inférieure $\Omega_\nu h^2 \geq 0,0004$ donnée par les valeurs mesurées des différences de masses carrées. Enfin, les mesures de WMAP, combinées aux autres mesures du spectre de puissance $\mathcal{P}(k)$ impose $\Omega_\nu h^2 \leq 0,0076$ (Spergel et al., 2003).
- **baryons** : la nucléosynthèse primordiale prédit la densité relative des éléments légers (de l'hydrogène au lithium) produits au début du *big bang* en fonction du rapport du nombre de baryons au nombre de photons. L'observation des abondances primordiales relatives du deutérium, de l'hélium et du lithium permet de contraindre la densité de baryon à $\Omega_b h^2 = 0,021 \pm 0,003$, connaissant la densité de photons. Les meilleures mesures aujourd'hui sont obtenues avec le

spectre de fluctuation du CMB : $\Omega_b h^2 = 0,0224 \pm 0,0009$ (Spergel et al., 2003; Cyburt et al., 2003). Il est remarquable que ces deux méthodes très différentes de mesurer la densité de baryons dans l'Univers conduisent à des résultats aussi proches.

- **matière noire** : différentes observations indiquent l'existence d'une matière sombre, détectable grâce à ses effets gravitationnels. Notons par exemple : *(i)* les courbes de rotation des galaxies, indiquant que la vitesse de rotation ne décroît pas en $1/r$ comme on s'y attendrait si distribution de masse correspondait à la distribution de luminosité ; *(ii)* les distributions de vitesses des galaxies dans les amas ne correspond pas à la distribution de masse visible des amas ; *(iii)* pour expliquer la formation des structures que l'on voit aujourd'hui, il est nécessaire que la densité de matière soit de l'ordre de $\Omega_m h^2 \sim 0,2$. La meilleure mesure actuelle de la densité de matière totale provient de la combinaison de différentes expériences (CMB, sondage de galaxies à grande échelle, notamment) et donne $\Omega_m = 0,27 \pm 0,04$ (Spergel et al., 2003). La densité de matière est donc d'un ordre de grandeur supérieur à la densité de baryons, indiquant que l'essentielle de la matière noire est non-baryonique.

À ce jour, on ne connaît pas de particule pouvant constituer la matière noire non-baryonique. Notons, parmi les candidats, l'**axion**, un pseudo-boson de Goldstone de la symétrie spontanément brisée de Peccei-Quinn, dont le rôle est d'assurer l'invariance sous CP de l'interaction forte, et les WIMPS (pour *weakly interactive massive particle*), dont le représentant le plus probable est le neutralino (particule supersymétrique). Les recherches sur accélérateur pourront apporter des indications sur l'existence de particules supersymétriques.

La constante cosmologique

La constante cosmologique a originellement été introduite artificiellement par Einstein afin d'obtenir un modèle d'univers statique. La découverte de l'expansion de l'Univers par Hubble a rendu inutile cette constante, qu'Einstein a répudiée⁷ (pour une vision historique de la constante cosmologique, voir la revue récente de (Peebles et Ratra, 2002)). Elle a resurgi en 2000 avec les résultats obtenus par les mesures de supernovae lointaines. Voyons le principe de cette mesure.

Dans un univers plat, le flux d'énergie reçu par unité de surface d'un objet de luminosité absolue \mathcal{L} (la luminosité absolue est la puissance totale rayonnée), situé à une distance d est simplement donnée par : $\phi = \frac{\mathcal{L}}{4\pi d^2}$. On définit ainsi la *distance de luminosité* d_L :

$$d_L = \sqrt{\frac{\mathcal{L}}{4\pi\phi}} \quad (1.28)$$

Or, les photons qui nous parviennent de cet objet sont décalés vers le rouge d'un facteur $1+z$, et donc l'énergie reçue est $1+z$ fois plus faible. Par ailleurs, l'intervalle

⁷ Gamow écrit dans ses mémoires : « Quand je discutais de problèmes cosmologiques avec Einstein, il faisait remarquer que l'introduction de la constante cosmologique était la plus grande erreur qu'il ait faite dans sa vie »

de temps moyen entre deux photons est augmenté d'un facteur $1+z$ (même argument qu'au paragraphe 1.1.6). Enfin, les photons sont reçus sur une surface dS , aujourd'hui, correspondant à un angle solide à l'émission $d\Omega_e$ tel que $dS = a_o^2 r^2 d\Omega_e$. Ainsi, le flux d'énergie reçu s'écrit : $\phi_o dS = \mathcal{L}_e \frac{d\Omega_e}{4\pi} (1+z)^{-2}$, d'où $\phi_o = \frac{\mathcal{L}_e}{4\pi a_o^2 r^2} (1+z)^{-2}$, et la distance de luminosité :

$$\begin{aligned} d_L &= a_o r \cdot (1+z) \\ &= a_o f_\kappa \left(\int_0^z [\Omega_{m,o}(1+z')^3 + \Omega_{r,o}(1+z')^4 \right. \\ &\quad \left. - \Omega_{\kappa,o}(1+z')^2 + \Omega_{\Lambda,o}]^{-1/2} dz' \right) \end{aligned} \quad (1.29)$$

En mesurant le flux lumineux ϕ reçu en fonction de z pour des chandelles standard (c'est-à-dire de luminosité absolue connue), on peut contraindre les paramètres cosmologiques. Quel type de contrainte peut-on apporter ? Si cette mesure est faite sur des objets à $z \ll 1$, on peut faire un développement au second ordre de l'expression précédente :

$$d_L = H_o^{-1} z \left[1 - \frac{q_o - 1}{2} z + \dots \right] \quad (1.30)$$

On remarque qu'au premier ordre, on retrouve la loi de Hubble. Le paramètre q_o est le paramètre de décélération défini par $q_o = -\ddot{a}_o a_o / \dot{a}_o^2$. En introduisant H_o et $\Omega_{m,0}$ dans la seconde équation de Friedmann (1.20), et en négligeant la densité de rayonnement, on trouve :

$$q_o = \frac{1}{2} \Omega_{m,0} - \Omega_{\Lambda,0}. \quad (1.31)$$

Le groupe *Supernovae cosmology project* (SCP) a ainsi détecté, en 1998, 42 supernovae jusqu'à des $z \sim 1$ (voir figure 1.4), en moyenne sous-lumineuse, révélant la présence d'une constante cosmologique. La valeur trouvée par le SCP, en supposant un univers plat ($\Omega_m + \Omega_\Lambda = 1$), est $\Omega_\Lambda = 0,72 \pm 0,14$. L'analyse des fluctuations du fond diffus cosmologique, indépendamment des mesures des SNIa, a confirmé une valeur (Spergel et al., 2003) :

$$\Omega_\Lambda = 0,73 \pm 0,04 \quad (1.32)$$

La constante cosmologique mesurée aujourd'hui est en réalité la combinaison de deux quantités : d'une part, une constante fondamentale de la nature, intervenant dans le membre de gauche de l'équation d'Einstein (1.14) ; d'autre part, la densité d'énergie du vide due aux fluctuations des champs quantiques. Dans ce cas, on la décrit à l'aide de l'équation d'état $p = w\rho$, $w = -1$ correspondant à une constante cosmologique. La somme donne une constante cosmologique effective Λ_{eff} . L'existence de cette constante pose deux problèmes majeurs à la cosmologie :

- si on l'interprète comme la densité d'énergie du vide, l'ordre de grandeur est donnée typiquement par $\rho_{vide} \sim M^4/(\hbar c)^3$; si l'on prend la masse de Planck comme échelle de masse, on trouve $\rho_{vide} \sim 10^{123} \text{ GeV} \cdot \text{m}^{-3}$, soit 123 ordres de grandeur au-dessus de la valeur mesurée. Même en prenant comme échelle de masse M l'échelle où la supersymétrie est brisée spontanément, on reste entre 50 et 60 ordres de grandeur trop haut ;
- la densité de matière évolue au cours de l'expansion ($\rho_m \propto a^{-3}$), alors que la densité d'énergie du vide reste constante ($\rho_\Lambda = \Lambda/8\pi\mathcal{G}$) ; il apparaît donc comme

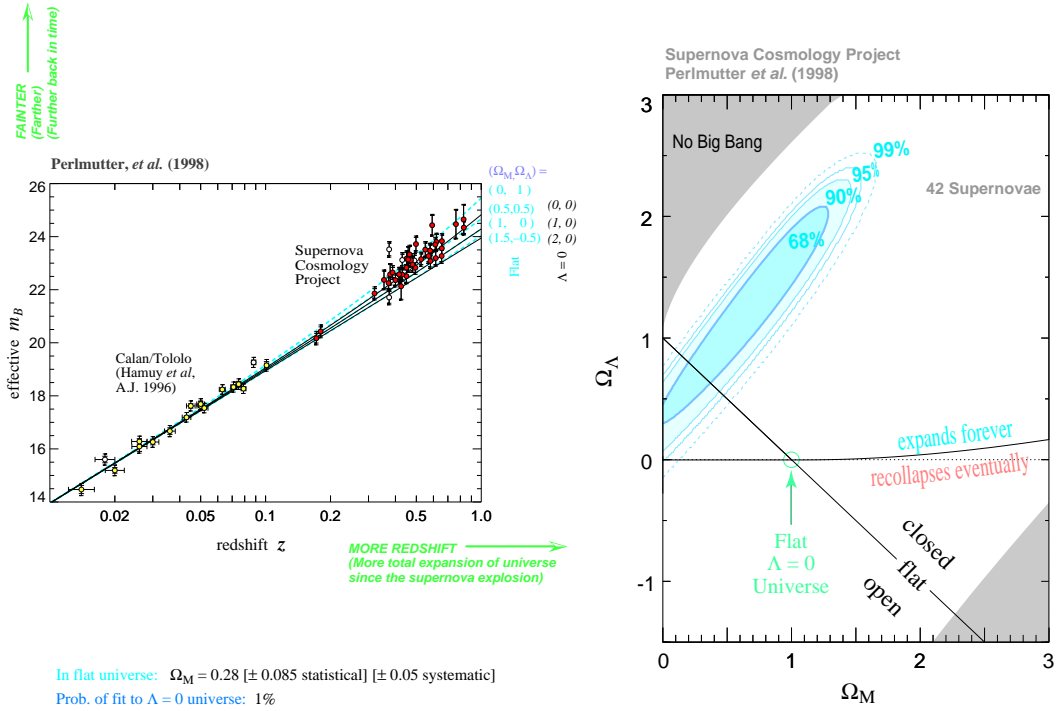


Fig. 1.4: Résultats des mesures sur 42 supernovae par le *Supernovae cosmology project* (Perlmutter et al., 1999). La dégénérescence est essentiellement dans le sens de q_0 (en réalité, la contrainte est plutôt sur $0,8\Omega_M - 0,6\Omega_\Lambda$, car l'approximation $z \ll 1$ n'est plus valable à $z \lesssim 1$).

une pure coïncidence que ces deux densités soient du même ordre au moment où on les mesure.

Aucune théorie à l'heure actuelle ne fournit de solution à ces deux problèmes.

1.1.8 L'histoire thermique de l'Univers

Températures

Dans les paragraphes précédents, nous avons donné quelques unes des bases observationnelles et théoriques du modèle du *big bang*. Nous avons vu en particulier que l'Univers était en expansion, et qu'en conséquence, au moins pour les valeurs des paramètres cosmologiques mesurées aujourd'hui, l'Univers devait être, dans le passé, plus dense qu'aujourd'hui. Que devient dans ce cas la distribution spectrale des photons qui forment le CMB ? L'expérience FIRAS a mesuré que ce spectre avait la forme d'un spectre de corps noir avec une température :

$$\boxed{T_o = 2,725 \pm 0,003 \text{ K}} \quad (1.33)$$

comme le montre la figure 1.5. Considérons alors un volume V_o d'Univers aujourd'hui ; dans l'intervalle de fréquence $[\nu_o; \nu_o + d\nu_o]$, le nombre moyen de photons est donné par :

$$V_o n_{CN}(\nu_o; T_o) d\nu_o = \frac{8\nu_o^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_o}{kT_o}} - 1} V_o d\nu_o \quad (1.34)$$

avec $n_{CN}(\nu; T)$ la distribution de rayonnement d'un corps noir à la température T . Si on remonte dans le passé, le volume était plus petit ($V = V_o/(1+z)^3$) et la fréquence des photons était plus grande ($\nu = (1+z)\nu_o$), mais le nombre moyen de photons dans la gamme de fréquence $[\nu; \nu + d\nu]$ et dans le volume V devait être identique.⁸ En notant $n_t(\nu)$ la distribution spectrale des photons à cette époque (*a priori* différente d'une loi de corps noir), on peut écrire :

$$V n_t(\nu) d\nu = V_o n_{CN}(\nu_o; T_o) d\nu_o \quad (1.35)$$

Enfin, en tenant compte de la variation du volume et de la fréquence, on trouve :

$$\begin{aligned} n_t(\nu) &= n_{CN}(\nu_o; T_o) (1+z)^2 \\ &= \frac{8\nu_o^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu_o}{kT_o}} - 1} (1+z)^2 \\ &= \frac{8\nu^2}{c^3} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT_o(1+z)}} - 1} \\ &= n_{CN}(\nu; T) \end{aligned} \quad (1.36)$$

⁸ C'est l'hypothèse d'homogénéité qui nous permet d'affirmer cela : la distribution spectrale des photons est la même en tout point de l'espace à un instant donné. On peut montrer que l'on trouve aujourd'hui le même nombre de photons dans un volume V_o que dans le passé dans le volume $V = V_o/(1+z)^3$.

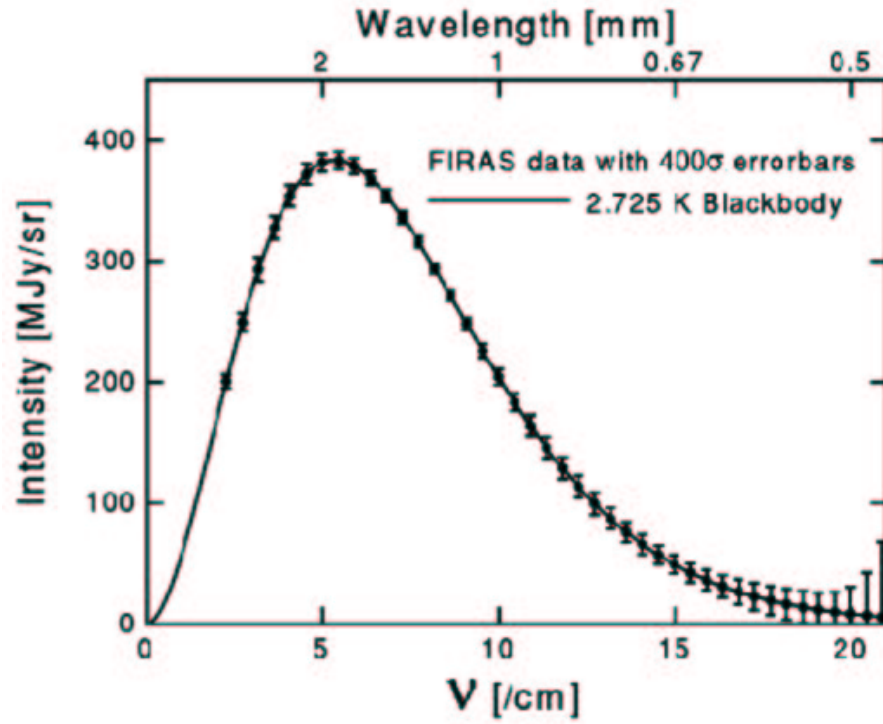


Fig. 1.5: Spectre électromagnétique du fond diffus cosmologique mesuré par l'instrument FIRAS (Far Infrared Absolute Spectrometer) embarqué sur le satellite COBE. Les barres d'erreur indiquent l'intervalle de confiance à 400σ . Ce spectre est parfaitement reproduit par un spectre théorique de corps noir à la température $T_0 = 2,725$ K. On montre que la forme de corps noir du spectre est conservé au cours du temps (voir texte).

Le spectre de corps noir est donc conservé au cours de l'expansion, avec une température donnée par :

$$T = T_0(1 + z) \quad (1.37)$$

Il est ainsi possible de parler d'une température de l'Univers, parfaitement définie par le spectre de corps noir des photons cosmologiques. En réalité, aujourd'hui, les photons n'interagissent plus avec la matière (leur libre parcours moyen est supérieur à la taille de l'Univers). En revanche, dans le passé, leur température a été suffisante pour ioniser la matière.

1.1.9 Le scénario du big bang

C'est à partir de la remarque précédente que s'est bâti le modèle standard du *big bang*. La remarque précédente est à la base du scénario proposé aujourd'hui pour l'histoire de l'Univers, dont les étapes essentielles sont les suivantes :

- **inflation** ($t \leq 10^{-35}$ s) : au-delà de l'échelle de Planck (définie par l'énergie $E_{Pl} \sim 10^{18}$ GeV), les théories sont, pour le moment, purement spéculatives ; mentionnons par exemple le scénario du *pre-big bang*, proposé par (Gasperini et Veneziano, 1993) et basé sur la théorie des supercordes. Après cette phase, l'Univers connaît une période d'inflation, sous l'action d'un champ scalaire, durant laquelle sa taille croît exponentiellement (voir page 24 pour plus de détails). L'inflation se termine à $t \simeq 10^{-35}$ s : l'Univers est alors dominé par des particules non relativistes. Ces dernières se désintègrent ensuite en particules relativistes, donnant les conditions de départ du *big bang* chaud (c'est le *réchauffage*). Les fluctuations quantiques du champ scalaire génèrent des fluctuations de densité de matière, que l'on retrouve dans le CMB et qui sont à l'origine des structures observées aujourd'hui ;
- **transition de phase électrofaible** ($t \sim 10^{-10}$ s, $T \sim 10^{15}$ K) : lorsque la température descend en dessous de 100 GeV (ordre de grandeur des masses des bosons W^\pm et Z^0), les interactions faible et électromagnétique, auparavant décrites ensemble par l'interaction électrofaible, se découplent ;
- **transition de phase quark-hadron** ($t \sim 10^{-4}$ s, $T \sim 10^{12}$ K) : les quarks, libres au-dessus de 100 MeV, se lient pour former les hadrons (protons et neutrons) ; après cette transition, l'Univers est composé de protons, neutrons, photons, neutrinos, électrons et positons en équilibre thermique ; à $t \sim 1$ s ($T \sim 10^6$ K), les neutrinos se découplent des autres éléments et forment un rayonnement de fond dont la température est $T_\nu = (4/11)^{1/3} T_\gamma$; les électrons et positons s'annihilent à la même époque ;
- **nucléosynthèse** ($t \sim 1$ min, $T \sim 10^9$ K) : les protons et neutrons peuvent s'associer pour former les noyaux de deutérium, hélium et lithium ; les proportions d'éléments légers produits durant cette période peuvent être calculé numériquement en fonction du seul rapport entre densité de baryon et densité de photon, noté η ; la figure 1.6 montre les abondances calculées en fonction du paramètre η . Ces abondances peuvent par ailleurs être mesurées observationnellement, et il est remarquable qu'elles soient toutes compatibles avec une valeur commune de η de l'ordre de $5,7 \cdot 10^{-10}$: ce résultat est l'un des piliers observationnels

- du modèle du *big bang*. La valeur la plus précise est aujourd'hui obtenue par l'observation du CMB, $\eta = (6,14 \pm 0,25) \times 10^{-10}$;
- **égalité matière-rayonnement** ($t \sim 10^4$ ans, $T \sim 10^4$ K, $z_{eq} \sim 3000$) : nous avons vu que la densité d'énergie du rayonnement décroît comme a^{-4} tandis que la densité de matière décroît en a^{-3} ; il existe donc une époque où les deux densités sont égales, c'est l'égalité matière-rayonnement ;
 - **découplage matière-rayonnement** ($t \sim 10^5$ ans, $T \sim 3000$ K, $z_{rec} \sim 1100$) : le milieu est, à cette époque, essentiellement composé de protons, électrons et photons ; les photons n'ont plus assez d'énergie pour empêcher les électrons de se lier aux protons, ce qui conduit à la formation des premiers atomes. Le milieu devenant neutre, la section efficace des photons avec la matière chute brutalement (l'essentiel de la section efficace provenant de la diffusion Thomson des photons avec les électrons) : l'Univers devient transparent, et les photons émis à cette époque constituent aujourd'hui le CMB ;
 - **formation des structures** ($t \sim 10^9$ ans, $T \sim 15$ K) : les surdensités de matière, générées par l'inflation, s'effondrent sous l'action de la gravité ; dans le scénario actuellement favorisé, les petites structures (des protogalaxies) se forment en premier, puis elles s'assemblent pour donner naissance aux amas et superamas de galaxies (scénario *bottom-up*) ;
 - **aujourd'hui** ($t \sim 10^{10}$ ans, $T \sim 3$ K) : l'Univers est aujourd'hui localement inhomogène, structurés par les galaxies, les amas et superamas ; les photons, en revanche, ont gardé la trace des inhomogénéités présentes au moment du découplage, avec un niveau relatif de 10^{-5} .

1.2 L'inflation

Dans le cadre du modèle standard du *big bang* chaud, sans l'inflation, le problème majeur est celui des particules reliques qui devraient donner à l'Univers une densité largement supérieure à celle observée aujourd'hui. D'autres questions fondamentales sont aussi laissées en suspend : la platitude de l'Univers, l'isotropie du CMB (ou, ce qui est équivalent, l'homogénéité de l'Univers), et l'origine des fluctuations de densité. L'inflation, au départ conçue pour résoudre le problème des reliques, a permis d'apporter des réponses à ces autres questions. Dans un premier temps, nous mettrons en évidence les différents problèmes, puis nous verrons comment la théorie de l'inflation peut les résoudre.

1.2.1 Les motivations de l'inflation

Le problème des reliques

Si le *big bang* commence avec une température suffisante, des défauts topologiques de type monopôle, corde cosmique ou texture ont pu se former, du fait des différentes transitions de phase. Comme leur densité décroît seulement en a^{-3} , contre a^{-4} pour le rayonnement, on devrait observer aujourd'hui une densité totale Ω_T très supérieure à

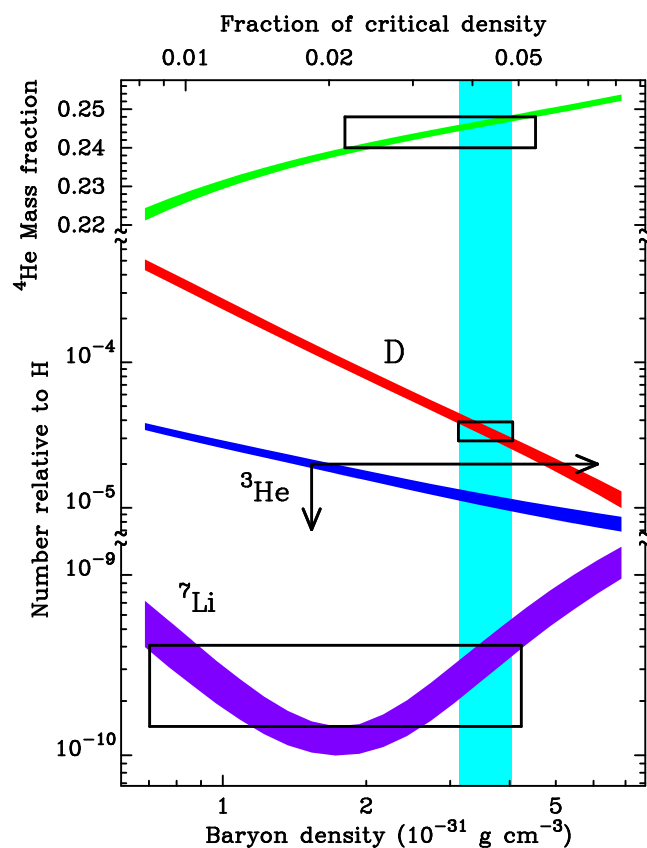


Fig. 1.6: Prédiction des abondances relatives des éléments légers par la nucléosynthèse primordiale en fonction du rapport baryon/photon η (figure tirée de (Tytler et al., 2000)). La courbe supérieure est la fraction primordiale en masse d'hélium 4 primordial par rapport à l'hydrogène, les autres représentent les fractions en nombre par rapport à l'hydrogène du deutérium, de l'hélium 3 et du lithium 7. Les boîtes indiquent les mesures avec leurs barres d'erreur à 95% de niveau de confiance, et la barre verticale l'estimation du rapport baryon/photon que l'on en déduit.

1. C'est dans le but d'éliminer ces particules reliques que Guth a initialement proposé le scénario de l'inflation.

Le problème de l'horizon

à cause de l'âge fini de l'Univers, une particule quelconque, à un instant donné t , n'a pas pu recevoir d'information provenant d'une distance comobile supérieure à $\chi = \int_0^t \frac{dt'}{a(t')}$, soit une distance propre :

$$d_{hor}(t) = a(t) \int_0^t \frac{dt'}{a(t')}. \quad (1.38)$$

On appelle cette distance l'horizon des particules, en ce sens qu'aucune particule ou information au-delà de $d_{hor}(t)$ n'a pu influencer sur la physique au point considéré à l'instant t . L'intégrale (1.38) est convergente dans le cas d'univers dominés par la matière ($a(t) \propto t^{2/3}$) ou par le rayonnement ($a(t) \propto t^{1/2}$). Au moment de la recombinaison (donc au moment de l'émission du CMB), la taille de l'horizon est donnée par $d_{hor}(t_{rec}) \simeq 2H_{rec}^{-1}$ (en faisant l'approximation que l'Univers est toujours sous domination de la matière). On en déduit la taille de l'horizon à la recombinaison :

$$d_{hor}(t_{rec}) = 2H_o^{-1} \Omega_{m,o}^{-1/2} (1+z)^{-3/2} \quad (1.39)$$

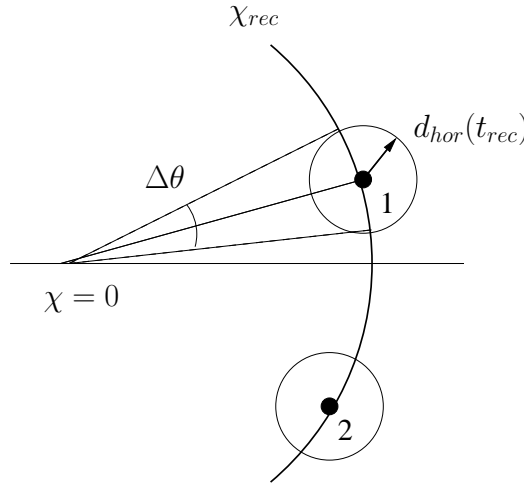


Fig. 1.7: Le problème de l'horizon : l'horizon des particules au moment du découplage est vu sous un angle $\Delta\theta$ dans le ciel aujourd'hui (de l'ordre de 1°). Le problème provient du fait que les zones 1 et 2 représentées ici n'ont jamais été en contact causal (aucune information ni particules n'ont pu être échangées), et pourtant, on observe ces deux zones avec une température identique à 10^{-5} près.

La question est de savoir sous quel angle $\Delta\theta$ sur le ciel est vu aujourd'hui cet horizon des particules (voir figure 1.7). La métrique (1.16) donne directement l'angle

sous la forme $\Delta\theta = \frac{d_{hor}(t_{rec})}{a(t_{rec})r} = \frac{d_{hor}(t_{rec})}{a_0 r}(1 + z_{rec})$. On peut montrer que, dans un univers ouvert $\Omega_m < 1$ sans constante cosmologique, cet angle s'écrit :

$$\Delta\theta \simeq 1,72\sqrt{\Omega_m} \text{ deg.} \quad (1.40)$$

c'est-à-dire un angle de l'ordre de 1° . Le résultat change peu si on ajoute une constante cosmologique et si l'on suppose $\Omega_{tot} = 1$.

Ainsi, des régions espacées de plus de 1° dans le ciel et situées sur la surface de dernière diffusion n'ont jamais été en contact causal dans le passé : comment expliquer, alors, que ces régions soient observées avec la même température de 3 K ? Ce problème est connu sous le nom de *problème de l'horizon*.

Le problème de la platitude

L'équation de Friedmann (1.19) peut s'écrire :

$$\Omega_T - 1 = \frac{\kappa}{a^2 H^2} \quad (1.41)$$

avec Ω_T la densité totale. Or, un univers dominé par le rayonnement ou la matière voit son expansion ralentir au cours du temps, donc $\dot{a} = aH$ décroît. Ainsi, si $\Omega_T = 1$ à un instant, il garde cette valeur tout le temps, mais en revanche, si elle diffère de 1, elle s'en éloigne au cours du temps. Sachant qu'aujourd'hui la densité totale diffère de moins d'un ordre de grandeur de la densité critique, on peut calculer qu'au temps de Planck elle devait être telle que $|\Omega_T - 1| \sim 10^{-60}$. Il est étonnant que la densité initiale ait été si proche de la densité critique, d'autant plus que si elle avait été légèrement supérieure ou inférieure à 1, l'Univers se serait soit recontracté soit dilué tellement vite que les galaxies n'auraient pas eu le temps de se former. Ce problème d'*ajustement fin* des conditions initiales constitue le problème de la platitude.

La génération des fluctuations

Les anisotropies détectées dans le fond diffus cosmologique par le satellite COBE (à grande échelle, $> 7^\circ$) sont dues à des fluctuations de densité présentes au moment du découplage matière-rayonnement. Étant séparées de plus de 1° , ces fluctuations n'ont pu être générées par des processus causaux. Dans le cadre du modèle du *big bang* sans inflation, il faut donc considérer qu'elles font partie des conditions initiales. Une autre possibilité proposée était qu'elles étaient formées après le découplage (donc plus proche de nous, et ainsi à des échelles plus grande que 1°) par des défauts topologiques. Ce modèle de génération des fluctuations ne permet toutefois pas de rendre compte du spectre de fluctuations du CMB.

1.2.2 Le scénario

Les problèmes mentionnés ci-dessus peuvent tous être résolus en supposant qu'il a existé, dans les premiers instants de l'Univers, une période d'expansion accélérée,

c'est-à-dire telle que :

$$\boxed{\ddot{a}(t) > 0} \quad (\text{définition de l'inflation}) \quad (1.42)$$

De manière plus explicite, cette condition est équivalente à dire que le rayon de Hubble H^{-1} diminue en coordonnée comobile : $\frac{d}{dt} \frac{H^{-1}}{a} < 0$. La figure 1.8 montre schématiquement comment évolue le rayon de Hubble au cours du temps.

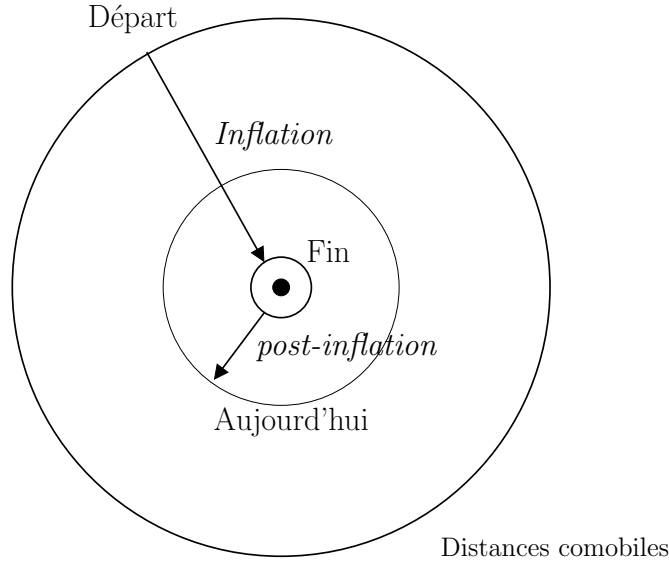


Fig. 1.8: Évolution du rayon de Hubble d_H en coordonnées comobiles au cours du temps ($a^{-1}H^{-1}$) : durant la période inflationnaire, le rayon de Hubble diminue, puis, une fois l'inflation terminée, augmente à nouveau.

Le rayon de Hubble est d'une importance majeure car c'est l'échelle en deçà de laquelle des processus causaux peuvent avoir lieu. On peut le sentir en considérant le cas d'un photon placé à la coordonnée comobile χ et se dirigeant vers l'origine $\chi = 0$. La variation de sa distance propre à l'origine est donnée par :

$$\frac{d}{dt}(a\chi) = \frac{a\chi}{d_H} - 1 \quad (1.43)$$

avec d_H le rayon de Hubble. Ainsi, si le photon est à une distance propre supérieure au rayon de Hubble, il va *s'éloigner* de l'origine : c'est l'expansion de l'Univers qui l'emporte. En revanche, une fois qu'il est entré dans le rayon de Hubble, il se rapproche effectivement de l'origine.

Une telle période d'expansion accélérée résout les problèmes mentionnés précédemment. Le plus facile à voir est le problème de la platitude : en effet, la définition même de l'inflation stipule que le produit aH augmente au lieu de diminuer, conduisant la densité totale vers l'unité plutôt que de l'en éloigner. Le problème de l'horizon est résolu car les échelles en contact causal avant l'inflation sont rejetés hors du rayon de Hubble pendant l'inflation pour y pénétrer à nouveau par la suite. Ainsi, des régions

qui entrent dans l'horizon aujourd'hui ont en fait été en contact causal avant l'inflation. Il n'est donc plus paradoxal que des régions du ciel espacées de plus de 1° aient des températures corrélées. On montre que ces deux problèmes sont résolus si le facteur d'échelle augmente d'un facteur e^{70} pendant l'inflation. Par ailleurs, la densité de monopoles et autres particules reliques décroît plus rapidement que la densité d'énergie de l'Univers pendant la période d'inflation. Si celle-ci a lieu après la création des particules reliques, ce problème est aussi résolu. C'est la raison pour laquelle on situe généralement l'inflation juste après l'échelle de grande unification, $T_{GUT} \sim 10^{15}$ GeV, puisque c'est à cette période que les particules reliques sont formées. Enfin, l'inflation offre un moyen élégant pour expliquer l'origine des fluctuations : l'expansion accélérée est supposée être créée par un champ scalaire (appelé inflaton), soumis à des fluctuations quantiques. Ces fluctuations sont figées au moment où elles sortent du rayon de Hubble pendant l'inflation, dans un état différent du fondamental, conduisant à la création de particules. Elles entrent à nouveau dans le rayon de Hubble, après l'inflation, et nous apparaissent alors comme des fluctuations de densité à grande échelle (Lidsey et al., 1997).

1.2.3 Le formalisme et les paramètres de roulement lent

La période d'expansion accélérée est provoquée par un champ scalaire (dans le modèle d'inflation le plus simple), noté ϕ et appelé inflaton, soumis à un potentiel $V(\phi)$. La densité d'énergie et la pression de ce champ scalaire sont données par :

$$\rho_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi), \quad p_\phi = \frac{1}{2}\dot{\phi}^2 - V(\phi). \quad (1.44)$$

D'après les équations de Friedmann, la condition pour l'inflation 1.42 s'écrit aussi $\rho + 3p < 0$, ce qui donne comme condition pour le champ scalaire $\dot{\phi}^2 < V(\phi)$. Qualitativement, on voit que si le champ évolue lentement ($\dot{\phi} \simeq 0$), il se comporte comme une constante cosmologique, c'est-à-dire que $p = -\rho$, et l'expansion est effectivement accélérée. Les équations du mouvement du champ scalaire dans la métrique de Robertson-Walker sont données par les équations de Friedmann et s'écrivent :

$$H^2 = \frac{8\pi\mathcal{G}}{3} \left[\frac{1}{2}\dot{\phi}^2 + V(\phi) \right] - \frac{\kappa}{a^2} \quad (1.45)$$

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} + V'(\phi) = 0 \quad (1.46)$$

(où V' est la dérivée par rapport à ϕ). On se place généralement dans le cadre de l'approximation du roulement lent (*slow roll*) pour décrire la période d'inflation. Cette approximation est définie par :

$$\epsilon(\phi) \equiv \frac{m_{Pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'(\phi)}{V(\phi)} \right)^2 \ll 1 \quad (1.47)$$

$$\eta(\phi) \equiv \frac{m_{Pl}^2}{8\pi} \frac{V''(\phi)}{V(\phi)}, \quad |\eta| \ll 1 \quad (1.48)$$

les paramètres ϵ et η étant les paramètres de roulement lent, et $m_{Pl} \equiv \mathcal{G}^{-1/2}$ la masse de Planck (la définition du paramètre η peut varier selon les auteurs ; nous prenons ici celle donnée dans (Liddle et Lyth, 2000)). Avec ces conditions, et en négligeant le terme de courbure, l'évolution du champ ϕ est gouvernée par les équations :

$$H^2 \simeq \frac{8\pi\mathcal{G}}{3}V(\phi) \quad (1.49)$$

$$\dot{\phi} \simeq -\frac{V'(\phi)}{3H}. \quad (1.50)$$

Les conditions de roulement lent sont suffisantes pour garantir l'inflation, car $\ddot{a} > 0 \iff -\dot{H}/H^2 \simeq \epsilon < 1$, la dernière relation étant vérifiée dans le cadre de l'approximation de roulement lent. Une manière de sortir de la période d'inflation est de violer ces conditions, en approchant d'un minimum du potentiel avec une énergie nulle. Dans ce cas, la fin de l'inflation est définie par $\epsilon(\phi) = 1$.

Outre le fait que les paramètres ϵ et η permettent de suivre l'évolution de l'inflation, ils présentent aussi l'intérêt d'être liés aux dérivées première et seconde du potentiel. Ainsi, leur mesure donne accès à la forme du potentiel de l'inflaton et de déterminer sa nature (Lidsey et al., 1997), et elle est possible grâce aux fluctuations générées par l'inflation.

1.2.4 Fluctuations et inflation

Au moment où les fluctuations quantiques de l'inflaton sortent de l'horizon, pendant la période inflationnaire, elles sont gelées dans leur état et deviennent des fluctuations classiques. Les particules produites à la fin de l'inflation (au cours du processus appelé réchauffage ou *reheating*) garderont la trace de ces fluctuations. Les grandes structures se formeront grâce à l'effondrement gravitationnel des sur-densités présentes.

à un univers de densité uniforme est associée la métrique Robertson-Walker. Si la densité s'écarte de l'uniformité, la métrique est elle aussi perturbée et prends la forme (avec le choix de la jauge longitudinale) :

$$ds^2 = a(\tau)^2 [(1 + 2\psi)d\tau^2 - B_i d\tau dx^i - ((1 - 2\phi)\delta_{ij} + 2h_{ij}) dx^i dx^j] \quad (1.51)$$

τ étant le temps conforme défini par $\tau = \int \frac{dt}{a(t)}$ et δ_{ij} la matrice identité à trois dimensions. $\psi(\mathbf{x})$ et $\phi(\mathbf{x})$ sont des champs scalaires, $B_i(\mathbf{x})$ est un champ vectoriel et $h_{ij}(\mathbf{x})$ est un champ tensoriel, symétrique et de trace nulle. Le champ vectoriel peut en fait se décomposer en une partie scalaire $\mathbf{B}_{||} = \nabla b^S$ et une partie vectorielle $\mathbf{B}_{\perp} = \nabla \times \mathbf{b}^V$, et de la même manière, le tenseur h_{ij} peut se décomposer en parties scalaire, vectorielle et tensorielle $h_{ij} = h_{ij}^S + h_{ij}^V + h_{ij}^T$. On montre, à partir des équations d'Einstein et au premier ordre en chacun des champs ϕ , ψ , B_i et h_{ij} que les trois types de perturbation évoluent indépendamment les uns des autres. En particulier, la partie vectorielle des perturbations décroît avec le temps et est donc négligée dans les calculs.

La partie tensorielle h_{ij}^T est invariante de jauge ; elle est définie par $h_{ij}^T \delta^{ij} = 0$ et $\forall j, \partial_i h^{ijT} = 0$, ce qui laisse deux degrés de liberté, correspondant aux deux états

de polarisation des ondes gravitationnelles. La production d'onde gravitationnelle primordiale, est une prédiction importante de l'inflation. Les spectres de puissance des fluctuations scalaire et tensorielle sont définis par :

$$\langle g(\mathbf{k})g(\mathbf{k}') \rangle = \frac{2\pi^2}{k^3} \mathcal{P}_g(k) \delta^{(3)}(\mathbf{k} - \mathbf{k}') \quad (1.52)$$

où g représente les fluctuations scalaires ou tensorielles, et \mathbf{k} est le vecteur d'onde de la décomposition de Fourier de g (en coordonnées comobiles). Les spectres ne dépendent que de la norme $|\mathbf{k}| = k$ à cause de l'isotropie de l'Univers. La grande majorité des modèles d'inflation prédisent des fluctuations gaussiennes, qui sont donc entièrement caractérisées par leur spectre $\mathcal{P}(k)$ (moment d'ordre 2).

Dans le cadre de l'approximation du roulement lent, les spectres des fluctuations scalaires et tensorielles dues aux fluctuations quantiques de l'inflaton, sont donnés par :

$$\mathcal{P}_S(k) = \frac{128\pi}{3m_{Pl}^6} \left. \frac{V^3}{V'^2} \right|_{k=aH} \quad (1.53)$$

$$\mathcal{P}_T(k) = \frac{32}{3m_{Pl}^4} \left. V \right|_{k=aH} . \quad (1.54)$$

Les valeurs sont prises pour la valeur de ϕ au moment où la taille de la perturbation $\lambda \sim ak^{-1}$ atteint le rayon de Hubble H^{-1} , c'est-à-dire lorsque les perturbations quantiques sont gelées. On caractérise ces spectres par leurs indices spectraux :

$$n_s(k) - 1 = \frac{d \ln \mathcal{P}_S}{d \ln k} \iff \mathcal{P}_S \propto k^{n_s-1} \quad (1.55)$$

$$n_t(k) = \frac{d \ln \mathcal{P}_T}{d \ln k} \iff \mathcal{P}_T \propto k^{n_t} \quad (1.56)$$

Ainsi, avec $n_s = 1$ et $n_t = 0$, les fluctuations sont invariantes d'échelle. L'inflation prévoit que les spectres ne sont pas tout à fait invariants d'échelle. Les valeurs des indices spectraux sont liées aux paramètres de roulement lent ϵ et η par :

$$n_s - 1 = -6\epsilon + 2\eta \quad (1.57)$$

$$n_t = -2\epsilon \quad (1.58)$$

(ces relations s'obtiennent à partir des définitions (1.53) et (1.54) et celles de ϵ et η et en utilisant $\frac{d \ln V}{d \ln k} = \frac{d \ln V}{d \phi} \frac{d \phi}{dt} \frac{dt}{d \ln k}$ et $d \ln k = d \ln(aH) \simeq H dt$, puisque H est quasiment constant durant l'inflation). Par ailleurs, le rapport des spectres de puissance est $\frac{\mathcal{P}_T}{\mathcal{P}_S} = \frac{m_{pl}^2}{4\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 = 4\epsilon$. On définit aussi le rapport entre les fluctuations d'origine tensorielle et scalaire du CMB :

$$r \equiv \frac{C_l^T}{C_l^S} \simeq 12,4\epsilon \quad (1.59)$$

où l'on note C_l^S et C_l^T les spectres de puissance angulaire. Ainsi l'inflation prévoit une faible contribution du mode tenseur au spectre de fluctuation de température.

Il existe différents modèles d'inflation, que l'on peut classer dans l'une des trois catégories suivantes :

- les modèles à grand champ (*large field models*) : le champ ϕ de l'inflaton démarre avec une valeur élevée et descend ensuite le potentiel vers le minimum à plus petit ϕ . L'inflation chaotique (Linde, 1983), avec un potentiel $V(\phi) = \frac{1}{2}m\phi^2$, fait partie de cette catégorie. Ce modèle est dit chaotique car les conditions initiales sont distribuées de manière aléatoire, et la région qui subit une inflation suffisante engendre notre Univers ;
- les modèles à petit champ (*small field models*) : dans ces modèles, au contraire, le champ ϕ est faible au départ et descend vers le minimum de potentiel à plus haut ϕ . Typiquement, ce type de potentiel a la forme $V(\phi) = 1 - \left(\frac{\phi}{\mu}\right)^p$; il est fréquemment rencontré dans les modèles de brisure spontanée de symétrie.
- les modèles hybrides : un second champ, ψ , intervient ; le premier conduit l'inflation, tandis que le second subit une transition de phase mettant fin à l'inflation. Ce type de potentiel est bâti à partir de ceux de théories supersymétriques.

Dans le plan (r, n_s) , ces trois catégories occupent des régions spécifiques, comme le montre la figure 1.9, de sorte que mesurer ces deux paramètres permettrait de déterminer le type de champ de l'inflation.

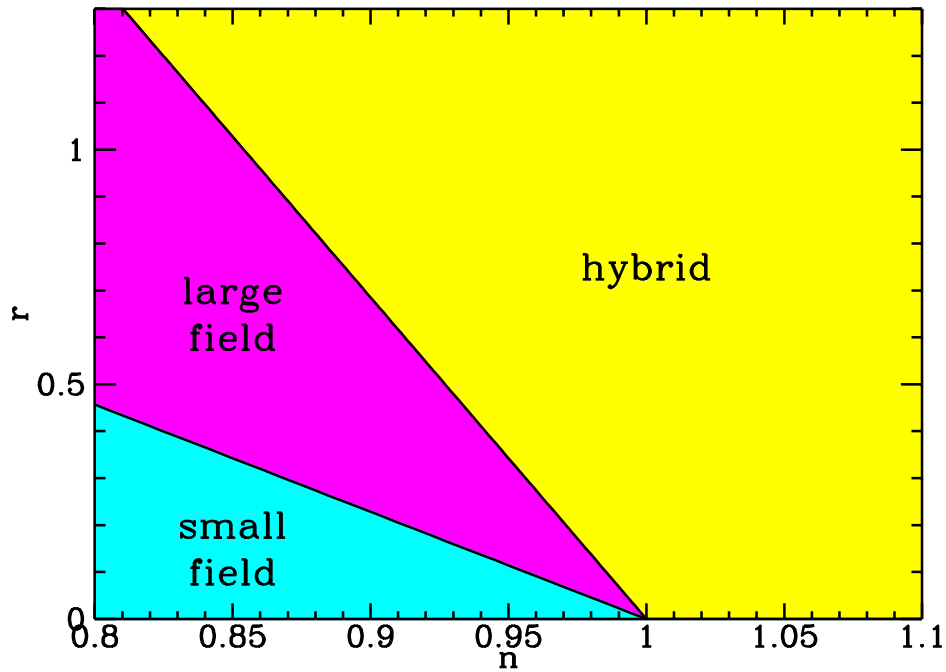


Fig. 1.9: Régions occupées par les différents types d'inflation, grand champ, petit champ et hybride, dans le plan (r, n_s) (Kinney, 1998).

Comment ces paramètres peuvent-ils être mesurés ? Les fluctuations de densité produites par l'inflation ont engendré des fluctuations dans le rayonnement de fond diffus cosmologique, observables aujourd'hui sous la forme d'anisotropies dans la température du CMB. Toutefois, entre la fin de l'inflation et l'émission du CMB, les zones surdenses ont pu s'effondrer sous l'action de la gravitation, de sorte que les anisotro-

pies du CMB dépendent à la fois du spectre de fluctuations primordial (donc des paramètres de l'inflation, n_s , n_t , etc.), mais aussi des paramètres cosmologiques (Ω_T , Ω_b , Ω_{cdm} , h). La partie suivante décrit la physique des anisotropies du CMB et l'influence des différents paramètres cosmologiques sur la forme du spectre de puissance.

1.3 Le fond diffus cosmologique

Les anisotropies du CMB ont pour origine les fluctuations quantiques du champ de l'inflaton. C'est donc par leurs propriétés statistiques que l'on peut remonter aux paramètres de l'inflation et cosmologiques. Nous commençons par définir dans cette section le spectre de puissance angulaire des anisotropies, qui constitue l'outil standard d'analyse du CMB, puis nous décrivons la physique des fluctuations après l'inflation et l'influence des paramètres cosmologiques sur le spectre.

1.3.1 Le spectre des fluctuations

On mesure sur le ciel les fluctuations de température $\Delta T(\mathbf{n})$ par rapport à la température moyenne T_0 . Ces fluctuations résultant de processus aléatoires, ce sont leurs propriétés statistiques que l'on cherche à étudier. Dans le cas de fluctuations gaussiennes, toute l'information statistique est contenue dans la fonction de corrélation à deux points définie par :

$$C(\mathbf{n}_1, \mathbf{n}_2) = \langle \Delta T(\mathbf{n}_1) \Delta T(\mathbf{n}_2) \rangle \quad (1.60)$$

où \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 sont deux directions d'observation, et la moyenne $\langle \cdot \rangle$ est une moyenne sur l'ensemble des réalisations de l'Univers. Les modèles d'inflation les plus simples prédisent des fluctuations gaussiennes, et il est donc légitime de se limiter à la fonction de corrélation à deux points. L'hypothèse d'isotropie de l'Univers implique que la corrélation ne dépend en réalité que de l'écart angulaire entre les deux directions d'observation, c'est-à-dire de $\cos \theta = \mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2$, et on la note alors $C(\theta)$. On peut aussi construire le conjugué de cette quantité dans l'espace des fréquences angulaires. Pour cela, on décompose les fluctuations sur la base des harmoniques sphériques $Y_l^m(\mathbf{n})$:

$$\Delta T(\mathbf{n}) = \sum_{l=1}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^T Y_l^m(\mathbf{n}) \quad \text{avec} \quad a_{lm}^T = \int \Delta T(\mathbf{n}) Y_l^m(\mathbf{n}) d^2 \mathbf{n}. \quad (1.61)$$

où la dernière intégrale porte sur la sphère. Le spectre de puissance des fluctuations est alors défini par :

$$\begin{aligned} \langle a_{lm}^T a_{l'm'}^{T*} \rangle &= \left\langle \int \Delta T(\mathbf{n}_1) Y_l^m(\mathbf{n}_1) d^2 \mathbf{n}_1 \int \Delta T(\mathbf{n}_2) Y_{l'}^{m'*}(\mathbf{n}_2) d^2 \mathbf{n}_2 \right\rangle \\ &= \iint C(\mathbf{n}_1 \cdot \mathbf{n}_2) Y_l^m(\mathbf{n}_1) Y_{l'}^{m'*}(\mathbf{n}_2) d^2 \mathbf{n}_1 d^2 \mathbf{n}_2 \end{aligned} \quad (1.62)$$

En décomposant $C(\theta)$ sur la base des polynômes de Legendre, et en notant $\frac{2l+1}{4\pi}C_l$ les coefficients de la décomposition, on trouve :

$$\langle a_{lm}^T a_{l'm'}^{T*} \rangle = \iint \sum_{l''=0}^{\infty} \frac{2l''+1}{4\pi} C_{l''} P_{l''}(\cos \theta) Y_l^m(\mathbf{n}_1) Y_{l'}^{m'*}(\mathbf{n}_2) d^2\mathbf{n}_1 d^2\mathbf{n}_2 \quad (1.63)$$

Enfin, en utilisant le théorème d'addition des harmoniques sphériques, $P_l(\cos \theta) = \frac{4\pi}{2l+1} \sum_{m=-l}^l Y_l^m(\mathbf{n}_1) Y_l^{m*}(\mathbf{n}_2)$, on trouve :

$$\langle a_{lm}^T a_{l'm'}^{T*} \rangle = C_l \delta_{ll'} \delta_{mm'} \quad (1.64)$$

Le coefficient C_l est le spectre de puissance angulaire et ne dépend donc que du paramètre l , appelé multipôle, qui définit l'échelle angulaire θ des fluctuations : $l \sim 200/\theta$, avec θ exprimé en degrés. Le monopôle $l = 0$ correspond à la moyenne de la température, soit $T_0 = 2,725$ K. Le terme dipolaire du développement, $l = 1$, est de la forme $\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}_0$: l'effet Doppler dû au mouvement de l'observateur par rapport au référentiel du CMB joue uniquement sur ce terme dipolaire, mais n'a aucune influence sur les autres termes. Le satellite COBE a mesuré précisément ce dipôle (dans le référentiel du système solaire) : sa direction est donnée par $(l, b) = (264,31^\circ \pm 0,04^\circ \pm 0,16^\circ, +48,05^\circ \pm 0,02^\circ \pm 0,09^\circ)$ et son amplitude est de $3,358 \pm 0,001 \pm 0,023$ mK (Lineweaver et al., 1996). Pour les autres termes, l'indépendance vis-à-vis de m découle de l'isotropie des propriétés statistiques des fluctuations. Ainsi, chacun des coefficients a_{lm} est indépendant (à l'exception de la condition de réalité de la température, $a_{lm}^* = a_{l-m}$), et a une variance C_l .

En pratique, on ne peut observer qu'une seule réalisation statistique de l'Univers. On estime donc la valeur de la variance C_l pour un multipôle l donné avec la moyenne des $2l + 1$ coefficients a_{lm} indépendants (le coefficient réel a_{l0} et les $2l$ parties réelles et imaginaires indépendantes de a_{lm} pour $m > 0$) :

$$\tilde{C}_l = \frac{1}{2l+1} \sum_{m=-l}^l |a_{lm}|^2 \quad (1.65)$$

où l'on a noté \tilde{C}_l l'estimateur de C_l .

1.3.2 La physique du CMB

Nous avons déjà décrit, dans le paragraphe 1.1.8, les caractéristiques spectrales du rayonnement de fond cosmologique. Toutefois, la température mesurée sur le ciel n'est pas uniforme : l'expérience DMR embarquée sur le satellite COBE a notamment mesuré des fluctuations à grande échelle ($> 7^\circ$ ou $l \lesssim 20$), et plus récemment, les expériences BOOMERANG, MAXIMA, ARCHEOPS, WMAP pour n'en citer que quelques unes, ont mesuré des fluctuations à l'échelle du degré. La figure 1.10 montre l'ensemble des résultats récents. On voit clairement deux pics (à $l \sim 200$ et $l \sim 550$), que l'on appelle pics acoustiques.

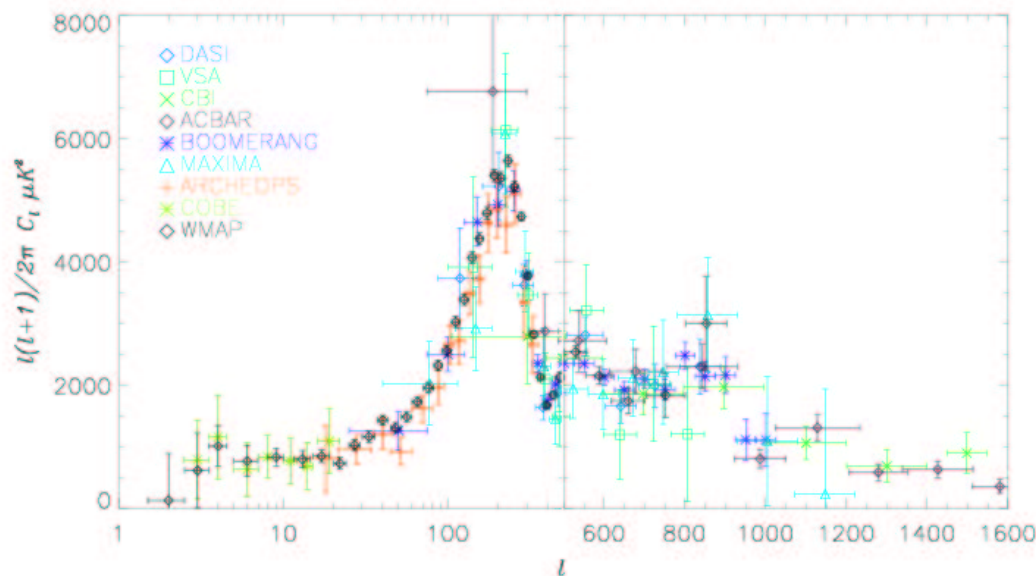


Fig. 1.10: Spectre de fluctuation de température du CMB mesuré, avec différentes expériences. L'échelle est logarithmique entre $l = 1$ et $l = 500$, puis linéaire. Le paramètre l correspond à l'inverse de l'échelle angulaire $l \sim 200/\theta$ avec θ en degrés.

Les oscillations acoustiques

Après la nucléosynthèse, l'Univers est essentiellement composé de protons (ainsi que des noyaux d'hélium), d'électrons et de photons. Il existe aussi, nous l'avons vu, des fluctuations de densité générées pendant l'inflation. L'amplitude de ces fluctuations reste constante tant que le rayonnement domine l'expansion de l'Univers. En revanche, à partir de l'égalité matière rayonnement, l'expansion est gouvernée par la matière et les zones surdenses peuvent s'effondrer sous l'action de la gravité. La température dans la zone surdense augmente, conduisant à l'augmentation de la pression de radiation. Les baryons étant, à cette époque, fortement couplés au rayonnement, l'amplitude de la surdensité diminue ainsi que la température et donc la pression de radiation. La gravité l'emporte et entraîne un nouvel effondrement : les baryons et les photons connaissent donc une phase d'oscillation de densité, que l'on appelle oscillation acoustique. Pour entrer dans une phase d'oscillation, la taille de la fluctuation doit être plus petite que le rayon de Hubble. Les fluctuations à petite échelle sont donc les premières à osciller. Les oscillations cessent à partir du moment où le couplage baryon-photon devient négligeable, c'est-à-dire lorsque la matière devient neutre, à la recombinaison. Les baryons peuvent alors s'effondrer librement dans les puits de potentiel de la matière noire, cette dernière n'ayant pas oscillé car son couplage avec le rayonnement est faible. Ils formeront les grandes structures, galaxies et amas de galaxies. Les photons peuvent alors s'échapper des puits de potentiel, et se propager librement. On les observe aujourd'hui sous la forme d'un rayonnement quasiment isotrope, aux fluctuations près, liées aux fluctuations de densité des baryons à l'époque du découplage.

Les anisotropies du CMB

La figure 1.11 illustre le mécanisme des oscillations acoustiques et l’empreinte laissée sur le spectre de puissance angulaire. Une fois émis, les photons du CMB subissent différents effets, qui, combinés, engendrent les anisotropies observées. On les classe généralement en deux catégories, suivant qu’ils se produisent juste après l’émission ou tout au long du trajet jusqu’à nous.

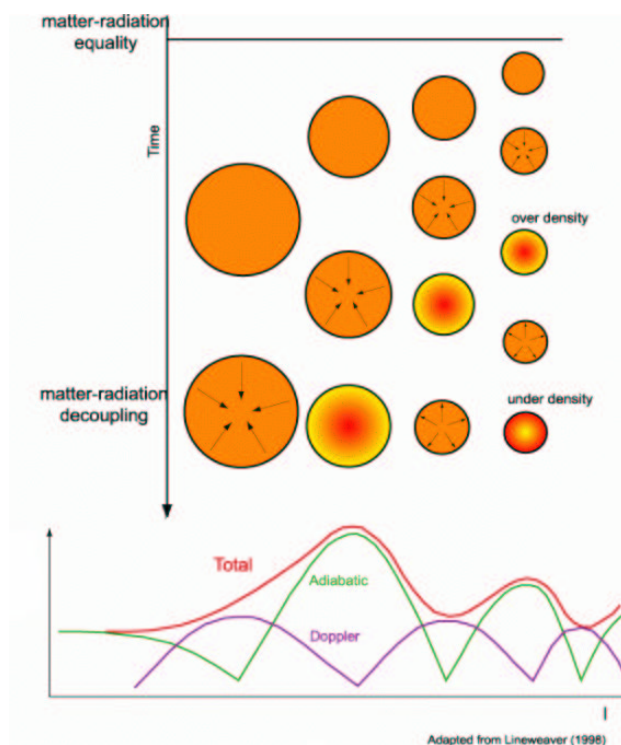


Fig. 1.11: Oscillations acoustiques dans le fluide cosmique entre l’égalité matière rayonnement et le découplage. De gauche à droite, figure l’échelle des fluctuations, des plus grandes aux plus petites, et le temps s’écoule de haut en bas. Les premières fluctuations à pénétrer dans le rayon de Hubble sont les plus petites, qui ont ainsi le temps d’osciller plusieurs fois. Les courbes dans la partie inférieure représentent le spectre de fluctuation attendu : il est composé d’une partie due aux maxima et minima de densité, indiquée en vert, et d’une partie due à l’effet Doppler, en violet. Les plus grandes échelles, à gauche, n’ont pas eu le temps de s’effondrer avant le découplage matière rayonnement, et c’est pourquoi le spectre y est plat. Figure adaptée de (Lineweaver, 1997).

Le premier effet fondamental est l’effet Sachs-Wolfe : un photon sortant d’un puits de potentiel perd de l’énergie. Au total, bien que le photon soit plus «chaud» (à cause de la surpression dans la surdensité), il ressort plus «froid» que la moyenne. Ainsi, la température du CMB apparaît plus élevée dans les zones sous-denses au moment du découplage et inversement. Par ailleurs, au moment de la dernière diffusion, les électrons diffuseurs ont une vitesse propre, induisant un effet Doppler sur les photons. L’effet Doppler est minimal pour une fluctuation ayant atteint un extremum de den-

sité, et maximal pour une densité moyenne. Dans le spectre de puissance, ces trois effets résultent en oscillations en opposition de phase, et comme les pics Doppler sont plus faibles que les pics acoustiques (de densité), ce sont ces derniers que l'on voit (*cf.* figure 1.11). Enfin, la diffusion des photons au moment du découplage, ainsi que l'épaisseur non nulle de la surface de dernière diffusion ont tendance à amortir les petites fluctuations : les anisotropies à des échelles inférieures à $0,2^\circ$ sont exponentiellement amorties (Silk, 1968).

Après leur émission, les photons sont encore perturbés par les puits de potentiel gravitationnel : les effets Sachs-Wolfe intégrés, précoce et tardif, et l'effet Rees-Sciama ont tous les trois pour origine la variation du potentiel gravitationnel au cours du passage des photons. Les des premiers effets ont une influence aux grandes échelles angulaires, tandis que le dernier, qui est dû à l'évolution non linéaire des fluctuations et à la formation des structures, n'a un effet qu'en-dessous du dixième de degrés.

Les photons du CMB peuvent aussi être diffusés à nouveau après leur émission s'ils traversent un milieu ionisé. Les amas de galaxies contiennent un plasma de protons et d'électrons, à une température typique de $T_{amas} \sim 10^6$ K, dans lequel les photons peuvent être diffusé par effet Compton inverse. Après diffusion, les photons ont gagné de l'énergie, ce qui induit une distortion du spectre de corps noir : on peut observer un excès de photons au-dessus de 217 GHz et un défaut au-dessous, et ce indépendamment de la distance de l'amas (Sunyaev et Zel'dovich, 1972). Les amas de galaxies ayant une taille maximale de quelques minutes d'arc, elles n'influent sur le spectre que pour $l \gtrsim 2000$. Cet effet présente toutefois l'intérêt de permettre la détection des amas de galaxies à grand z , l'étude leur caractéristique et éventuellement leur évolution, et enfin, à travers la fonction de distribution de masse $f(M, z)$, de mesurer les paramètres cosmologiques H_0 , Ω_m et Ω_Λ (Carlstrom et al., 2002).

Gunn et Peterson ont observé en 1965 sur les quasars et les galaxies lointaines que le milieu intergalactique absorbe très peu la raie Lyman- α , indiquant que l'essentiel des atomes d'hydrogène est ionisé, au moins à partir de $z \sim 5$ (Gunn et Peterson, 1965). Les rayonnements ultraviolets intenses des premiers quasars et des premières galaxies sont probablement à l'origine de cette réionisation du milieu intergalactique. La limite inférieure du décalage vers le rouge de la réionisation est donnée par les mesures sur les plus lointains quasars : $z_{reion} \geq 5,64$ (Haiman et Knox, 1999). Cette réionisation a une incidence sur les photons du CMB puisque ceux-ci vont subir une diffusion Thomson pendant leur trajet sur les électrons libres du milieu intergalactique. On caractérise la réionisation par l'épaisseur optique τ du milieu traversé par les photons entre les instants t_i et t_0 :

$$\tau \equiv \int_{t_i}^{t_0} \sigma_T n_e(t) dt \quad (1.66)$$

avec σ_T la section efficace Thomson et $n_e(t)$ la densité d'électrons libres. Un photon a donc une probabilité $1 - e^{-\tau}$ d'interagir avec un électron durant son trajet jusqu'à nous. La réionisation modifie le spectre de puissance à grande échelle, aussi bien sur la température que sur la polarisation du CMB, mais c'est cette dernière qui permet une mesure précise de τ , comme nous le verrons lorsque nous discuterons des résultats de WMAP.

1.3.3 Influence des paramètres cosmologiques

L'influence des paramètres cosmologiques et des paramètres de l'inflation sur le spectre de puissance de la température a été traité de façon très complète par (Hu, 1995). Il est possible, connaissant les spectres de puissance primordiaux et les paramètres cosmologiques de calculer exactement le spectre C_l . L'ensemble des figures 1.12 montre l'influence de quelques paramètres cosmologiques sur le spectre de fluctuations attendu.

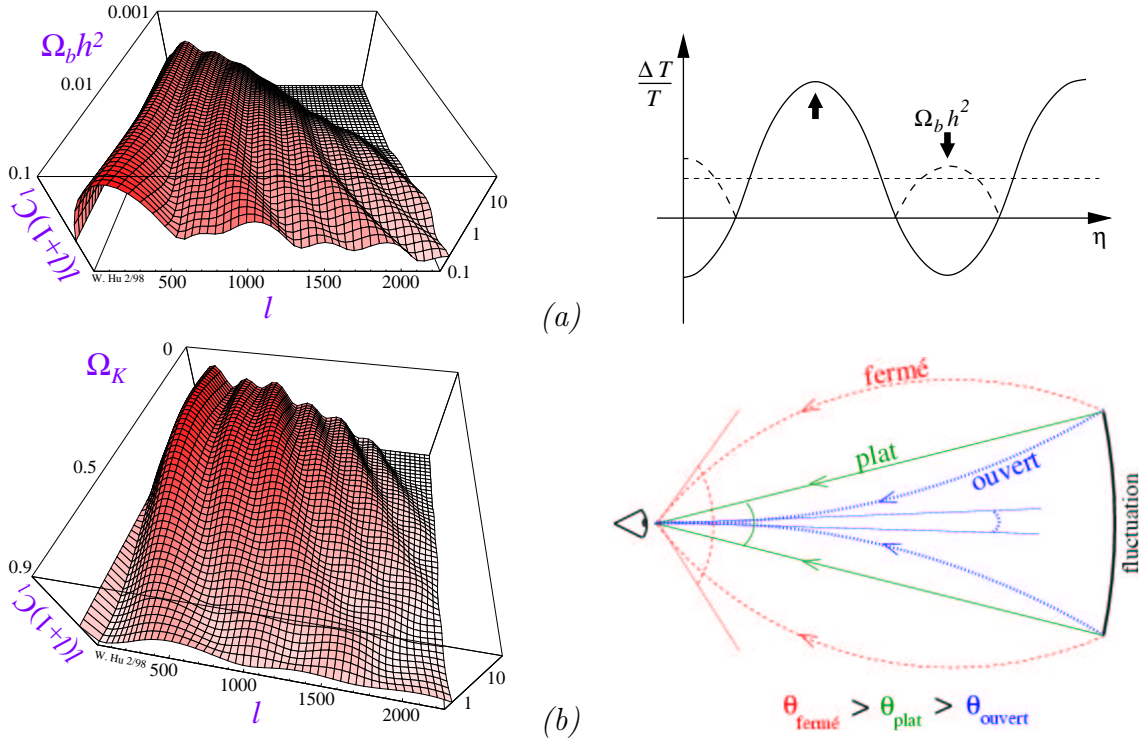


Fig. 1.12: Influence des paramètres $\Omega_b h^2$ (a) et Ω_k (b) sur le spectre de puissance des fluctuations de température. La densité de baryons déplace le point d'équilibre de l'oscillateur effectif, conduisant à une compression plus importante que la dilatation, et ainsi modifie le rapport entre les hauteurs des pics impairs (compression) et pairs (dilatation). La densité totale, ou la courbure, modifie l'angle sous lequel sont vues les fluctuations, translatant les pics acoustiques en l . Figures adaptées de (Hu et al., 1997).

Par exemple, la densité de baryons peut être mesurée grâce au rapport entre le premier et le second pic acoustique, car des baryons plus nombreux renforcent l'effet de la gravité sans augmenter la pression de radiation : la compression est plus profonde, ce qui renforce les pics correspondant, c'est-à-dire les pics impairs, par rapport aux pics de dilatation.

Le spectre est aussi très sensible à la courbure, donc à la densité totale Ω_T : en effet, la taille des fluctuations de densité au moment du découplage dépend du rayon

de Hubble à l'époque de la recombinaison. L'angle sous lequel on les voit sur le ciel dépend donc essentiellement de la géométrie, comme indiqué sur la figure 1.12.

Le satellite WMAP a publié récemment les mesures les plus précises à ce jour du spectre C_l entre $l = 2$ et $l \sim 600$ (Spergel et al., 2003), permettant d'obtenir les valeurs de nombreux paramètres cosmologiques avec une grande précision. La figure 1.13 et le tableau 1.1 résument ces résultats.

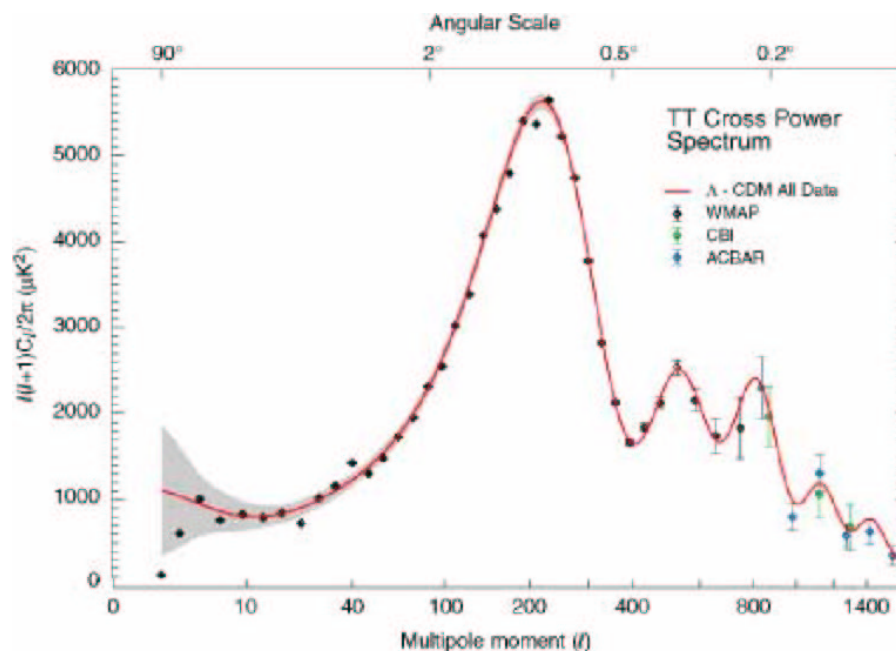


Fig. 1.13: Mesure du spectre angulaire de température par WMAP (adapté de (Spergel et al., 2003)). Les données de CBI et ACBAR ont été utilisées pour la détermination des paramètres cosmologiques.

1.4 La polarisation du fond diffus cosmologique

Jusqu'à maintenant nous avons décrit l'origine des fluctuations de l'intensité du rayonnement, sans aborder la question de sa polarisation éventuelle. Or, la diffusion Thomson des photons par les électrons est susceptible de polariser partiellement un rayonnement initialement non polarisé, si le rayonnement incident sur l'électron diffuseur est anisotrope. Nous commencerons par indiquer la manière dont est générée la polarisation du CMB, puis nous décrirons son analyse statistique. Enfin, nous verrons les informations sur la cosmologie que l'on peut tirer de la mesure de la polarisation.

| Paramètres | Symbole | Valeur |
|--|------------------|----------------------------|
| Densité totale | Ω_T | $1,02 \pm 0,02$ |
| Densité de baryon | Ω_b | $0,044 \pm 0,004$ |
| Densité d'énergie noire | Ω_Λ | $0,73 \pm 0,04$ |
| Densité de matière | Ω_m | $0,27 \pm 0,04$ |
| Densité de neutrinos | Ω_ν | $< 0,015$ |
| Constante de Hubble (km/s/Mpc) | H_o | 71^{+4}_{-3} |
| Normalisation du spectre de puissance (pour $k_o = 0,05 \text{ Mpc}^{-1}$) | A_S | $0,833^{+0,086}_{-0,083}$ |
| Indice spectral scalaire (pour $k_o = 0,05 \text{ Mpc}^{-1}$) | n_s | $0,93 \pm 0,03$ |
| Pente de l'indice spectral (pour $k_o = 0,05 \text{ Mpc}^{-1}$) | $dn_s/d \ln k$ | $-0,031^{+0,016}_{-0,018}$ |
| Rapport tenseur/scalaire (pour $k_o = 0,002 \text{ Mpc}^{-1}$) | r | $< 0,71$ |

Tab. 1.1: Paramètres cosmologiques déduits des mesures du CMB par WMAP, tels que présentés dans (Spergel et al., 2003). Des mesures à plus petites échelles sont aussi utilisées, comme celles de CBI ou ACBAR pour le CMB à des multipôles $l \gtrsim 800$, ou celles du sondage profond de galaxies 2dFGRS, donnant une mesure astrophysique du spectre de puissance $\mathcal{P}_S(k)$. Les modèles d'inflation prédisent une variation lente de l'indice spectral avec k . Les données actuelles semblent indiquer une telle évolution ($dn_s/d \ln k \neq 0$).

1.4.1 La génération de la polarisation

La diffusion Thomson

La diffusion Thomson correspond à la diffusion élastique d'un photon sur un électron, à faible énergie. Pour des états de polarisation initiale et finale et des directions d'incidence et de diffusion données, la section efficace est donnée simplement par :

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \frac{3\sigma_T}{8\pi} |\boldsymbol{\epsilon} \cdot \boldsymbol{\epsilon}'|^2 \quad (1.67)$$

où l'on a noté $\boldsymbol{\epsilon}$ et $\boldsymbol{\epsilon}'$ les directions de polarisation des faisceaux respectivement incident et diffusé, et σ_T est la section efficace Thomson totale, qui vaut $\sigma_T = 8\pi r_e^2/3 = 6,65 \times 10^{-29} \text{ m}^2$. La figure 1.14a précise les notations adoptées. Si le rayonnement reçu par l'électron est isotrope et non-polarisé, le faisceau diffusé ne sera pas non plus polarisé. En revanche, une anisotropie dans le rayonnement incident peut engendrer une polarisation rectiligne partielle du faisceau diffusé, comme l'illustre la figure 1.14b. On considère ici deux rayons incidents venant de deux directions orthogonales, et on observe le rayonnement diffusé dans une direction perpendiculaire au plan des faisceaux incidents. Dans ce cas de figure, la polarisation du faisceau diffusé est perpendiculaire au plan de diffusion. Si les deux faisceaux incidents ont la même intensité, le faisceau diffusé ne sera pas polarisé. En revanche, une différence d'intensité des deux directions d'incidence engendrera une polarisation rectiligne partielle du rayonnement diffusé, comme le montre la figure.

Nous allons montrer quel type d'anisotropies est nécessaire pour engendrer de

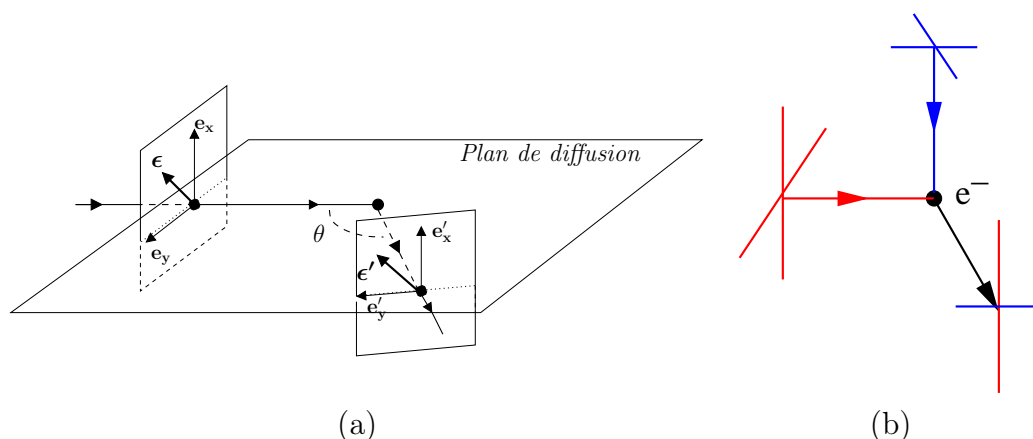


Fig. 1.14: Diffusion Thomson : (a) la section efficace de diffusion dépend uniquement de l'état de polarisation des faisceaux incident et diffusé notés ici ϵ et ϵ' ; (b) cas particulier avec $\theta = \pi/2$: si le rayonnement incident sur l'électron diffuseur est anisotrope, le rayonnement diffusé peut être polarisé rectilignement (voir texte).

la polarisation par le mécanisme de la diffusion Thomson, mais avant cela, il est nécessaire d'introduire les paramètres de Stokes, qui permettent de caractériser l'état de polarisation d'un rayonnement.

Les paramètres de Stokes

Le champ électrique d'une onde plane quasi monochromatique de pulsation ω et de vecteur d'onde \mathbf{k} peut se décomposer sur les deux axes transverses à la direction de propagation :

$$\mathbf{E} = \text{Re} [E_x(t)\mathbf{e}_x + E_y(t)\mathbf{e}_y] \quad (1.68)$$

avec \mathbf{e}_x et \mathbf{e}_y des vecteurs unitaires tels que $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{k})$ forment un trièdre direct. $E_x(t)$ et $E_y(t)$ sont les valeurs, représentées avec la notation complexe, des champs électriques suivant les axes x et y . L'état de polarisation de l'onde est caractérisé par la corrélation temporelle existant entre les composantes $E_x(t)$ et $E_y(t)$. Rappelons qu'il existe trois états de polarisation possibles : l'état non-polarisé, comme la lumière naturelle (dans ce cas, il n'existe aucune corrélation entre les composantes), la polarisation rectiligne et la polarisation circulaire.⁹ La polarisation est rectiligne si les composantes E_x et E_y oscillent en phase, et circulaire si elles sont en quadrature (et leurs amplitudes égales).

Le premier paramètre de Stokes est l'intensité totale du rayonnement :

$$I = \langle |E_x|^2 \rangle + \langle |E_y|^2 \rangle \quad (1.69)$$

Il se mesure expérimentalement soit avec un détecteur insensible à la polarisation (par exemple un bolomètre), soit en mesurant l'intensité suivant deux directions perpendiculaires et en les sommant (cas des radiomètres). La polarisation rectiligne introduit

⁹ La polarisation elliptique peut s'écrire comme la superposition d'une polarisation rectiligne et d'une polarisation circulaire

une différence d'intensité entre deux directions de polarisation. Le second paramètre de Stokes est justement défini comme la différence d'intensité entre deux axes x et y :

$$Q = \langle |\mathbf{E}_x|^2 \rangle - \langle |\mathbf{E}_y|^2 \rangle. \quad (1.70)$$

Toutefois, si la direction de la polarisation rectiligne est à 45° des axes x et y , le paramètre Q est nul. Un autre paramètre est nécessaire pour caractériser complètement la polarisation rectiligne : c'est le paramètre de Stokes U défini comme étant le paramètre Q' mesuré dans un repère $(\mathbf{e}'_x, \mathbf{e}'_y)$ tourné à 45° par rapport au repère $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$. Dans ce nouveau repère, les composantes de \mathbf{E} s'écrivent $E_{x'} = (E_x + E_y)/\sqrt{2}$ et $E_{y'} = -(E_x - E_y)/\sqrt{2}$, d'où le paramètre U :

$$U = \langle |E_{x'}|^2 \rangle - \langle |E_{y'}|^2 \rangle = \langle \mathbf{E}_x \mathbf{E}_y^* \rangle + \langle \mathbf{E}_x^* \mathbf{E}_y \rangle. \quad (1.71)$$

Enfin, la polarisation circulaire est mesurée en la transformant en polarisation rectiligne grâce à une lame quart d'onde. Celle-ci introduit un déphasage de $\pi/2$ pour E_x : $E_{x'} = E_x e^{i\pi/2}$ et $E_{y'} = E_y$. Les champs E_x et E_y , auparavant en quadrature de phase, deviennent en phase, et la polarisation est donc rectiligne à 45° des axes. Le paramètre Q' après la lame quart-d'onde est donc nul, et c'est le paramètre U' qui caractérise la polarisation circulaire. C'est le quatrième paramètre de Stokes, V :

$$V = \langle E_{x'} E_{y'}^* \rangle + \langle E_{x'}^* E_{y'} \rangle = i (\langle \mathbf{E}_x \mathbf{E}_y^* \rangle - \langle \mathbf{E}_x^* \mathbf{E}_y \rangle) \quad (1.72)$$

Remarquons que les paramètres I et V sont par définition¹⁰ indépendants du choix du repère $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$, tandis que Q et U en dépendent. On montre facilement que dans une rotation d'un angle ψ du repère, les paramètres Q et U se transforment selon :

$$Q' = Q \cos 2\psi + U \sin 2\psi \quad (1.73)$$

$$U' = -U \sin 2\psi + Q \cos 2\psi. \quad (1.74)$$

où l'on a noté avec un Q' et U' les paramètres de Stokes dans le nouveau repère.

Le degré de polarisation p est donné à partir des paramètres de Stokes par :

$$p = \frac{\sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}}{I}. \quad (1.75)$$

L'inégalité $I \geq \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}$ étant toujours vérifiée, on a bien $p \leq 1$. Le signal reçu par un détecteur, après passage d'une onde plane, caractérisée par (I, Q, U, V) , à travers un polariseur tourné d'un angle θ et d'une lame à retard induisant un déphasage de ε sur E_x , est donné par la relation :

$$I(\theta; \varepsilon) = \frac{1}{2} [I + Q \cos 2\theta + (U \cos \varepsilon + V \sin \varepsilon) \sin 2\theta] \quad (1.76)$$

¹⁰ Dans le cas du paramètre V , cela vient du fait que la lame quart-d'onde transforme la polarisation circulaire en polarisation rectiligne d'orientation fixée (à 45° de \mathbf{e}_x), de sorte qu'elle n'est décrite que par le paramètre U' ; une rotation du repère fera tourner d'autant la direction de polarisation, laissant $U' = V$ constant.

qui permet de retrouver, comme cas particulier, les définitions des paramètres Q , U et V . La direction de la polarisation linéaire, définie comme la direction $\beta = \theta_{max}$ du polariseur telle que le signal mesuré soit maximal, est donnée par :

$$\beta = \frac{1}{2} \arctg \frac{U}{Q} \quad (1.77)$$

Enfin, une propriété importante des paramètres de Stokes est qu'ils sont additifs pour des ondes incohérentes. Ainsi, il est toujours possible de décomposer un rayonnement quelconque définie par (I, Q, U, V) en une partie totalement polarisée ($I_P = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2}, Q, U, V$) et une partie non polarisée ($I_{NP} = I - I_P, 0, 0, 0$). Ainsi, deux paramètres exactement sont nécessaires pour décrire une onde totalement polarisée linéairement : la direction de la polarisation et son intensité.

Des anisotropies à la polarisation

Nous allons maintenant déterminer le type d'anisotropie nécessaire pour générer de la polarisation grâce à la diffusion Thomson. Le rayonnement incident, non polarisé, est caractérisé uniquement par son intensité $I(\theta, \phi)$, et le rayonnement diffusé par (I', Q', U', V') . On va plutôt utiliser les intensités suivant les axes x et y , $I'_x = (I' + Q')/2$ et $I'_y = (I' - Q')/2$, et de même pour le faisceau incident. Cette notation nous permet d'écrire directement l'intensité diffusée à partir de l'équation 1.67 :

$$I'_x = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \left[I_x(\epsilon_x \cdot \epsilon'_x)^2 + I_y(\epsilon_y \cdot \epsilon'_x)^2 \right] = \frac{3\sigma_T}{16\pi} I \quad (1.78)$$

$$I'_y = \frac{3\sigma_T}{8\pi} \left[I_x(\epsilon_x \cdot \epsilon'_y)^2 + I_y(\epsilon_y \cdot \epsilon'_y)^2 \right] = \frac{3\sigma_T}{16\pi} I \cos^2 \theta \quad (1.79)$$

ou encore, en revenant aux paramètres de Stokes :

$$I' = \frac{3\sigma_T}{16\pi} I (1 + \cos^2 \theta) \quad (1.80)$$

$$Q' = \frac{3\sigma_T}{16\pi} I \sin^2 \theta \quad (1.81)$$

En tournant le repère $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ de 45° , on montre de la même manière que $U' = 0$. Par ailleurs, la diffusion Thomson ne permet pas de produire de la polarisation circulaire¹¹, donc $V' = 0$. Le signal reçu est la somme des signaux atteignant l'électron et diffusé dans la même direction d'observation. Les différents rayons étant incohérents, on peut sommer les paramètres de Stokes, en faisant attention toutefois à calculer Q' et U' dans le même repère, par une rotation d'un angle ϕ . Tout calcul fait, on trouve :

$$I'_{tot} = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int d\Omega (1 + \cos^2 \theta) I(\theta, \phi) \quad (1.82)$$

$$Q'_{tot} = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \int d\Omega \sin^2 \theta \cos 2\phi I(\theta, \phi) \quad (1.83)$$

¹¹ Pour cela, il faudrait introduire un déphasage entre deux directions de polarisation, ce que ne fait pas la diffusion Thomson

$$U'_{tot} = -\frac{3\sigma_T}{16\pi} \int d\Omega \cos^2 \theta \sin 2\phi I(\theta, \phi) \quad (1.84)$$

Le signal incident $I(\theta, \phi)$ peut se décomposer sur la base des harmoniques sphériques : $I(\theta, \phi) = \sum_{l,m} a_{lm}^I Y_l^m(\theta, \phi)$. En utilisant l'orthonormalité des harmoniques sphériques et les expressions de Y_0^0 , Y_2^0 et Y_2^2 , on trouve :

$$I'_{tot} = \frac{3\sigma_T}{16\pi} \left\{ \frac{8}{3} \sqrt{\pi} a_{00} + \frac{4}{3} \sqrt{\frac{\pi}{5}} a_{20} \right\} \quad (1.85)$$

$$Q'_{tot} = \frac{3\sigma_T}{4\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \operatorname{Re}(a_{22}), \quad U'_{tot} = -\frac{3\sigma_T}{4\pi} \sqrt{\frac{2\pi}{15}} \operatorname{Im}(a_{22}) \quad (1.86)$$

Ainsi, seule une anisotropie de type quadrupolaire ($a_{22} \neq 0$) est susceptible de générer de la polarisation linéaire.

La question se pose alors : existait-il des quadrupôles au moment du découplage ? Avant cette époque, la densité d'électrons libres est très importante, de sorte que le libre parcours moyen λ des photons est très faible. Les électrons et les photons forment alors un fluide fortement couplé, et, dans le référentiel propre des électrons, la distribution des photons présente une structure dipolaire, due à la vitesse propre du fluide, qui n'engendre pas de polarisation. Ce n'est qu'à la fin de la recombinaison, le libre parcours moyen augmentant, que le terme quadrupolaire, lié aux gradients de vitesse du fluide, devient non négligeable (Seljak et Zaldarriaga, 1998). Après la recombinaison, il n'y a plus d'électrons libres susceptibles d'engendrer de la polarisation, même si une réionisation précoce du milieu intergalactique pourra polariser à nouveau le CMB, aux grandes échelles angulaires.

Nous allons voir plus précisément dans le paragraphe suivant les différents types de polarisation que peuvent engendrer les fluctuations scalaires et tensorielles.

1.4.2 Description de la polarisation

Les différents types de fluctuations, scalaire, vectorielle et tensorielle, génèrent des quadrupôles dans le fluide, et peuvent par conséquent engendrer de la polarisation. Nous ne discuterons pas des fluctuations vectorielles, car leur amplitude décroît avec l'expansion, et leur effet est donc négligeable.

En revanche, les fluctuations scalaires et tensorielles ont des effets différents sur la structure de la polarisation induite. Pour le voir plus aisément, nous allons d'abord définir de nouveaux champs, scalaires, caractérisant la polarisation.

Les champs scalaires E et B

Dans le paragraphe 1.4.1, nous avons introduit les paramètres de Stokes qui caractérisent l'état de polarisation d'un rayonnement, et peuvent être mesurés directement par une expérience. Toutefois, Q et U présentent l'inconvénient d'être dépendants du choix du repère.

On définit donc (Zaldarriaga et Seljak, 1997) deux champs scalaires $E(\theta, \phi)$ et $B(\theta, \phi)$ sur la sphère. La figure 1.15 illustre comment ces champs sont construits à partir des paramètres Q et U . Autour d'une direction d'observation \mathbf{n} , on calcule les paramètres de Stokes Q_{rad} et U_{rad} dans un repère radial. Dans le cadre d'une approximation locale, on peut définir les champs E et B par :

$$E(\mathbf{n}) = - \int d^2 \mathbf{n}' w(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') Q_{rad}(\mathbf{n}') \quad (1.87)$$

$$B(\mathbf{n}) = - \int d^2 \mathbf{n}' w(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') U_{rad}(\mathbf{n}') \quad (1.88)$$

où $w(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}')$ est une fonction de pondération ne dépendant que du «rayon» du cercle. La définition usuelle des champs E et B correspond au choix $w(\theta) = 1/\theta^2$, avec $\theta = (\mathbf{n}, \mathbf{n}')$ (Zaldarriaga, 2001).

Il est clair, d'après la définition, que E et B sont invariants par rotation autour de la direction \mathbf{n} , contrairement à Q et U . En revanche, E et B se distinguent par leur comportement vis-à-vis d'une réflexion : E est invariant (c'est un scalaire) alors que B change de signe (c'est un pseudo-scalaire). C'est là l'origine de la notation E et B , par référence aux champ électriques et magnétiques, qui sont des champs vectoriels et pseudo-vectoriels respectivement.

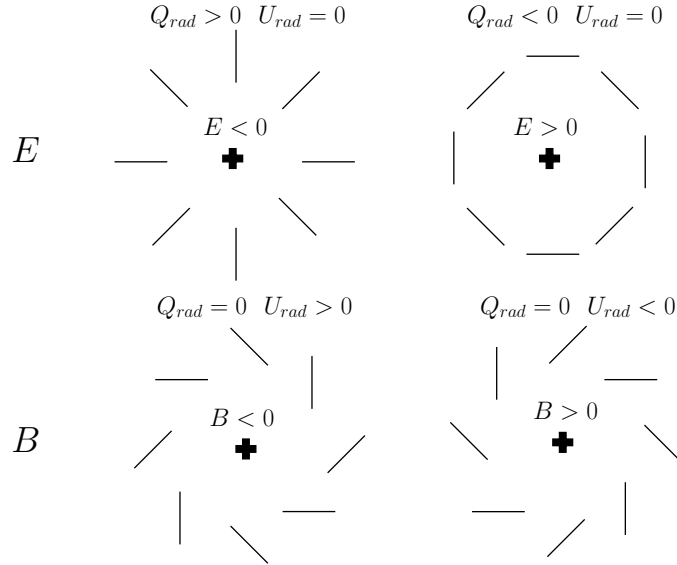


Fig. 1.15: Définition des champs scalaires E et B : les champs E et B sont définis à partir des paramètres de Stokes Q et U mesurés dans un repère radial par rapport au point considéré (la croix, au centre). Le champ E est donné par l'intégrale sur des cercles concentriques de Q_{rad} , tandis que B est donné par l'intégrale de U_{rad} . On voit immédiatement sur la figure les propriétés de symétrie de ces deux quantités : E est invariant par réflexion par rapport à n'importe quel plan passant par le point considéré, tandis que B change de signe dans cette transformation.

Fluctuations scalaires et tensorielles

En plus de permettre de manipuler des quantités scalaires, les champs E et B présentent l'intérêt de distinguer les fluctuations scalaires et tensorielles.

Considérons une fluctuation de densité scalaire, de vecteur d'onde \mathbf{k} . On note \mathbf{n} la direction d'observation, et on peut définir dans le plan perpendiculaire à \mathbf{n} un système d'axes $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$ tel que \mathbf{e}_x soit dans le plan (\mathbf{k}, \mathbf{n}) et \mathbf{e}_y perpendiculaire. La symétrie par rotation autour de \mathbf{k} des modes scalaires implique que $U = 0$ dans ce repère. Maintenant, que se passe-t-il pour un cercle centré sur la direction \mathbf{n} ? D'après la remarque précédente, la polarisation doit être invariante par réflexion par rapport au plan (\mathbf{k}, \mathbf{n}) , et donc aucune polarisation de type B ne peut être générée (voir la figure 1.16 à gauche). Ainsi, **les fluctuations scalaires ne peuvent engendrer que de la polarisation E** , invariante par parité.

Une perturbation tensorielle, en revanche, correspond à une onde gravitationnelle. La métrique est modifiée dans le plan transverse à la direction de propagation, avec deux modes possibles (+ et \times) illustrés sur la figure 1.16 (à droite). L'invariance par réflexion autour du plan (\mathbf{k}, \mathbf{n}) n'est en général pas respectée dans ce type de perturbation. Le raisonnement précédent, pour les perturbations scalaires, n'est donc plus valable, et il est possible d'obtenir une polarisation de type B .

Statistique de la polarisation

De la même manière que pour la température (voir paragraphe 1.3.1), on peut décomposer les champs scalaires E et B sur la base des harmoniques sphériques :

$$E(\mathbf{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^E Y_l^m(\mathbf{n}) \quad \text{et} \quad B(\mathbf{n}) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^B Y_l^m(\mathbf{n}) \quad (1.89)$$

et définir les spectres de puissance des fluctuations par :

$$C_l^{EE} = \langle a_{lm}^E a_{lm}^{E*} \rangle \quad \text{et} \quad C_l^{BB} = \langle a_{lm}^B a_{lm}^{B*} \rangle. \quad (1.90)$$

Par ailleurs, la polarisation étant liée aux anisotropies de température, il peut exister une corrélation entre température et polarisation. On définit donc aussi les spectres de corrélation : C_l^{TE} , C_l^{TB} et C_l^{EB} . à cause de la différence de parité entre les modes T, E d'une part et le mode B d'autre part, les corrélations TB et EB sont nulles (Zaldarriaga et Seljak, 1997). Il reste la corrélation TE :

$$C_l^{TE} = \langle a_{lm}^T a_{lm}^{E*} \rangle \quad (1.91)$$

(on peut vérifier facilement que cette quantité est bien réelle). La figure 1.17 montre les spectres attendus pour le modèle cosmologique standard actuel (Spergel et al., 2003), avec une réionisation précoce, à $z \sim 17$, et un rapport tenseur/scalaire $r = 0,1$ (voir page 31). On trouve, dans l'ordre, du plus fort au plus faible : le spectre de température, le spectre de corrélation TE (inférieur d'un facteur ~ 50), le spectre de

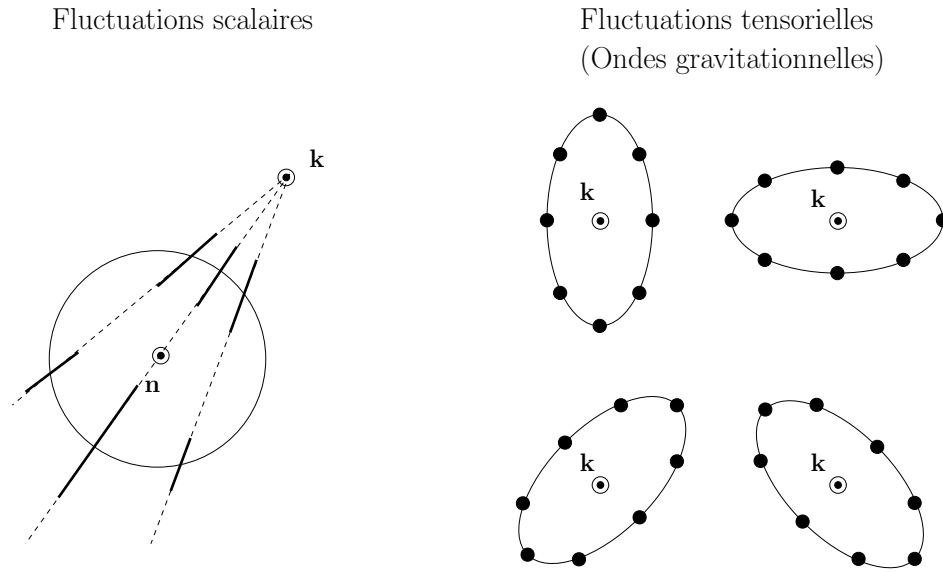


Fig. 1.16: Génération de polarisation par les modes scalaires et tensoriels. (à gauche) une perturbation scalaire est invariante par rotation autour de la direction \mathbf{k} ; la figure de polarisation est donc symétrique par rapport au plan (\mathbf{k}, \mathbf{n}) , \mathbf{n} étant une direction d'observation. En intégrant U_{rad} sur un cercle centré sur \mathbf{n} , on voit que les éléments de part et d'autre du plan (\mathbf{k}, \mathbf{n}) s'éliminent deux à deux, de sorte que B est forcément nul. Ceci étant vrai pour tous les modes de Fourier \mathbf{k} , c'est vrai pour toute perturbation scalaire. à droite, les ellipses représentent la forme de la perturbation dans la métrique induite par le passage d'une onde gravitationnelle (créée par une perturbation tensorielle), dans le plan transverse à la direction de propagation \mathbf{k} . Les points représentent la position de particules-tests, déplacées par le passage de l'onde. Les deux modes possibles sont représentés : en haut, le mode noté $+$ et en bas le mode noté \times . L'invariance sous les rotations autour de \mathbf{k} est perdue pour les fluctuations tensorielles, qui peuvent par conséquent engendrer une polarisation de type B .

polarisation E ($\sim \frac{1}{100} C_l^{TT}$) et enfin, le spectre de polarisation B , entre 1000 et 10 000 fois plus faible. On a aussi représenté le mode B issu de l'effet de lentille gravitationnelle dû à la matière sur le CMB.

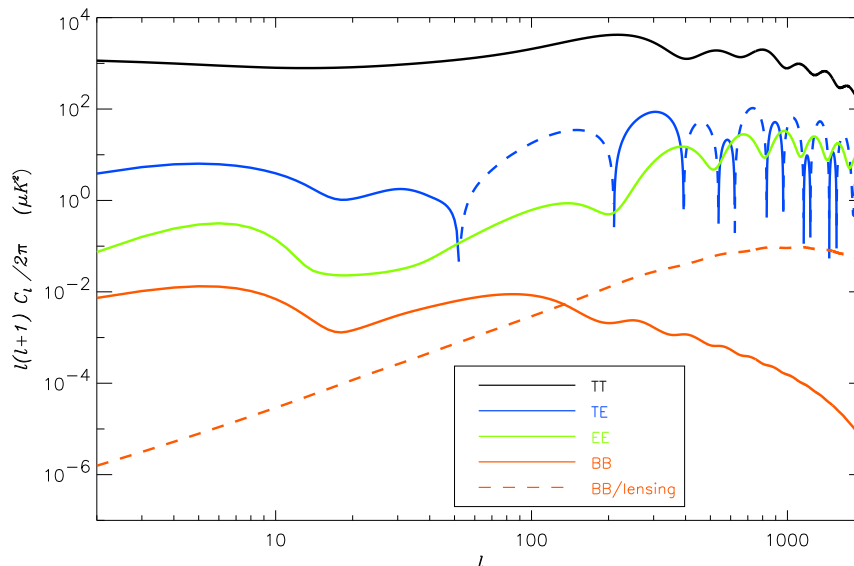


Fig. 1.17: Spectres de puissance de température et de polarisation calculés avec les paramètres cosmologiques de (Spergel et al., 2003) : en haut, le spectre de température, ensuite le spectre de corrélation TE , avec en trait plein les parties positives et en trait pointillé les parties négatives ; en-dessous on trouve le spectre E et le spectre B , en deux parties (l'une, dominante à bas l , provenant du mode tensoriel de fluctuations, l'autre, en pointillé, de l'effet de lentille gravitationnelle). Le programme CMBFAST a été utilisé pour générer ces courbes (Seljak et Zaldarriaga, 1996).

Caractéristiques principales de la polarisation

Considérons une surdensité sphérique à son entrée dans l'horizon, juste avant le découplage. Elle sera perçue comme une zone plus froide que la moyenne, car les photons perdent de l'énergie en quittant le puits de potentiel. La matière, baryons et électrons, s'effondre vers le centre de la surdensité, de sorte qu'il se forme des gradients de vitesse autour des électrons (la vitesse augmente lorsque l'on se rapproche du centre). Ainsi, dans un repère lié à l'électron diffuseur, la matière s'éloigne de lui dans la direction radiale, mais au contraire s'approche dans la direction orthoradiale (voir la figure 1.18). L'énergie des photons sera donc plus importante dans les directions orthoradiales que dans les directions radiales. L'électron, dans son repère propre, verra donc une distribution quadrupolaire du rayonnement, et diffusera un rayonnement polarisé dans la direction radiale. Inversement, une sous-densité entrant dans l'horizon engendrera une polarisation orthoradiale. Ainsi, pour la dernière échelle entrée dans l'horizon avant le découplage, on s'attend à trouver une polarisation radiale autour

d'un point froid, et donc un champ E négatif et à un point chaud correspondra une polarisation E positive.

à plus petite échelle, les fluctuations subissent des oscillations acoustiques. Une sur-densité peut aussi bien être en train d'augmenter ou de diminuer, et donc le champ de vitesse peut être divergent ou convergent : la corrélation TE peut donc aussi bien être positive que négative, et elle oscille à une fréquence double de E ou T .

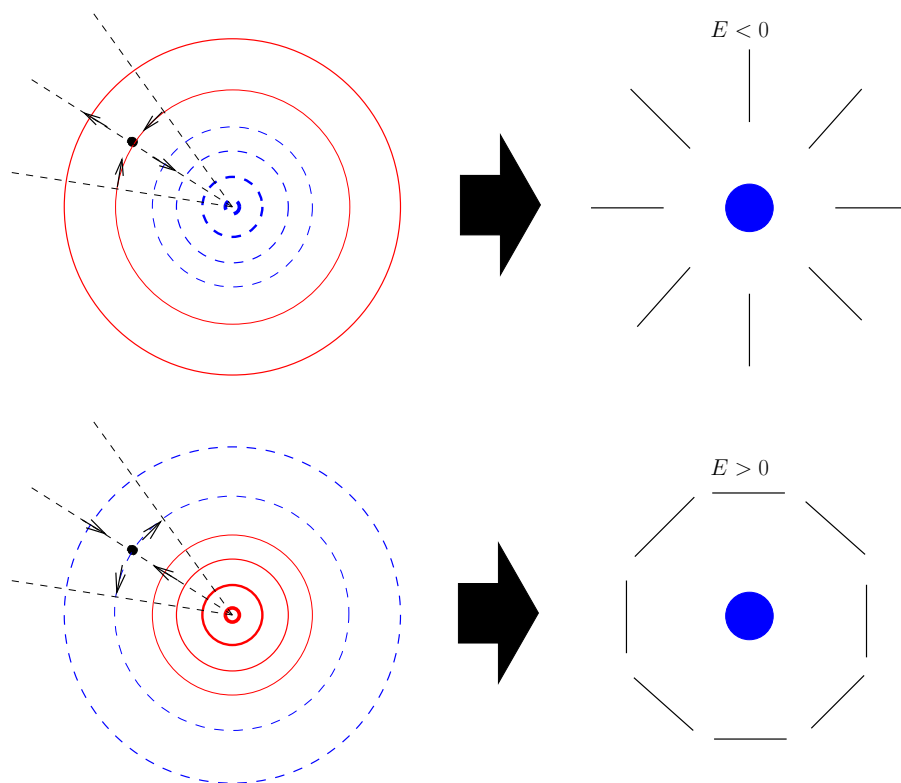


Fig. 1.18: Génération de polarisation de type E :

La mesure de la polarisation du CMB, bien que difficile de par son faible niveau, apportera une grande quantité d'informations pour la cosmologie (mesure des paramètres cosmologiques, tests de consistance, tests de l'inflation), comme le montre la section suivante.

1.4.3 Intérêt cosmologique de la polarisation

Mesure des paramètres cosmologiques

Les fluctuations de la polarisation du CMB, de la même manière que celle de la température, dépendent des différents paramètres cosmologiques. Toutefois, les fluctuations de température peuvent être générées par des fluctuations de la métrique au cours du trajet entre la surface de dernière diffusion et nous, au contraire de la

polarisation, qui, une fois émise à la fin de la recombinaison, ne peut plus être produite, car il n'y a plus d'électron libre pour l'engendrer (sauf au moment de la réionisation, voir paragraphe suivant). Les structures visibles dans les spectres de polarisation sont donc une image directe de la surface de dernière diffusion. Par ailleurs, le fait que la polarisation soit uniquement engendrée par les quadrupôles locaux (alors que la température est engendrée par les monopôles et dipôles) rends les caractéristiques des spectres plus prononcées. Par exemples, la figure 1.19 montre la dépendance du spectre de polarisation E .

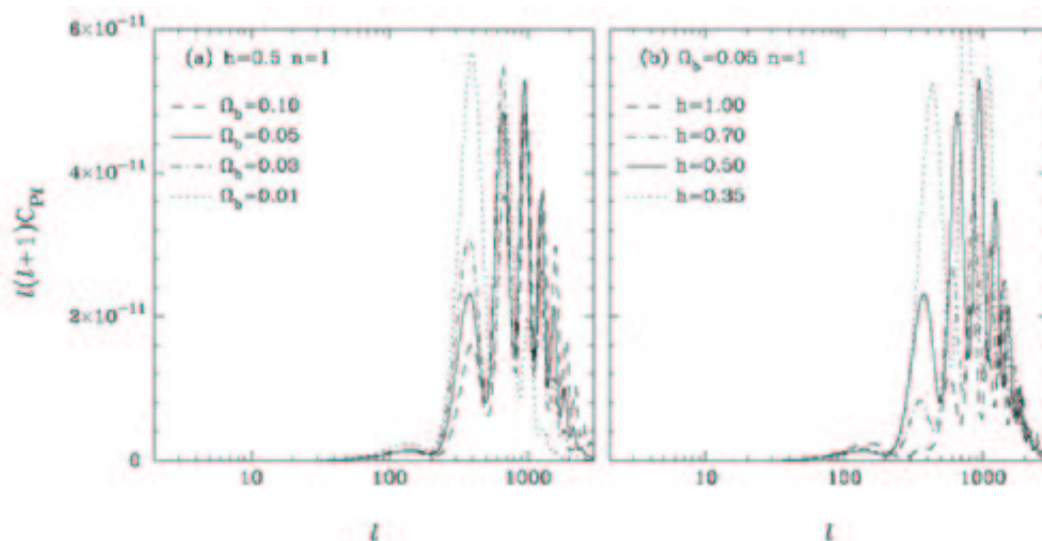


Fig. 1.19: Dépendance du spectre de polarisation E vis-à-vis de la densité de baryons Ω_b ou de la constante de Hubble H_0 . On remarque la grande sensibilité du spectre à ces paramètres.

La polarisation apporte donc une mesure des paramètres cosmologiques indépendante de la température, la consistance entre les deux mesures renforçant leur crédibilité. Enfin, la sensibilité des spectres aux différents paramètres cosmologiques étant différentes pour la température et la polarisation, cette mesure supplémentaire permet de lever des dégénérescences qui subsistent pour certaines combinaisons de paramètres. La figure 1.20 montre un exemple de deux modèles dont les spectres de température sont identiques, mais qui se distinguent par le spectre de polarisation E .

La réionisation

L'absence de l'effet Gunn-Peterson¹² sur les quasars lointains implique que le milieu intergalactique doit être fortement ionisé. à grande échelle, la réionisation doit être homogène (en vertu du principe cosmologique), mais à petite échelle, il existe des inhomogénéités dépendantes du détail des processus menant à la réionisation. Nous

¹² Voir paragraphe 1.3.2 page 37.

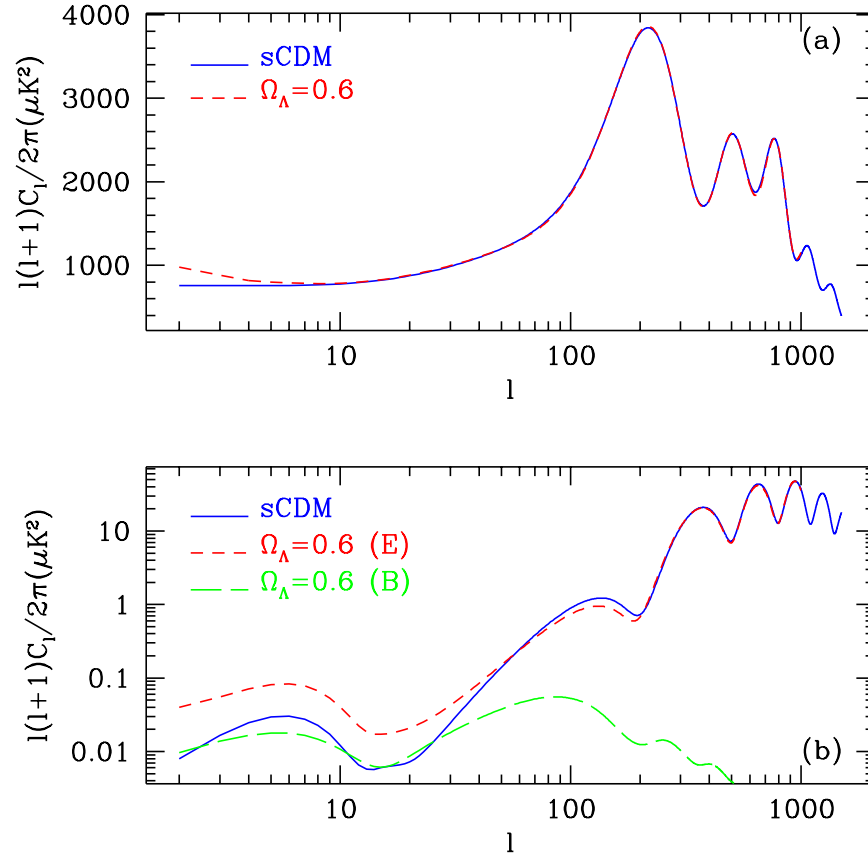


Fig. 1.20: Levée de dégénérescence entre deux modèles grâce à la polarisation : le modèle noté $sCDM$ est l'ancien modèle standard ($\Omega_T = 1$ et $\Omega_\Lambda = 0$), avec $h = 0,5$, $\Omega_b = 0,05$, une amplitude du mode scalaire $C_2^{TT,S} = 796 \mu K^2$, une épaisseur optique $\tau = 0,05$, un indice spectral scalaire $n_s = 1$ et un rapport tenseur/scalaire $r = 0$. Pour le second modèle, $C_2^{TT,S} = 610 \mu K^2$, $h = 0,67$, $\Omega_b = 0,03$, $\Omega_\Lambda = 0,6$, $n_s = 1,1$, $\tau = 0,09$ et $r = 0,68$. Les spectres de température se superposent parfaitement (sauf à très bas l , mais l'erreur due à la variance cosmique empêche de les distinguer), tandis que les spectres de polarisation E permettent de différencier les modèles. Tiré de (Zaldarriaga et al., 1997).

ne traiterons ici que de l'effet de la partie homogène de la réionisation, donc plutôt à grande échelle ($l \lesssim 2000$).

Si la distribution des photons était isotrope, la diffusion Thomson n'aurait aucun effet sur la température : la probabilité pour un photon d'être diffusé en-dehors de la ligne de visée est identique à la probabilité qu'un photon venant d'une autre direction soit diffusé vers la ligne de visée. En revanche, s'il existe des fluctuations de température, elles seront amorties par la diffusion. Considérons une ligne de visée dans laquelle la température serait $T_o + \Delta T$ en l'absence de réionisation. Avec la réionisation, la température devient :

$$\begin{aligned} T_o + \Delta T &\longrightarrow (T_o + \Delta T) - (T_o + \Delta T)(1 - e^{-\tau}) + T_o(1 - e^{-\tau}) \\ &\longrightarrow T_o + \Delta T e^{-\tau}. \end{aligned}$$

τ est l'épaisseur optique due à la réionisation (voir l'équation 1.66), et $1 - e^{-\tau}$ est la probabilité pour un photon d'être diffusé. Cette équation dit simplement que la température observée est égale à la température initiale, à laquelle on soustrait la fraction de photon diffusé dans une autre direction et on ajoute la partie des photons provenant d'autres directions et diffusées dans la direction d'observation (les photons pouvant provenir de toutes les directions, c'est la température moyenne T_o qui intervient dans ce dernier terme). La réionisation a donc pour effet de diminuer le spectre d'un facteur $e^{-2\tau}$: $C_l^{TT} \longrightarrow C_l^{TT} e^{-2\tau}$. Ceci n'est valable qu'aux échelles plus petites que l'horizon. Aux grandes échelles, en revanche, la réionisation n'a pas d'effet sur le spectre de température.

La présence d'électrons libres après la réionisation va rendre possible une nouvelle polarisation du CMB par diffusion Thomson. Le quadrupôle responsable de cette polarisation proviendra cette fois du CMB lui-même. On observera ainsi un pic dans les spectres de polarisation, à une échelle l_p donnée par :

$$l_p \simeq 2(\sqrt{z_r + 1} - 1) \quad (1.92)$$

où z_r est le décalage vers le rouge de l'époque de la réionisation (Haiman et Knox, 1999). La mesure de la polarisation permet ainsi de déterminer l'époque de la réionisation grâce à la position du pic, sa hauteur donnant l'épaisseur optique. La figure 1.17 page 48 montre les spectres de température et de polarisation avec une réionisation précoce à $z \sim 17$ et donc une épaisseur optique $\tau = 0,17$ (la fraction d'atomes ionisés dans le milieu intergalactique est supposée passer instantanément de 0 à 100%). On voit clairement un pic au niveau des spectres de polarisation à $l \sim 7$. C'est la valeur obtenue par l'analyse des données de polarisation du satellite WMAP, publiée en février 2003 (Kogut et al., 2003). La figure 1.21 montre le spectre de corrélation TE mesuré.

Ce résultat est suffisamment surprenant pour demander à être confirmé. PLANCK, avec sa couverture complète du ciel, est la prochaine expérience à même de confirmer et d'affiner ce résultat.

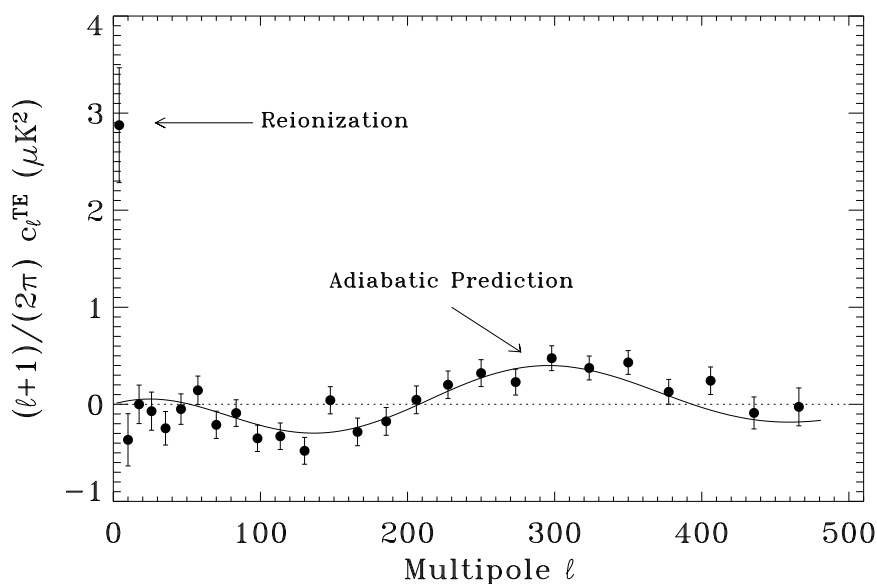


Fig. 1.21: Spectre de corrélation TE mesuré par WMAP : le pic à $l \sim 10$ dans ce spectre est caractéristique d'une réionisation précoce (voir texte).

Échelle d'énergie de l'inflation

Nous avons vu que l'inflation produit aussi bien des fluctuations de type scalaire que des fluctuations tensorielles (voir page 31). à ces dernières correspondent un fond d'ondes gravitationnelles, dites primordiales, qui baigneraient aujourd'hui l'Univers. L'existence de ce fond d'ondes gravitationnelles seraient une preuve très forte en faveur de l'inflation, dans la mesure où sa présence est difficilement explicable autrement. Dans le cadre de l'inflation, l'amplitude des fluctuations tensorielles, ou plus exactement le rapport tenseur/scalaire r (équation 1.59), est lié au paramètre de roulement lent ϵ par $r \simeq 16\epsilon$, et donc au potentiel de l'inflaton à la fin de la période inflationnaire par (Liddle et Lyth, 2000) :

$$\frac{V^{1/4}}{\epsilon^{1/4}} = 0,001 m_{Pl} = 6,6 \times 10^{16} \text{ GeV}. \quad (1.93)$$

Ainsi, la détermination du rapport r , donc la mesure des modes de fluctuations tensoriels, donnerait accès à l'échelle d'énergie de l'inflation. En théorie, le spectre de température pourrait suffire à cette mesure, les contributions scalaire et tensorielle étant nettement différentes (la partie scalaire présente la série de pics acoustiques, tandis que la partie tensorielle décroît rapidement avec l). Malheureusement, la faiblesse du mode tensoriel et la variance cosmique empêchent de faire cette mesure : la limite de détectabilité avec uniquement le spectre de température est $r_{lim} = 0,13$ (Knox et Song, 2002).

Mais nous avons vu que les fluctuations tensorielles étaient les seules capables de produire une polarisation de type B : la détection d'un signal polarisé avec cette

structure donnerait directement accès au paramètre r , et donc à l'échelle d'énergie de l'inflation. La mesure conjointe des paramètres r et n_s permet aussi de distinguer entre différents types de potentiel pour l'inflaton, comme le montre la figure 1.22.

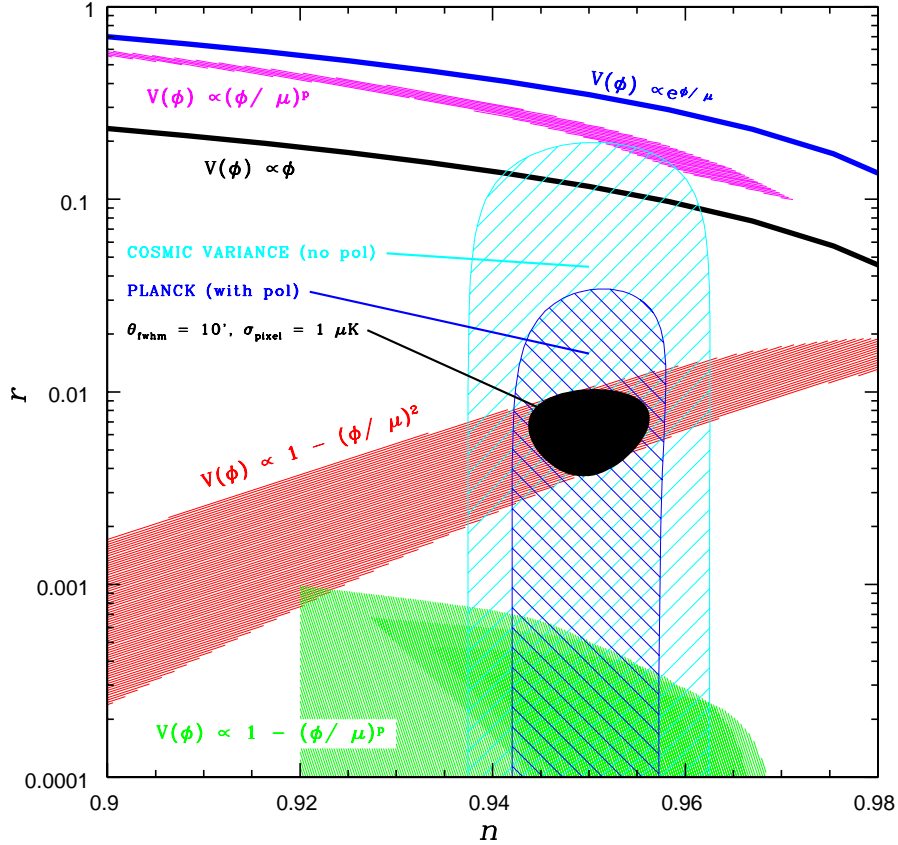


Fig. 1.22: Contraintes sur l'inflation avec la polarisation du CMB : ce graphique représente différents modèles d'inflation dans le plan (n, r) (zones grisées). Les zones hachurées représentent les contraintes que peut apporter une expérience avec la sensibilité de Planck sur ces paramètres, avec uniquement la température (la grande zone) ou la température et la polarisation (petite zone). La zone noire au centre est la contrainte que peut donner une expérience avec une sensibilité trois fois meilleure que Planck. Tiré de (Kinney, 1998).

Un article de Knox et Song (Knox et Song, 2002) suggérait l'existence d'une limite à la détectabilité des ondes gravitationnelles primordiales à cause de l'effet de lentille gravitationnelle qui engendre une fuite du mode E de polarisation dans le mode B . Toutefois, Seljak et Hirata ont montré qu'il était possible de construire des estimateurs de l'effet de lentille gravitationnelle aussi précis que l'on veut (Hirata et Seljak, 2003; ?), la seule limitation étant due au bruit instrumental.

Les conditions initiales des fluctuations

Dans le cas des modèles d'inflation les plus simples à un champ scalaire, on montre l'existence d'une relation particulière entre les contrastes de densités des différentes espèces, connue sous le nom de condition adiabatique. Par définition, le contraste de densité est $\delta = \delta\rho/\rho$, et la condition s'écrit :

$$\frac{1}{3}\delta_b = \frac{1}{3}\delta_c = \frac{1}{4}\delta_\gamma = \frac{1}{4}\delta_\nu \quad (1.94)$$

où les contrastes de densité sont respectivement ceux des baryons, de la matière noire froide, des photons et des neutrinos.

Les conditions initiales les plus générales sont toutefois une combinaison linéaire de fluctuations adiabatiques et de fluctuations isocourbes (définies telles que la somme des fluctuations de densité de deux espèces ou plus soit nulle). Des modèles d'inflation à deux champs, par exemple, prévoient l'existence de tels modes isocourbes dans les fluctuations. L'anticorrélation à des échelles plus grandes que l'horizon observé par WMAP dans le spectre TE exclut des conditions initiales purement isocourbes, mais une combinaison est toujours possible. Le relâchement de l'hypothèse d'adiabaticité augmente considérablement les barres d'erreur sur les mesures des autres paramètres cosmologiques (Trotta et al., 2001). La polarisation du CMB, comme l'a montré (Bucher et al., 2001), permettra d'ajuster à la fois les paramètres cosmologiques et les conditions initiales avec une précision suffisante, et donc de tester plus finement l'hypothèse d'adiabaticité.

L'effet de lentille gravitationnelle

Nous avons déjà mentionné l'effet de lentille gravitationnelle, dû à la masse présente entre nous et la surface de dernière diffusion, sur les photons du CMB. Le signal qui serait vu dans une direction \mathbf{n} sans cet effet sera en réalité vu dans la direction $\mathbf{n} + \mathbf{d}(\mathbf{n})$. En notant $\tilde{T}(\mathbf{n})$, $\tilde{Q}(\mathbf{n})$ et $\tilde{U}(\mathbf{n})$ les paramètres de Stokes sur le ciel hors effet de lentille, les paramètres réellement observés sont :

$$T(\mathbf{n}) = \tilde{T}(\mathbf{n} + \mathbf{d}(\mathbf{n})), \quad Q(\mathbf{n}) = \tilde{Q}(\mathbf{n} + \mathbf{d}(\mathbf{n})) \text{ et } U(\mathbf{n}) = \tilde{U}(\mathbf{n} + \mathbf{d}(\mathbf{n})) \quad (1.95)$$

avec $\mathbf{d}(\mathbf{n})$ la déflexion angulaire donnée par :

$$\mathbf{d} = \nabla\phi, \quad \phi(\mathbf{n}) = -2 \int dD \frac{D_s - D}{DD_s} \Psi(D\mathbf{n}, D). \quad (1.96)$$

D_s est la distance comobile à la surface de dernière diffusion, $\Psi(\mathbf{x}, D)$ est le potentiel gravitationnel ; ϕ représente la projection sur la ligne de visée du potentiel gravitationnel.

L'effet de lentille gravitationnelle affecte les champs T , E et B , et introduit des corrélations entre eux, mais uniquement entre différentes échelles, de sorte que $\langle a_{lm}^T a_{l'm'}^{B*} \rangle$ et $\langle a_{lm}^E a_{l'm'}^{B*} \rangle$ peuvent être non nuls. La polarisation est le signal qui permet d'obtenir le maximum de précision sur la reconstruction du champ de déflexion $\mathbf{d}(\mathbf{n})$. Sa mesure présente de nombreux intérêts parmi lesquels :

- **test de l'énergie noire** : l'effet Sachs-Wolfe intégré, dû aux variations du potentiel gravitationnel au cours du temps, est très sensible aux caractéristiques de l'énergie noire (Coble et al., 1997) ; seulement, cet effet est dominé par les fluctuations primordiales, et est donc difficilement observable directement dans le spectre de température. En revanche, il doit être fortement corrélé avec le potentiel gravitationnel projeté, donc avec le champ de déflexion $\mathbf{d}(\mathbf{n})$; en donnant accès à cette quantité, l'effet de lentille gravitationnelle du CMB permet de donner des contraintes sur la nature de l'énergie noire (Hu, 2002) ;
- **mesure de la masse des neutrinos** : les neutrinos massifs ou non massifs vont avoir un effet différent sur le potentiel gravitationnel et donc sur l'effet de lentille. La dégénérescence entre le paramètre w de l'équation d'état de l'énergie noire et la masse des neutrinos peut être levée grâce à une mesure du champ de déflexion. La génération d'instruments après Planck pourra atteindre une précision sur la masse des neutrinos de $\Delta m_\nu = 0,03$ eV (Kaplinghat et al., 2003), inférieure à la masse minimale imposée par les oscillations des neutrinos ;
- **ondes gravitationnelles primordiales** : si le rapport tenseur/scalaire est trop faible, le spectre C_l^{BB} dû à l'effet de lentille gravitationnelle masque la contribution des ondes gravitationnelles primordiales. La détermination du champ de déflexion $\mathbf{d}(\mathbf{n})$, par exemple en utilisant la corrélation EB , permet d'estimer le spectre de polarisation B dû à l'effet de lentille, en simulant l'effet de ce champ de déflexion sur la partie E de la polarisation. On peut ensuite soustraire cette estimation du spectre mesuré, et atteindre ainsi la limite de détectabilité du rapport tenseur/scalaire $r_{lim} \sim 6 \times 10^{-5}$ (Knox et Song, 2002).

Ainsi, l'effet de lentille gravitationnelle sur le CMB, bien que limitant la possibilité de détecter un jour les ondes gravitationnelles primordiales, si leur niveau est trop faible, peut apporter d'autres informations cosmologiques cruciales.

1.5 Les expériences futures

à ce jour, deux expériences ont détecté ou mesuré la polarisation du CMB : l'expérience DASI, qui est une expérience interférométrique au sol, installé au pôle sud, a détecté la présence du mode de polarisation E à 5σ , à un niveau compatible avec celui attendu pour le modèle cosmologique standard. Le satellite WMAP a, lui, mesuré le spectre de corrélation TE , détectant un pic dû à la réionisation à bas l , et les premiers pics acoustiques confirmant l'adiabaticité des oscillations. Ces premières mesures sont particulièrement encourageantes, mais une grande quantité d'information se cache encore dans les spectres de polarisation E et B . C'est la raison pour laquelle de nombreuses expériences sont en cours, en préparation, ou en projet pour les mesurer.

Une expérience de mesure des fluctuations du CMB est avant tout caractérisée par la sensibilité de ses détecteurs et sa résolution angulaire. Différents choix technologiques sont possibles pour atteindre les objectifs fixés :

- **la technologie des détecteurs** : deux types de détecteurs sont utilisés dans les expériences CMB. Les radiomètres sont les premiers à avoir été utilisés ; les

expériences COBE et WMAP en étaient équipées. Une autre technologie s'est considérablement développée ces dernières années : ce sont les bolomètres, refroidis à très basse température ($\lesssim 300$ mK), dont la sensibilité est typiquement 10 fois meilleure que celle des radiomètres. Les expériences ballon BOOMERANG et ARCHEOPS, par exemple, ont utilisé ce type de détecteur ;

- **le système optique** : le rôle de l'optique est de définir l'acceptance angulaire de l'expérience (en général de forme gaussienne), et donc sa résolution. Dans la plupart des expériences, il s'agit d'un télescope hors-axe associé à un cornet. L'expérience interférométrique DASI, en revanche, pointe directement les cornets vers le ciel ;
- **la stratégie de balayage** : elle détermine la zone du ciel couverte, et donc la limite inférieure en l accessible par l'expérience. Par ailleurs, les effets systématiques peuvent être détectés grâce à une modulation du signal, le plus souvent obtenu par le balayage, mais aussi, dans le cas de la polarisation, par une lame demi-onde en rotation ou un rotateur Faraday (qui font tous les deux tourner la direction de polarisation) ;
- **le lieu d'observation** : la vapeur d'eau présente dans l'atmosphère absorbe le rayonnement que l'on veut mesurer ; on cherche donc à se placer soit dans une atmosphère aussi sèche que possible, sur des sites privilégiés (Hawaï, pôle sud), soit en altitude, en ballon ou sur satellite.

Les caractéristiques de quelques expériences futures sont rassemblées dans les tableaux 1.2 et 1.3. L'expérience Planck est détaillée dans le chapitre suivant (voir les tableaux 2.1 page 69 et 2.2 page 74).

Conclusion

La cosmologie, qui n'est devenue une discipline scientifique à part entière qu'aux premières observations par Hubble de la récession des galaxies, en 1929, a connu ces dernières années un développement considérable, tant au niveau théorique qu'observationnel. Le modèle du *big bang* chaud se confirme au fur et à mesure des nouvelles observations. La découverte des oscillations acoustiques dans le spectre de puissance du CMB a considérablement renforcé la théorie de l'inflation comme origine des fluctuations. Toutefois, des questions fondamentales restent sans réponse, cependant que de nouvelles se posent :

- la nature de la matière noire non baryonique n'est toujours pas connue, tandis que son existence est confirmée par les mesures sur le CMB ; les modèles supersymétriques prévoient l'existence de particules massives stables qui pourront peut-être être détectées dans les expériences sur accélérateur (LHC) ;
- les mesures sur les supernovae ont montré l'existence d'une énergie noire ou d'une constante cosmologique, dont la nature est encore mystérieuse ;
- la théorie de l'inflation est jusqu'à maintenant confirmée par les mesures des fluctuations du CMB ; toutefois, la nature du ou des champs responsables de l'inflation est toujours totalement inconnue.

Nous avons montré dans ce chapitre comment le modèle cosmologique standard actuel s'est construit, sur des bases observationnelles et théoriques, et quelques uns des

| Expériences | B2K (Montroy et al., 2003) | MAXIPOL (Johnson et al., 2003) |
|-----------------------|--|--|
| Lieu | Ballon Antarctique | Ballon Nouveau Mexique |
| Optique | Télescope hors-axe 1,3 m | Télescope hors-axe 1,3 m |
| Résolution | 9' (143 GHz) 7' (245/345 GHz) | 11' (150, 240, 419 GHz) 18' (90GHz) |
| Technbologie | Bolo+polariseurs et PSB 300 mK | Bolo+polariseurs Lame demi-onde 100 mK |
| Fréquence (nombre) | 143 GHz (4×2) 245 GHz (4×1) 345 GHz (4×1) | 90 GHz (4), 150GHz (8) 240 GHz (4) 410 GHz (4) |
| Objectifs | TE, TE | TE, EE |
| Sensibilité | 5 μ K/pixel de 20' | 4,8 μ K/pixel de 10' |
| Date | Janvier 2003 | Octobre 2002 et Mai 2003+2004 |

Tab. 1.2: Caractéristiques des expériences B2K et MAXIPOL : ces expériences sont les versions polarisées de BOOMERANG et MAXIMA ; B2K utilise comme détecteur des PSB (*Polarisation Sensitive Bolometers*, voir page 71) pour la mesure du CMB, et deux bolomètres munis d'un polariseur pour les avant-plans ; la modulation du signal polarisé est obtenue grâce à la stratégie de balayage ; B2K a volé en janvier 2003. MAXIPOL utilise des bolomètres munis de grilles polarisantes à l'entrée de chaque cornet ; une lame demi-onde assure la modulation du signal polarisé ; deux vols ont eu lieu, en octobre 2002 et mai 2003, et un autre est prévu en mai 2004. Ces deux expériences ont pour objectif la mesure du mode E de polarisation uniquement.


| Expériences | QUEST (Piccirillo et al., 2002) | BICEP | POLARBEAR |
|-----------------------|--|--|---|
| Lieu | Sol South Pole | Sol South Pole | Sol White Mountain |
| Optique | Télescope 2,6 m | Lentilles uniquement | Télescope hors-axe 3 m |
| Résolution | 6,3' (100 GHz) 4,2' (150GHz) | 1°(100 GHz) 0,7°(150 GHz) | 3' (150 GHz) |
| Technologie | PSB Lame demi-onde | PSB Rotateur Faraday 250 mK | Matrice de bolomètres 300 mK |
| Fréquence (nombre) | 100 GHz (12×2) 150 GHz (19×2) | 100 GHz 150 GHz (48×2) | 150 GHz, 250 GHz 350 GHz (150×2 bolo) |
| Objectifs | EE, BB $100 < l < 1100$ | EE, BB $10 < l < 200$ | TE, EE, BB $30 < l < 1500$ |
| Sensibilité | $300 \mu\text{K} \cdot \sqrt{s}$ par détecteur | $\sim 30 \mu\text{K} \cdot \sqrt{s}$ pour 96 détecteurs | 1,2 μK /pixel de 5' |
| Date | Prise de données fin 2004 à fin 2006 | Prise de données fin 2004 à fin 2006 | Phase I : 2005 Phase II : après 2005 |

Tab. 1.3: Caractéristiques des expériences QUEST, BICEP et POLARBEAR : ces expériences ne donneront pas de résultats avant fin 2006 ; leur objectif est la mesure des modes E et B , QUEST étant optimisé pour les petites échelles (*lensing*) et BICEP sur les grandes (ondes gravitationnelles primordiales). Le télescope de QUEST a son miroir secondaire placé sur l'axe optique, soutenu par une mousse, afin d'éviter d'introduire des effets systématiques dû à l'asymétrie d'un télescope hors-axe ; BICEP dispose simplement d'un système de lentilles pour focaliser le rayonnement. L'avantage d'expériences au sol est qu'il est possible d'intégrer le signal sur de longues périodes, améliorant la sensibilité par pixel.

tests possibles, en particulier les mesures récentes et futures du CMB. Toute l'information contenue dans le CMB n'a toutefois pas encore été exploitée, notamment la polarisation du CMB, dont seule la corrélation avec la température a été mesurée à ce jour. Les années qui viennent s'annoncent riches en découvertes pour la cosmologie observationnelle.

2. LES EXPÉRIENCES PLANCK ET ARCHEOPS

Introduction

 A MESURE du rayonnement millimétrique et submillimétrique d'origine astrophysique ou cosmologique est intervenue particulièrement tard dans l'histoire de la discipline. En effet, l'émission relativement importante des composants de l'atmosphère – eau, ozone en particulier – dans ce domaine de fréquence perturbe fortement la mesure du signal utile. Les fluctuations de densité, de température ou de composition de l'atmosphère, ainsi que la variation de l'épaisseur d'atmosphère traversée suivant la direction d'observation ajoutent des contaminations variables au signal dont il est difficile de s'affranchir. Les mesures au sol conduites récemment sont le plus souvent basées sur l'interférométrie qui permet de s'affranchir d'une large partie des fluctuations de l'atmosphère, et présentent l'avantage de permettre une longue intégration du signal (plusieurs mois pour DASI par exemple).

Toutefois une expérience «ultime» de mesure des fluctuations du CMB se doit d'assurer une couverture complète du ciel pour minimiser la variance cosmique, l'identification et la soustraction des avant-plans galactiques et la minimisation et le contrôle des effets systématiques. Une expérience satellite est seule à même de réunir ces conditions. La mission PLANCK, un satellite de l'ESA, a été conçue dans cet objectif. La première partie de ce chapitre présente les principaux objectifs de la mission ainsi que les instruments qui la composent : l'instrument basse fréquence ou LFI pour *Low Frequency Instrument* qui couvre trois gammes de fréquence entre 33 et 70 GHz (les voies à 100 GHz ont été supprimées suite à des problèmes budgétaires), basé sur des radiomètres ; et l'instrument haute fréquence ou HFI pour *High Frequency Instrument*, qui dispose de six bandes de fréquences entre 100 et 857 GHz et repose sur la technologie des bolomètres.

Afin de préparer la communauté française à l'analyse des données de PLANCK et de tester la technologie de l'instrument haute fréquence du satellite, il a été décidé de monter une expérience ballon, ARCHEOPS, reprenant ses principales caractéristiques. L'avantage d'une expérience embarquée sur un ballon stratosphérique est d'atténuer en grande partie les problèmes liés à l'atmosphère, pour un coût moindre par rapport à un satellite. Un autre avantage important est qu'il est possible de relancer le ballon en cas de problème. Les caractéristiques principales d'ARCHEOPS seront présentées dans la seconde partie de ce chapitre ainsi que le dernier vol scientifique qui a eu lieu le 7 février 2002.

2.1 Le satellite PLANCK

PLANCK est la troisième mission de taille moyenne du programme scientifique «Horizon 2000» de l'Agence spatiale européenne (ESA). Le consortium regroupe différentes agences spatiales, en particulier l'ESA, le Centre national d'études spatiales (CNES), l'Agence spatiale américaine (NASA), l'Agence spatiale italienne (ASI) et l'agence spatiale canadienne (CSA). Le lancement du satellite est prévu en 2007, pour une durée minimale de prise de données de 14 mois.

2.1.1 Les objectifs de la mission PLANCK

Ce paragraphe rappelle les différents objectifs scientifiques de la mission PLANCK : cosmologiques, d'une part, avec la mesure précise des anisotropies et de la polarisation du CMB et un relevé d'amas grâce à l'effet Sunyaev-Zel'dovitch ; astrophysique, d'autre part, avec la production de cartes des différentes composantes galactiques sur l'ensemble du ciel, à des fréquences encore peu explorées.

La mesure des anisotropies

L'objectif principal de PLANCK est la mesure des anisotropies du fond diffus cosmologique. A l'heure actuelle, seuls les trois premiers pics ont été observés par différentes expériences (ballon ou satellite) et les fluctuations à plus haut l ont été mesurées par des interféromètres au sol, mais avec une faible résolution en l . PLANCK, grâce à une couverture complète du ciel et une résolution dans les canaux à haute fréquence de 5 minutes d'arc permettra de couvrir en une seule expérience le spectre de puissance angulaire de $l = 1$ (le dipôle) à $l \sim 2400$. La figure 2.1 indique la précision attendue sur le spectre de puissance des fluctuations C_l . La limite à bas l est uniquement due à la variance cosmique. Ce spectre permettra de déterminer les paramètres cosmologiques avec une précision meilleure que le pourcent.

La mesure de la polarisation

Ce paragraphe est essentiellement un rappel succinct de l'intérêt physique de la polarisation du CMB : pour de plus amples détails, se référer au chapitre 1.

À ce jour, la polarisation du CMB a seulement été détectée par l'expérience DASI. Le niveau est compatible avec celui calculé dans le cadre du modèle standard du *Big Bang* avec les paramètres actuellement admis. La corrélation entre température et polarisation a été mesurée par l'expérience WMAP¹, montrant un excès à très bas l qui s'explique par une réionisation précoce du milieu inter-galactique. La couverture complète du ciel par PLANCK permettra de confirmer ce résultat.

L'intérêt principal de la polarisation est de permettre une mesure plus précise des paramètres cosmologiques, et surtout la levée de dégénérescences entre certaines combinaisons de paramètres. Une telle mesure permettrait aussi de s'assurer de la faiblesse des modes isocourbes dans les conditions initiales des fluctuations. Par ailleurs, la détection du mode de polarisation B à bas l , correspondant aux ondes gravitationnelles primordiales, donnerait accès au niveau d'énergie de l'inflation. PLANCK, bien que n'ayant pas été conçu au départ pour cette mesure, sera équipé de voies polarisées. La figure 2.1 montre la précision attendue sur le spectre de puissance du mode E de polarisation. Le mode B est représenté sur cette figure pour une fin de l'inflation à une énergie de $E_{infl} = 2,2 \times 10^{16}$ GeV. Les mesures des fluctuations primordiales de température par COBE imposent que $E_{infl} < 2,6 \times 10^{16}$ GeV. La mesure

¹ Voir page 53.

des ondes gravitationnelles primordiales est compliquée par la présence de l'effet de lentille gravitationnelle sur les photons du CMB qui transforme une partie du mode de polarisation E en mode B : même avec une reconstruction du signal de l'effet de lentille gravitationnelle, les ondes gravitationnelles primordiales ne seront détectables que si l'échelle d'énergie de la fin de l'inflation est $E_{infl} > 3,2 \times 10^{15}$ GeV (Knox et Song, 2002).

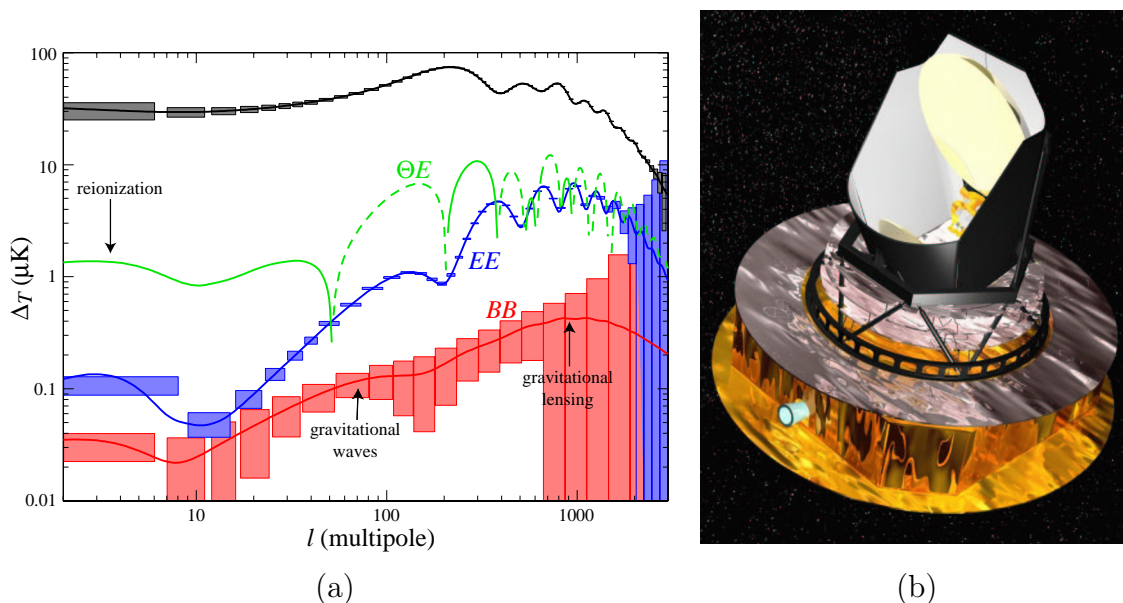


Fig. 2.1: (a) Prédiction des erreurs statistiques sur les C_l mesurés par PLANCK, pour la température et la polarisation (mode E et B). Tiré de (Hu et Dodelson, 2002). (b) Vue générale de PLANCK. On remarque le télescope au-dessus, avec les miroirs primaire et secondaire. Les instruments sont dans la partie inférieure. Le satellite tournera autour de l'axe perpendiculaire au plan inférieur, le télescope pointant à 85° de cet axe.

L'effet Sunyaev-Zel'dovitch

Le gaz d'électrons chaud ($\sim 10^6$ K) présent au cœur des amas de galaxies diffuse, par diffusion Compton inverse² les photons du CMB, modifiant par conséquent son spectre de corps noir. Cet effet laisse une empreinte caractéristique sur le fond diffus cosmologique (un décrétement et un incrément de température respectivement en-dessous et au-dessus de 217 GHz, indépendamment du décalage vers le rouge de l'amas³). Les bandes de fréquence de PLANCK ont été choisies pour mesurer de façon

² La diffusion Compton consiste habituellement en la collision d'un photon de haute énergie et d'un électron «au repos» : il en résulte un transfert d'énergie du photon vers l'électron. En revanche, dans le cas de l'effet Sunyaev-Zel'dovitch (SZ), les photons sont nettement moins énergétiques que les électrons (quelques Kelvins comparés à quelques 10^6 kelvins). Ce sont les photons qui gagnent de l'énergie, modifiant ainsi leur spectre de corps noir initial.

³ L'effet de la diffusion Compton-inverse sur le spectre des photons est indépendant de z dans la limite où les électrons ont une énergie très supérieure à celle des photons ; la différence entre spectre initial et spectre après l'amas se décompose alors en un produit $f(T_{amas}) \times g(\nu_\gamma/T_{cmb})$: le rapport ν_γ/T_{cmb} est bien indépendant de z .

optimale l'effet SZ : le décrement, le zéro et l'incrément dus aux amas correspondent aux voies à 143, 217 et 353 GHz respectivement. PLANCK devrait permettre d'effectuer un relevé d'une dizaine de milliers d'amas en aveugle, avec l'avantage d'une limite de détection en masse quasiment indépendante de z (pour le moment, aucune détection en aveugle d'amas par effet SZ n'a été faite ; seulement une trentaine d'amas, connus par ailleurs, ont été mesuré en SZ). L'effet SZ présente un intérêt majeur pour la cosmologie comme méthode indépendante de mesure des paramètres cosmologiques (notamment Ω_m , Ω_Λ et σ_8 grâce à la fonction de masse $f(M, z)$).

Études galactiques

Atteindre une grande précision sur les spectres de C_l ne sera possible que si l'on peut séparer les anisotropies du CMB des avant-plans galactiques. C'est la raison principale pour laquelle PLANCK couvrira neuf gammes de fréquence de 30 GHz à 857 GHz. Les différentes composantes (CMB, rayonnement synchrotron, poussière, *bremstrahlung*) ont des spectres électromagnétiques différents : en combinant les cartes à différentes fréquences, il est possible de les séparer pour obtenir des cartes de chaque composante. Il sera ainsi possible d'étudier les propriétés de la poussière galactique (et éventuellement de distinguer différentes composantes, grâce à leurs spectres) ou d'établir une carte du champ magnétique galactique, par exemple. Par ailleurs, la couverture totale du ciel permettra d'établir un catalogue des sources compactes sur une large gamme de fréquence.

2.1.2 Description du satellite

Le télescope

Le télescope de PLANCK est de type grégorien hors axe (*cf.* figure 2.2). Cette configuration présente l'avantage de ne pas bloquer une partie du rayonnement incident, d'être compacte et de limiter les lobes lointains.⁴ Le miroir primaire a une forme de paraboloïde de 1,5 m \times 1,2 m environ. Le secondaire est un ellipsoïde de 0,85 m \times 0,80 m. L'ensemble respecte les conditions de Dragone-Mizuguchi, pour lesquelles l'astigmatisme est supprimé au premier ordre sur la plan focal et la polarisation induite est nulle au centre du plan focal. Les défauts de surface sont inférieurs au micromètre, et la précision sur la forme de chacun des miroirs est meilleure que 10 μ m. Ces tolérances sont adaptées aux longueurs d'onde observées (300 μ m au minimum). Une autre caractéristique importante du télescope est son émissivité : celle-ci doit être aussi faible que possible, afin de minimiser le signal parasite dans les détecteurs (en particulier celui dû aux fluctuations de température des miroirs). L'émissivité totale du télescope ne dépassera pas 0,01 (le rayonnement émis par le télescope à 60 K aura la même puissance que le CMB à 150 GHz). Cette puissance correspond

⁴ Les lobes lointains correspondent à l'acceptance du télescope en dehors de la direction optique principale

à la puissance que le système cryogénique peut dissiper sur le plan focal, avec une consommation électrique raisonnable.

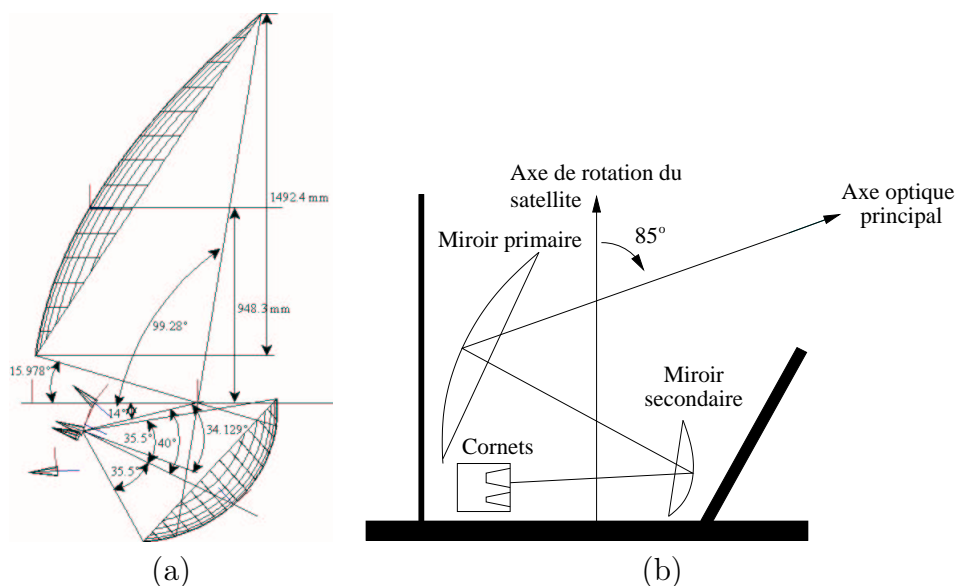


Fig. 2.2: (a) Schéma du télescope de PLANCK. (b) Vue d'ensemble schématique de l'optique.

La cryogénie

Afin d'atteindre la précision nécessaire à la mesure des fluctuations du CMB, des détecteurs d'une grande sensibilité sont nécessaires. Au niveau de sensibilité requis (de l'ordre de $10^{-17} \text{ W} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$ pour atteindre le niveau du bruit de photons), il est indispensable de refroidir les détecteurs pour à la fois limiter le bruit thermique, et, dans le cas des bolomètres, augmenter la sensibilité. Le télescope de PLANCK sera lui-même refroidi passivement à une température de 50 à 60 K afin de limiter le rayonnement de fond sur les bolomètres. Les HEMT (*High electron mobility transistor*) de LFI seront maintenus à 20 K et les bolomètres de HFI à 100 mK.

La température de 20 K est atteinte grâce à un réfrigérateur à adsorption. Le gaz réfrigérant (H_2) subit le cycle suivant : (i) le gaz entre dans une chambre dont les parois sont froides (280 K) et s'adsorbe à la surface ; (ii) la chambre est chauffée à une température de 485 K : le gaz se désorbe et la pression du gaz atteint 6 atm ; (iii) le gaz quitte la chambre par un tube échangeur de chaleur dans lequel il est prérefroidi par le même fluide retournant dans les chambres à adsorption, pour atteindre un orifice où il subit une détente Joule-Thomson : sa température descend en-dessous de 18 K et sa pression tombe à 0,03 atm ; (iv) il reprend ensuite le chemin en sens inverse, dans le tube échangeur de chaleur où il assure le prérefroidissement, et pénètre à nouveau dans un compresseur à adsorption. Cinq compresseurs fonctionnent en parallèle : à un instant donné, un se réchauffe, un est chaud et désorbe le gaz, un se refroidit et deux sont froids et adsorbent le gaz. Ce système assure d'une part le refroidissement des cornets, détecteurs et amplificateurs de LFI à 20 K, mais aussi le prérefroidissement de l'hélium de HFI.

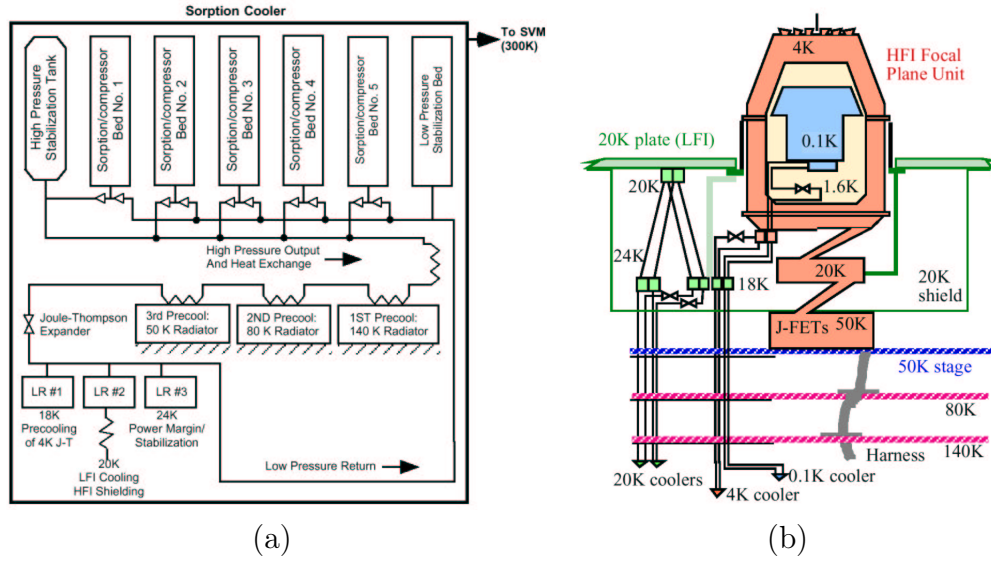


Fig. 2.3: (a) Schéma du réfrigérateur à adsorption, qui amène la température de HFI à 20 K.
(b) Vue d'ensemble schématique du système cryogénique de HFI.

L'instrument HFI comporte différents étages de température : le plan focal, où sont fixés les cornets, est à 4 K. Cette température est atteinte par une détente Joule-Thomson, la compression étant assurée par un compresseur mécanique.

Le réfrigérateur à 100 mK fonctionne par dilution de ^3He dans ^4He . A basse température, le mélange $^3\text{He}/^4\text{He}$ se sépare en deux phases, l'une concentrée en ^3He , l'autre diluée. Lorsque les deux phases sont en équilibre, le dilué contient environ 6% d' ^3He . En pompant le dilué, on enlève essentiellement l' ^3He du mélange. L'équilibre est rétabli par le transfert d' ^3He du concentré vers le dilué. Ce transfert s'apparente à une évaporation de l' ^3He et emprunte donc de l'énergie aux parois de la boîte de mélange, diminuant ainsi sa température. Les réfrigérateurs à dilution classiques ont besoin de la gravité pour assurer le pompage de l' ^3He . Pour PLANCK, la dilution est faite au niveau d'un capillaire : de l' ^3He est introduit dans un capillaire dans lequel circule de l' ^4He . De petites bulles d' ^3He concentré se forment à l'interface desquelles s'effectue la dilution. La dilution s'effectue tout au long du capillaire, refroidissant au passage les bolomètres et leurs cornets. Le mélange subit ensuite une détente de Joule-Thomson permettant de refroidir l'étage à 1,6 K. Ce système a été testé avec succès dans l'expérience ARCEHOPS, la température du plan focal ayant atteint 93 mK lors du dernier vol, avec une stabilité remarquable.

2.1.3 L'instrument basse fréquence (LFI)

L'instrument basse fréquence dispose de trois bandes de fréquences, à 30, 44 et 70 GHz. Il était au départ prévu qu'il dispose de voies à 100 GHz, afin d'avoir une bande commune avec HFI. Nous donnerons malgré tout les caractéristiques spécifiées pour les voies à cette fréquence, à titre de comparaison avec HFI.

La technologie utilisée par LFI est celle des radiomètres : le signal est recueilli

directement par une antenne, et amplifié par des transistors à haute mobilité électronique (HEMT). Le problème principal des mesures radiométriques provient des fluctuations de gain de l'amplification, qui introduisent un bruit basse fréquence important (de type $1/f$). Ce bruit est fortement réduit par l'utilisation d'un montage pseudo-corrélateur : au signal du ciel est additionné et soustrait un signal de référence (provenant de l'étage à 4 K de HFI). Ces signaux somme et différence sont ensuite amplifiés et recombinaés. Subissant tous les deux les mêmes fluctuations de gain, il est possible de remonter au signal du ciel (sous l'hypothèse que le signal de référence est bien constant)

L'instrument basse fréquence comportera 22 détecteurs, dont les caractéristiques principales sont indiquées dans le tableau 2.1. Le signal de chaque cornet est séparé dans ses deux composantes de polarisation par des OMT (*Orthomode Transducer*, ils seront décrits plus en détail lors de la description d'ARCEHOPS). L'information sur la polarisation est ainsi conservée : il suffit de faire la différence entre les deux voies polarisées orthogonalement pour obtenir le paramètre de Stokes Q . Enfin, la résolution angulaire est donnée par la limite de diffraction du télescope.

| | | | | |
|-------------------------------------|------|-----|------|------|
| Fréquence centrale (GHz) | 30 | 44 | 70 | 100 |
| Longueur d'onde (mm) | 10.0 | 6.8 | 4.3 | 3.0 |
| Température du détecteur (K) | 20 | 20 | 20 | 20 |
| Largeur de bande (GHz) | 6.0 | 8.8 | 13.0 | 20.0 |
| Nombre de détecteurs | 4 | 6 | 12 | 34 |
| Résolution angulaire (minute d'arc) | 33 | 23 | 14 | 10 |
| Sensibilité par pixel (μ K) | 4 | 7 | 10 | 12 |

Tab. 2.1: Caractéristiques principales de l'instrument basse fréquence de PLANCK. La dernière colonne n'est là qu'à titre de comparaison avec HFI, les voies à 100 GHz ayant été abandonnées pour LFI.

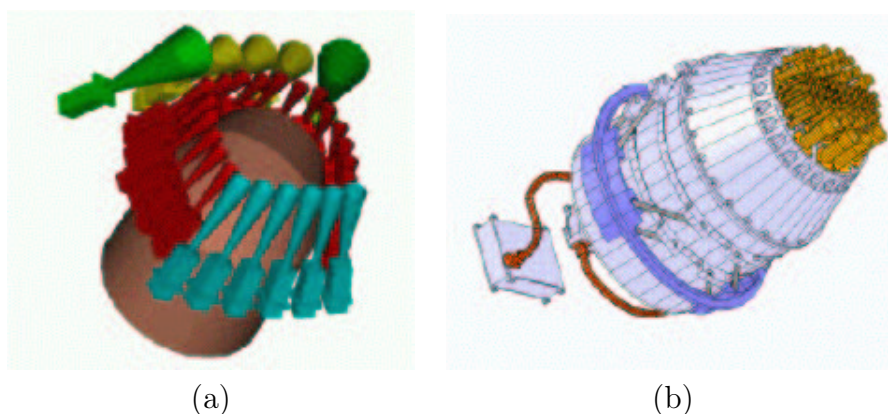


Fig. 2.4: Vues des instruments hautes et basses fréquences de PLANCK. (a) vue de LFI seul ; (b) vue de HFI seul. L'instrument LFI entoure HFI, qui est au centre du plan focal.

2.1.4 L'instrument haute fréquence (HFI)

L'instrument HFI est basé sur la technologie des bolomètres. Avant de décrire l'instrument lui-même, nous donnons le principe de fonctionnement d'un bolomètre ainsi que ses caractéristiques importantes.

Les bolomètres «toile d'araignée»

Le schéma de la figure 2.5 indique les principaux éléments constitutifs d'un bolomètre. Le rayonnement à mesurer est dirigé vers un cristal dans lequel il excite des phonons. Pendant un temps dt , la température du cristal augmente de dT tel que :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{P_{opt}}{C} + \frac{P_{elec}}{C} - \frac{G(T - T_0)}{C} \quad (2.1)$$

avec T_0 la température du cryostat, P_{opt} la puissance du rayonnement optique incident, P_{elec} la puissance électrique dissipée dans le thermomètre (voir ci-dessous), G la conductance thermique du lien entre le cristal et le cryostat (en $W \cdot K^{-1}$) et enfin C la capacité calorifique du cristal. Si la conductance G était indépendante de la température, la solution serait une exponentielle décroissante avec une constante de temps $\tau = \frac{C}{G}$ et une température d'équilibre $T_{eq} = T_0 + \frac{P_{tot}}{G}$ (avec $P_{tot} = P_{elec} + P_{opt}$). En pratique, la conductance varie avec la température selon une loi de puissance $G = G_0 \left(\frac{T}{T_0}\right)^\beta$, avec $\beta = 2$ pour un lien métallique et $\beta = 4$ pour un cristal. Dans ce cas, la température d'équilibre peut s'écrire approximativement $\left(\frac{T_{eq}}{T_0}\right)^{\beta+1} = 1 + (\beta + 1) \frac{P_{tot}}{G_0 T_0}$.

Une manière de maximiser la sensibilité des bolomètres consiste à réduire la capacité calorifique du cristal, donc à la fois sa masse (car C est une grandeur extensive, $C \propto m$) et sa température (car $C \propto T^3$ pour un cristal à basse température, loi de Debye). La température d'équilibre des bolomètres est contrôlée d'une part par la température du cryostat lui-même ($T_0 = 100mK$) et d'autre part par la puissance du rayonnement de fond permanent reçu par les bolomètres, qui provient de tous les dispositifs placés entre la source et le bolomètre (miroirs du télescope, fenêtres du cryostat, cornets). C'est la raison pour laquelle le télescope doit être refroidi à 60 K et avoir une émissivité inférieure à 0,01 : ainsi, le rayonnement de fond sera de l'ordre du CMB lui-même (à 150 GHz).

L'élévation de température est mesurée par un thermomètre, une thermistance dont on mesure la résistance $R(T)$ à l'aide d'un courant constant, apportant une puissance P_{elec} au bolomètre. Dans le cas de PLANCK et d'ARCEHOPS, les thermistances sont des NTD (*Neutron transmuted detector*, des cristaux de germanium ou de silicium dopés par bombardement de neutrons). Une autre possibilité est la transition supraconducteur-conducteur : dans cette zone, la variation de résistance est très brusque, conférant une très grande sensibilité aux variations de température. Ce type de thermomètre doit être polarisé à *tension* constante (afin d'assurer la stabilité du système autour du point de fonctionnement), et la lecture du courant se fait à l'aide de SQUID.

Le niveau de bruit d'un détecteur est en général exprimé en terme de puissance équivalente de bruit (NEP pour *Noise equivalent power*), qui correspond à la puissance du rayonnement nécessaire pour que le signal en sortie du détecteur soit égal à l'écart-type du bruit dans une bande passante de 1 Hz. La NEP s'exprime en $\text{W} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$. La mesure est soumise à différents types de bruit intrinsèque :

- le bruit de photon : il est dû aux fluctuations quantiques du nombre de photons incidents ; dans le cas de l'instrument HFI, pour $\lambda > 1.5$ mm, il provient essentiellement du CMB ; il est de l'ordre de $10^{-17} \text{ W} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$.
- le bruit thermique : sa NEP dépend de la conductance thermique entre le bolomètre et le thermostat, et linéairement de la température.
- le bruit Johnson : ce sont des fluctuations de tension aux bornes d'une résistance ; sa NEP est en $(RT)^{1/2}$

On voit l'intérêt qu'il y a à diminuer autant que possible la température de fonctionnement du bolomètre, afin de minimiser les bruits thermique et Johnson.

L'objectif de PLANCK est de mesurer le CMB avec une précision limitée uniquement par le bruit de photon. Le *Jet Propulsion Laboratory* fabrique des bolomètres dont la NEP atteint cette limite de $10^{-17} \text{ W} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$. La figure 2.5b montre une image d'un tel bolomètre. La structure particulière en toile d'araignée est conçue de manière à être sensible au rayonnement millimétrique (dimension caractéristique de la maille), tout en diminuant la section efficace présentée aux rayons cosmiques (qui sont à l'origine de pics intenses dans les données). Autre avantage : cela permet de diminuer la capacité calorifique du bolomètre, donc d'améliorer notablement sa sensibilité. La thermistance, placée au centre de la toile, est un cristal de germanium dopé. Le temps de réponse typique de ces bolomètres est de l'ordre de quelques millisecondes.

La chaîne optique

Le couplage du signal provenant du télescope aux bolomètres se fait à l'aide d'une succession de cornets et de filtres (voir la figure 2.7), à des températures de plus en plus basses jusqu'à atteindre les 100 mK du plan focal. Le rôle de la chaîne optique est de sélectionner la bande de fréquence voulue (filtres) et de donner une forme gaussienne aux lobes, en limitant surtout les lobes lointains. Un lobe parfaitement gaussien et symétrique est spécialement intéressant car il se traduit, dans l'espace des harmoniques sphériques, par une gaussienne de forme calculable analytiquement. La forme gaussienne des lobes a été fortement améliorée grâce à la corrugation des parois internes des cornets.

Le plan focal

L'instrument HFI comportera 48 détecteurs dont 24 seront polarisés (voir figure 2.7 ; ces chiffres ne tiennent pas compte de l'éventuel remplacement des quatre bolomètres à 100 GHz par huit PSB). La mesure de la polarisation est faite par des bolomètres particuliers (les PSB pour *Polarization sensitive bolometer*) qui ont la même structure que les autres bolomètres, sauf que la grille n'est métallisée que dans

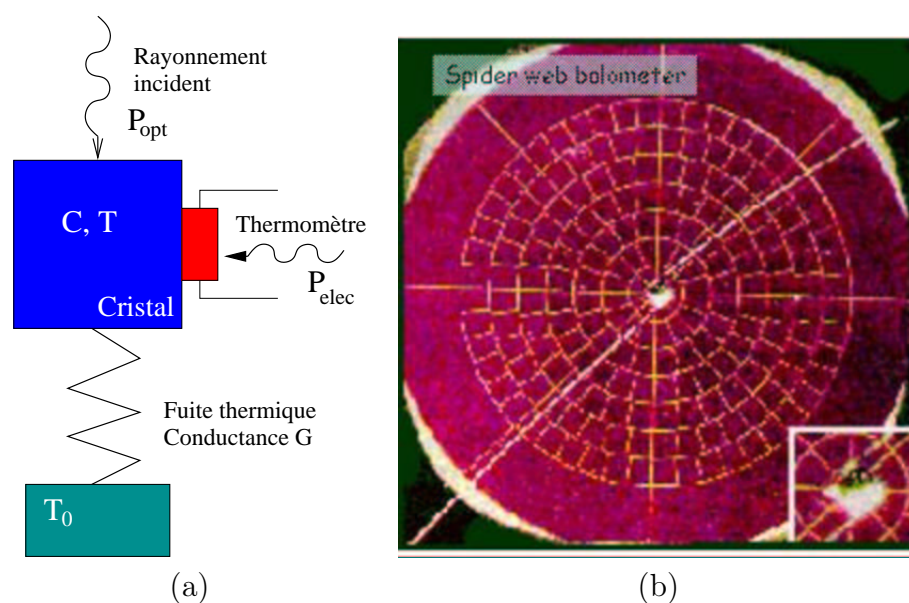


Fig. 2.5: (a) Principe de fonctionnement d'un bolomètre : le rayonnement est absorbé par le cristal, augmentant sa température. Le thermomètre mesure cette élévation de température. Le cristal retombe ensuite à la température du thermostat T_0 grâce au lien thermique. (b) Un bolomètre de type «toile d'araignée» prévu pour Planck. Le diamètre du bolomètre est de l'ordre de 5 mm. Au centre, on voit le thermomètre de type NTD (*Neutron transmuted detector*) qui mesure l'élévation de température induite par le rayonnement.

une direction (voir figure 2.6). En superposant deux PSB à 90° l'un de l'autre, on peut obtenir le paramètre de Stokes Q par différence. Ces bolomètres ont été utilisés lors du dernier vol de BOOMERANG, version polarisée, en janvier 2003. Le tableau 2.2 rappelle les principales caractéristiques de HFI.

2.1.5 La stratégie de balayage

La stratégie de balayage est un élément fondamental d'une expérience CMB, car elle influe directement sur la distribution des redondances dans la couverture du ciel qui permettent notamment de réduire le bruit $1/f$. PLANCK tournera sur lui-même à raison d'un tour par minute, traçant de grands cercles sur le ciel avec une ouverture de 85° (voir la figure 2.8). Le même cercle sera parcouru pendant une heure (60 tours), puis l'axe de rotation sera légèrement décalé et une nouvelle série de cercle commencera. Une couverture complète du ciel est obtenue en un peu plus de six mois. En 14 mois de mission, le ciel sera donc vu deux fois. Différentes variantes sont à l'étude (par exemple, l'axe de rotation peut osciller autour du plan de l'écliptique), en particulier pour couvrir correctement les pôles, et permettre un meilleur contrôle des systématiques en augmentant le nombre de croisements entre cercles.

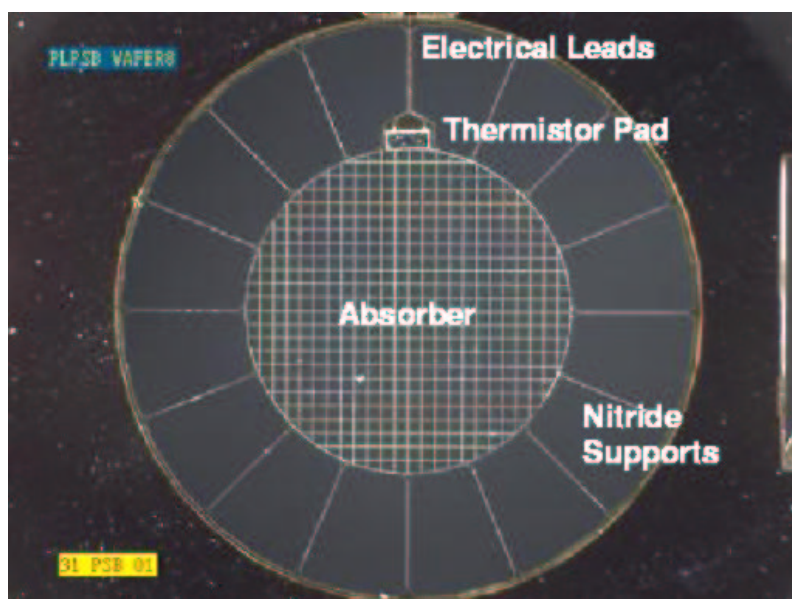


Fig. 2.6: Photo d'un PSB (*Polarization Sensitive Bolometer*) : la grille centrale est métallisée uniquement suivant une direction. La partie du rayonnement polarisée selon cette direction est absorbée, tandis que la direction perpendiculaire traverse la grille, et sera absorbée par un second PSB placé derrière et tourné de 90° .

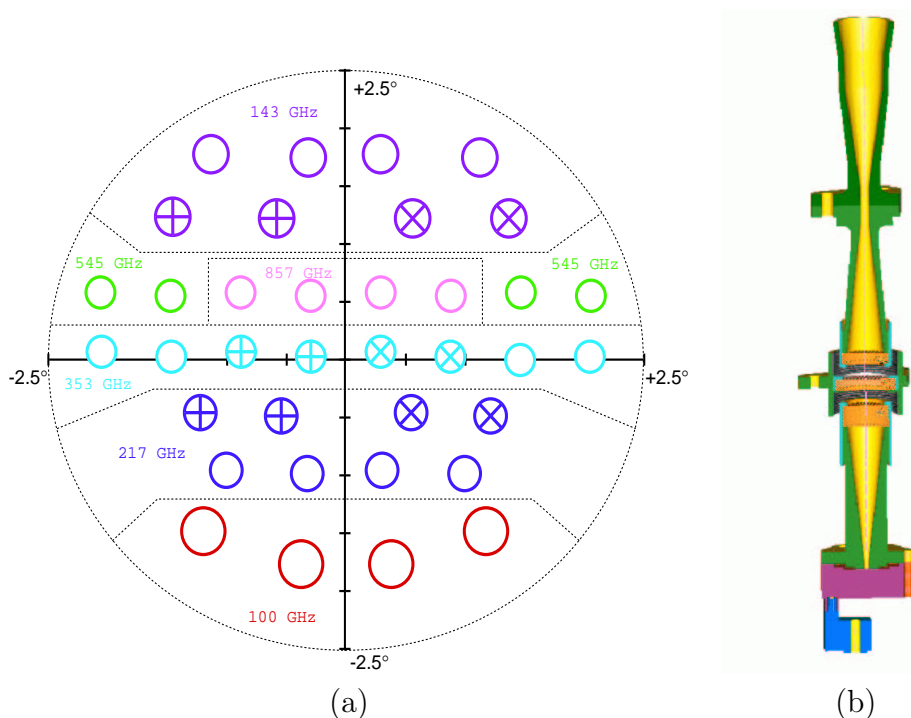


Fig. 2.7: (a) Projection sur le ciel du plan focal de HFI ; il couvre un angle solide de $5^\circ \times 5^\circ$. Suite à l'abandon des voies à 100 GHz de LFI, il est envisagé de munir de PSB les voies à 100 GHz de HFI. (b) La chaîne optique d'un pixel de HFI : en bas, le bolomètre avec son cornet et son filtre, à 100 mK, ensuite le filtre de l'étage à 1.6 K et enfin, à 4 K, les filtres et les deux cornets dos-à-dos.

| | | | | | | |
|--|---------------|--------|--------|--------|-------|--------|
| Fréquence centrale (GHz) | 100 | 143 | 217 | 353 | 545 | 857 |
| Longueur d'onde (mm) | 3,0 | 2,1 | 1,38 | 0,85 | 0,55 | 0,35 |
| Température du détecteur (K) | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 | 0,1 |
| Largeur de bande (GHz) | 36 | 36 | 54 | 88 | 136 | 214 |
| Nombre de détecteurs total (PSB) | 4/8 ? (0/8 ?) | 12 (8) | 12 (8) | 12 (8) | 4 (0) | 4 (0) |
| Résolution angulaire (minute d'arc) | 10,7 | 8 | 5,5 | 5 | 5 | 5 |
| NEP (10^{-17} W/ $\sqrt{\text{Hz}}$) | 0,82 | 0,90 | 1,04 | 1,16 | 1,51 | 3,80 |
| Sensibilité par pixel (μK) | 4,6 | 5,5 | 11,7 | 39,3 | 401 | 18 209 |

Tab. 2.2: Caractéristiques principales de l'instrument haute fréquence de PLANCK : on remarque que la sensibilité à 100 GHz est trois fois meilleure que celle de LFI, avec neuf fois moins de détecteurs. Les quatre bolomètres à 100 GHz sont susceptibles d'être remplacés par huit *PSB*, afin de pallier l'absence des cornets polarisés à 100 GHz de LFI.

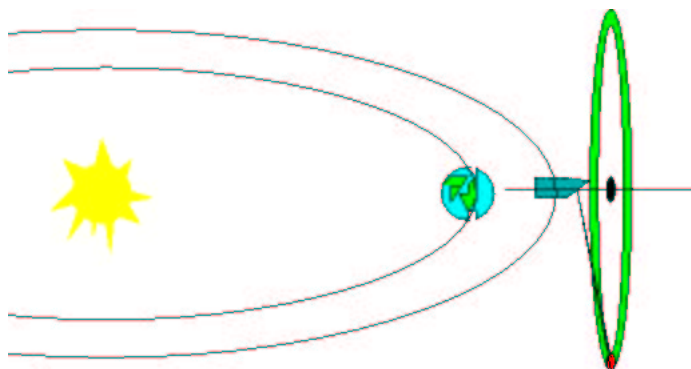


Fig. 2.8: La stratégie de balayage de Planck : le satellite orbitera autour du point L2, de manière à suivre la Terre dans son mouvement de rotation autour du Soleil ; l'axe de rotation est dans le plan de l'ecliptique, dans la direction opposée à la Terre. La direction d'observation est à 85° de l'axe de rotation. Afin de couvrir au mieux les pôles, l'axe de rotation pourra osciller autour du plan de l'ecliptique.

2.2 ARCHEOPS : une expérience ballon pour préparer PLANCK

L'expérience ARCHEOPS a été initiée dans le but de valider la technologie et la stratégie de balayage sélectionnées pour PLANCK, ainsi que pour faire une mesure des fluctuations du fond cosmologique, particulièrement à grande échelle angulaire. Ce qui distingue ARCHEOPS des autres expériences CMB (BOOMERANG, MAXIMA, DASI par exemple) est essentiellement sa stratégie de balayage permettant de couvrir une très large portion du ciel en peu de temps associée à la sensibilité de ses détecteurs refroidis à 100 mK.

2.2.1 Description de l'instrument

La figure 2.9 montre une vue schématisée de la nacelle. Le télescope est, comme celui de PLANCK, de type grégorien hors axe. L'axe optique du miroir primaire est à 49° de l'axe de rotation. La limite de diffraction du télescope est de 8 minutes d'arc à 140 GHz. Les deux miroirs sont en aluminium et polis avec une précision de l'ordre de $50 \mu\text{m}$ en écart-type ($\sim \lambda/20$ dans le millimétrique).

Lors du premier vol scientifique à Kiruna, en janvier 2001, le pivot était solidaire de la nacelle. Le bruit fortement non stationnaire, de type «télégraphique» observé sur certains bolomètres (en particulier les voies polarisées), était très certainement dû aux effets du courant haché qui alimentait le moteur au niveau du pivot. Pour le vol de février 2003, le moteur assurant la rotation de la nacelle a été placé plus haut sur la chaîne de vol, à environ 75 m de la nacelle, avec ses batteries. Le moteur est asservi pour tourner à une vitesse constante de deux tours par minute.

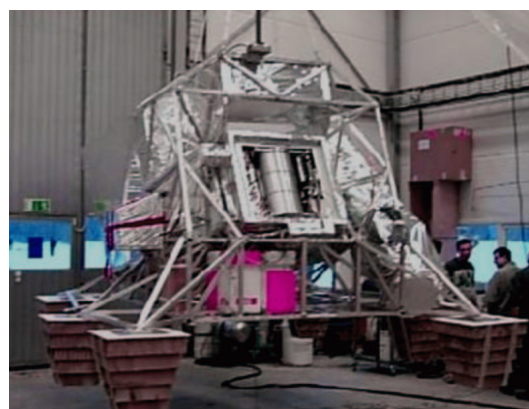
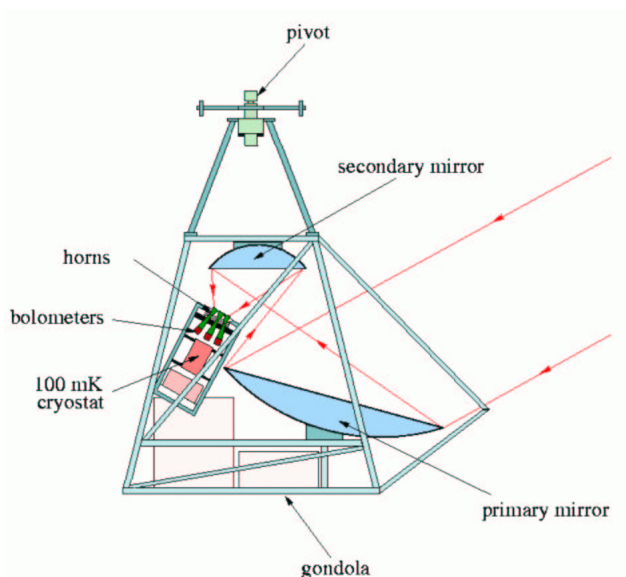


Fig. 2.9: Schéma de la nacelle d'ARCHEOPS telle qu'elle était au moment du vol test à Trapani et photo prise à Kiruna avant le second vol scientifique.

Le reconstruction du pointage est assurée par différents dispositifs :

- un senseur stellaire : c'est un télescope optique de 40 cm de diamètre muni d'une barrette de 46 photodiodes rangés verticalement, perpendiculaire à la direction de balayage ; ce dispositif permet de repérer le passage d'une étoile jusqu'à la magnitude 6 ;
- un magnétomètre : il s'agit d'une bobine de 1 m de diamètre dans laquelle circule un courant induit par le champ magnétique terrestre et la rotation de la nacelle ;
- trois gyroscopes mesurant les vitesses de rotations selon trois axes ; en intégrant leur signal, ils donnent les angles de rotation relatifs, mais une dérive rend leur utilisation peu fiable au-delà de quelques minutes ;
- un système GPS qui permet de connaître la position et l'altitude de la nacelle.

Le débit de données d'ARCHEOPS est typiquement de l'ordre de 30 détecteurs \times 152 échantillons/seconde \times 4 octets, soit environ 12 ko/s. La télémétrie (radio, fourni par le CNES, ou téléphone satellite INMARSAT) permettent d'atteindre environ 300 octets/s. La télémétrie satellite était basé sur un téléphone mobile Inmarsat-MiniM. Il a fallu fabriquer une antenne spécifique pour assurer la bonne réception du satellite à des latitudes aussi élevées que celle de Kiruna : le laboratoire Antennes et Communication de l'Université de Rennes a étudié et fabriqué une antenne passive adaptée, avec un lobe large (10° à 1 dB), et centrée à 15° d'élévation. Cette télémétrie permettait d'une part de surveiller le bon déroulement du vol ($1/64^e$ des données était envoyé) et d'envoyer des commandes de base (ouverture et fermeture du plan focal, largage de lest, mise en rotation de la nacelle), mais pas de transmettre l'ensemble des données scientifiques. Celles-ci devaient être stockées à bord. La mémoire nécessaire pour un vol de 24 heures est typiquement de 1 Go : l'ordinateur de bord disposait de trois circuits avec 64 puces de *flash* EEPROM de 8 Mo chacune. Au total, 1,5 Go de mémoire était disponible. L'ensemble était contrôlé par un processeur IBM Power PC 403 GA, dont la consommation est très faible (300 mW). Puisque les données ne pouvaient être entièrement transmises durant le vol, il était crucial de pouvoir récupérer la nacelle.

Lors du vol de février 2002, le plan focal était composé de 21 bolomètres : huit à 143 GHz, six à 217 GHz, six à 353 GHz et un à 545 GHz. Les six bolomètres à 353 GHz étaient associés par paire mesurant deux directions de polarisation perpendiculaires. Les deux directions de polarisation étaient séparées à l'aide d'OMT (*Orthomode transducer*) dont le schéma de principe est indiqué sur la figure 2.10.

2.2.2 La stratégie de balayage

La nacelle tourne sur elle-même à la vitesse de deux tours par minute environ. Par ailleurs, la rotation de la Terre et le vent déplacent la nacelle, et donc la direction de l'axe de rotation, tout au long du vol. La figure 2.12 montre la couverture attendue pour un vol de 20 h en supposant un vent de 120 km/h vers l'est.

Une étude détaillée montre l'importance dans ces conditions d'effectuer un vol de plus de 8 heures : en effet, au delà de cette durée, le nombre de pixels «hautement redondants» (vu en moyenne deux fois plus que les autres) augmente linéairement

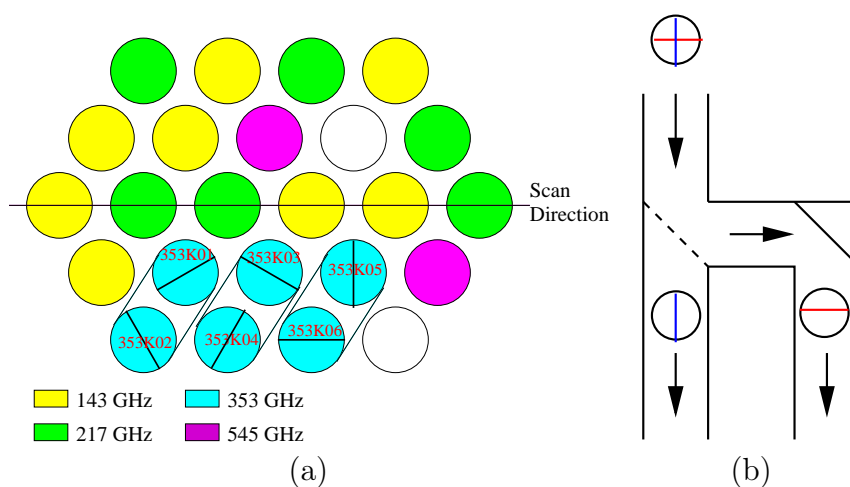


Fig. 2.10: (a) Le plan focal d'ARCHEOPS : les six bolomètres à 353 GHz sont associés par paire par des OMT, permettant de mesurer séparément les deux directions de polarisation. (b) Principe d'un OMT : le rayonnement est séparé en deux composantes de polarisation perpendiculaires par un polariseur orienté à 45° ; l'une des polarisations est réfléchi (celle parallèle aux fils du polariseur), l'autre est transmise ; chaque polarisation est ensuite détecté par un bolomètre.

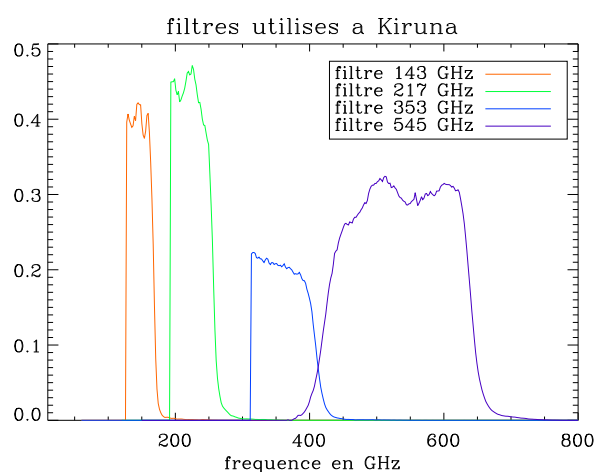


Fig. 2.11: Bandes de fréquence d'ARCHEOPS définies par les filtres lors du vol de Kiruna.

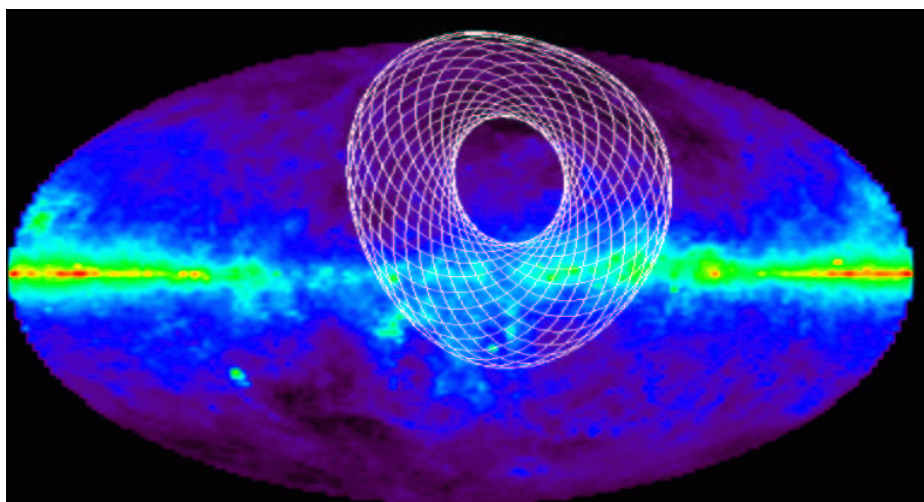


Fig. 2.12: La couverture d'un vol de 20 heures d'ARCHEOPS, partant de Kiruna et dérivant vers la Russie.

avec le temps avant 8 heures de vol, pour ensuite augmenter en t^2 . La progression quadratique se comprend par un simple argument géométrique : chaque nouveau cercle coupe tous les précédents en deux points ; le nombre de points vus deux fois augmente donc à chaque nouveau cercle du nombre de cercle précédent ; au n^e cercle, on a donc $n(n + 1)$ points vus deux fois. Cet argument n'est plus valable si l'on considère la pixellisation. Au début du vol, les cercles successifs sont quasiment tangents à tous les précédents, ce qui réduit la taille de la zone de pixels hautement redondants. En revanche, après huit heures de vol, les nouveaux cercles coupent les plus anciens quasiment perpendiculairement, et l'argument géométrique précédent devient valable. La figure 2.13 montre l'évolution du nombre de pixel hautement redondant au cours du vol.

2.2.3 Le vol scientifique du 7 février 2002

L'expérience ARCHEOPS a volé quatre fois : la première fois en 1999 pour un vol test partant de Trapani, en Sicile. Il y a ensuite eu trois vols scientifiques au départ de Kiruna, le premier le 29 janvier 2001, le deuxième le 12 janvier 2002 et le dernier le 7 février 2002. Nous ne discuterons pas du premier vol de Kiruna, car le bruit des bolomètres polarisés les a rendu inutilisables. Le deuxième a dû être interrompu après deux heures de vol à cause d'une fuite sur le ballon.

Le vol du 7 février 2002 a duré 19 heures, à une altitude moyenne de 34,9 km. Jupiter et Saturne ont été croisées durant ce vol, permettant la reconstruction des lobes des différents canaux. L'atterrissage a eu lieu le 8 février, près de Norilsk, en Sibérie. Seules les douze premières heures sont nocturnes ; après, le Soleil perturbe fortement la mesure. Durant le vol, le cryostat est resté à une température de 90 mK. La sensibilité a été meilleure que $180 \mu\text{K}$ pour huit des 14 détecteurs à 143 et 217 GHz. Les six bolomètres à 353 GHz ont correctement fonctionné, comme nous le verrons, autorisant la mesure de la polarisation de nuages galactiques.

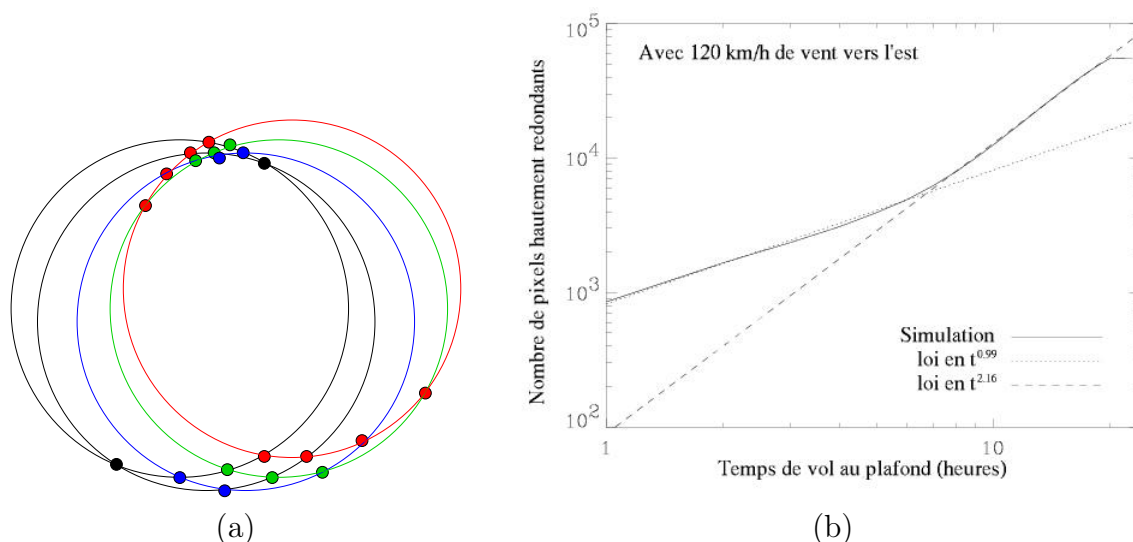


Fig. 2.13: (a) Ce schéma explique pourquoi le nombre de points «redondants» doit varier quadratiquement avec le temps; en fait, cet argument géométrique (on compte simplement les intersections de cercles) n'est pas valable au début du vol à cause de la pixellisation de la carte. (b) Évolution du nombre de pixels hautement redondants, c'est-à-dire ceux qui sont vus en moyenne deux fois plus que les autres.

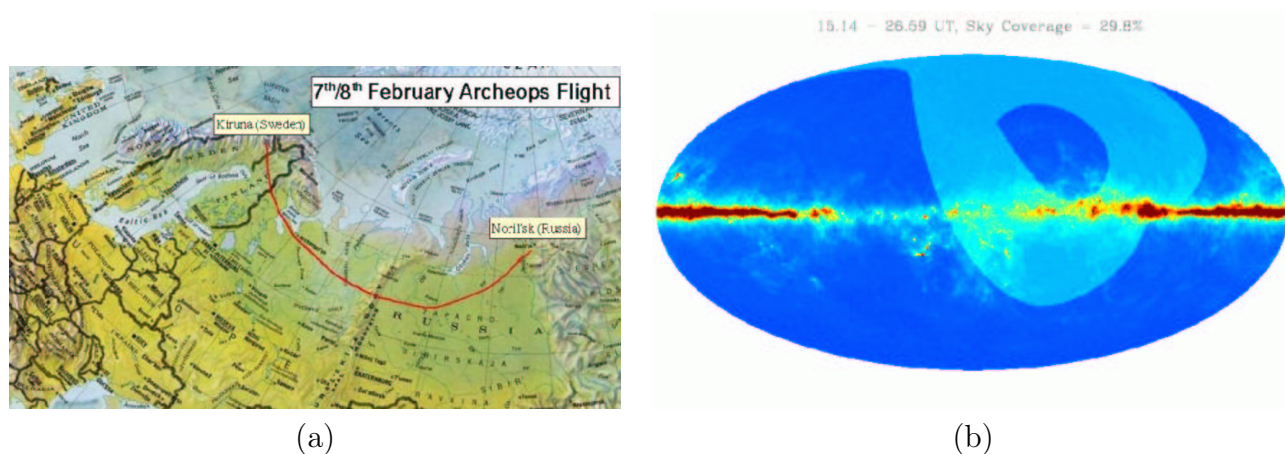


Fig. 2.14: (a) Trajectoire de la nacelle lors du vol du 7 février 2002 et couverture associée, en coordonnées galactiques (avec une rotation de 180° : l'anticentre galactique est au centre de la carte).

Conclusion

La mission PLANCK sera l'expérience ultime de mesure des anisotropies du CMB, uniquement limitée par le bruit de photon. Elle aura la capacité de mesurer le spectre de puissance des anisotropies de $l = 1$ à $l \sim 2400$. Ce sera aussi la première expérience spatiale utilisant des bolomètres refroidis à 100 mK, permettant d'obtenir un niveau de bruit de l'ordre de $10^{-17} \text{ W} \cdot \text{Hz}^{-1/2}$. Enfin, PLANCK aura la possibilité de mesurer la polarisation du rayonnement, avec une sensibilité suffisante pour mesurer avec une bonne précision le spectre des modes E .

L'expérience ARCHEOPS a déjà mesuré le spectre des anisotropies de température pour $l = 20$ à $l = 350$, faisant ainsi le lien entre les mesures précédentes, de COBE ($l < 20$) à MAXIMA et BOOMERANG. Nous verrons dans les chapitres suivants ce qu'ARCHEOPS apporte à la mesure de la polarisation des poussières galactiques, et les techniques mises en œuvre pour effectuer cette mesure.

3. L'ÉTALONNAGE DE L'INSTRUMENT HFI DE PLANCK

Introduction

L'OBJECTIF principal de l'étalonnage, au sol ou en vol, est d'une part de tester les fonctionnalités de l'instrument HFI et de mesurer l'ensemble de ses caractéristiques et paramètres nécessaire à l'exploitation des données, par exemple les lobes principaux, les constantes de temps des détecteurs ou leur réponse absolue. La stratégie de l'étalonnage prévoit la mesure des paramètres à trois stades différents : d'abord au niveau des sous-systèmes (les cornets, les bolomètres, les filtres) individuellement. Ensuite, un étalonnage au sol de l'instrument HFI est prévue, en utilisant le cryostat Saturne¹ à l'IAS² afin de placer l'instrument dans les conditions de fonctionnement (rayonnement de fond à 2 K). Certains paramètres ne pouvant être mesurés en vol (comme la réponse spectrale, par exemple) le seront à cette étape. Par ailleurs, lors de cette étape, on pourra s'assurer du bon fonctionnement de l'ensemble de l'instrument et obtenir des informations utiles pour la préparation de l'analyse de données (niveau de bruit, réponse des bolomètres, des PSB). Ce chapitre est essentiellement consacré à la description de la cuve Saturne et des tests effectués sur les composants du système optique d'étalonnage (sphère intégrante et polariseur). Le premier paragraphe décrit les paramètres qui seront mesurés. La suite montre comment sera fait l'étalonnage au sol et décrit les études expérimentales qui ont été faites pour préparer cette partie de l'étalonnage.

3.1 Les paramètres de l'étalonnage

Nous donnons ici une description des différents paramètres qui doivent être mesurés lors de la calibration, en indiquant à quelle(s) étape(s) ils le seront.³

3.1.1 Les lobes principaux

Le télescope et les cornets définissent la forme de l'acceptance angulaire de chaque détecteur, que l'on appelle lobe (par référence aux antennes). La forme des cornets, en particulier de leur surface interne⁴, est calculée de manière à obtenir un lobe aussi symétrique et gaussien que possible. Toutefois, le télescope lui-même introduit des déformations du lobe d'autant plus importantes que le cornet est éloigné du centre du plan focal. Une mesure précise des pics acoustiques dans le spectre de température nécessite une précision de 0,1% dans la détermination des lobes.

La réponse angulaire des cornets sera mesurée indépendamment, au niveau du sous-système. Le lobe de l'ensemble cornets et télescope pourra ensuite être calculé à

¹ Ce cryostat a été utilisé pour la calibration de la caméra ISOCAM du satellite ISO.

² Institut d'Astrophysique Spatiale, Orsay.

³ Les valeurs mentionnées proviennent du document répondant à l'appel à proposition de l'ESA (Consortium, 1998).

⁴ Les faces internes sont gravées de manière à réduire les lobes secondaires et à sélectionner la bande de fréquence du détecteur

partir de la réponse des cornets et soit des simulations, soit des mesures du télescope. Il ne sera pas possible de faire la mesure du lobe au sol (car le satellite ne pourra pas y être placé dans les conditions de vol avec son télescope). C'est donc en vol que la mesure définitive du lobe sera effectuée : avec des sources extragalactiques pour le lobe principal (la partie gaussienne) et avec les planètes, qui sont des sources intenses et ponctuelles par rapport au lobe⁵, permettant de le mesurer jusqu'à un niveau de -40 dB.

3.1.2 La réponse spectrale

Une mesure précise des anisotropies et de la polarisation nécessitera de combiner les différentes voies de HFI et LFI (en particulier pour la soustraction des avant-plans). Il est essentiel pour cela de connaître la transmission spectrale des différents canaux. Le niveau requis est de 3 % pour les voies inférieures à 400 GHz et 1 % pour les voies supérieures à 400 GHz.

Une première mesure sera effectuée sur l'ensemble cornets, filtres et bolomètres. Elle sera ensuite répétée à l'intérieur de la cuve Saturne, sur le plan focal assemblé. De la même manière, l'efficacité du blocage des autres rayonnements (visible, infrarouge et infrarouge lointain) sera testée au niveau du sous-système et du plan focal.

3.1.3 La réponse temporelle

Le temps de réponse des bolomètres est typiquement de l'ordre de quelques millisecondes (mesuré sur les bolomètres de l'expérience ARCHEOPS). L'effet de ce temps de réponse est d'étirer le lobe dans la direction de balayage. Nous verrons dans le chapitre 4 l'importance de la connaissance de cette constante de temps pour la mesure de la polarisation en particulier.

Elle devra être mesurée dans la cuve Saturne à l'aide d'un signal modulé par un hacheur (seul système permettant d'obtenir un temps de montée inférieur à la milliseconde).

3.1.4 La polarisation

L'étalonnage de la polarisation consiste à vérifier *(i)* la direction de la polarisation de chacun des PSB, *(ii)* le niveau de polarisation croisée et *(iii)* la réponse relative des voies d'un même canal. L'orientation des polarimètres, ainsi que le niveau de la polarisation croisée⁶, seront mesurés au niveau du sous-système (ensemble PSB, filtres et cornets). L'orientation sera vérifiée lors de l'étalonnage du plan focal dans la cuve

⁵ Le diamètre angulaire de Jupiter, la plus grosse des planètes, est de l'ordre de 40'', à comparer aux tailles de lobe qui vont de 5' à 33'

⁶ Le taux de polarisation croisée est la fraction de rayonnement polarisé perpendiculaire à la direction du polariseur qui subsiste après avoir traversé celui-ci.

Saturne avec une précision de 1° . En revanche, seul un excès de polarisation croisée sera testé à cette étape. L'étalonnage relatif des différentes voies d'un même canal sera fait en vol, par exemple en moyennant le signal d'un grand nombre de sources ponctuelles. Ce point sera plus amplement développé dans le chapitre 5, avec une application aux données ARCHEOPS.

3.1.5 La réponse absolue

C'est le facteur de conversion permettant de transformer le signal mesuré (en microvolts) en unité physique (microkelvin pour le CMB). L'incertitude sur la réponse absolue des expériences CMB récentes (BOOMERANG, MAXIMA, ARCHEOPS) était de l'ordre de 10 %. La précision requise pour PLANCK est de 1 % pour les basses fréquences et 3 % pour les hautes fréquences. La précision sur la réponse relative entre les différents détecteurs sera, elle, de l'ordre de 0,1 %.

Une première mesure de la réponse absolue sera faite dans la cuve Saturne lors de l'étalonnage, avec une précision de 10 % (et de 3 % sur la réponse relative). La mesure définitive sera faite en vol, en utilisant les données existantes de flux absolu pour les sources étendues mesuré par l'instrument FIRAS et la mesure de DMR pour le dipôle⁷. Les basses fréquences (en dessous de 400 GHz) seront calibrées sur le dipôle, tandis que les hautes fréquences le seront sur le signal galactique qui permet une plus grande précision au-dessus de 400 GHz. Les données de HFI seront moyennées sur une période d'une semaine pour arriver à la résolution de 7° de l'instrument FIRAS. L'éventuelle variation de la réponse au cours de cette période de 7 jours sera déterminée grâce aux sources ponctuelles.

3.1.6 Caractérisation des détecteurs

Le comportement des détecteurs (linéarité, sensibilité, réponse) devra être vérifié dans le cryostat Saturne, sous différentes contraintes (rayonnement de fond) et sur la gamme dynamique prévisible pour PLANCK.

Par ailleurs, la variation de la sensibilité et de la réponse des détecteurs avec les températures des différents étages cryogéniques sera étudiée (les cornets à 4 K, les filtres à 1,5 K et le plan focal à 100 mK influent sur la réponse des détecteurs).

3.1.7 Niveau de bruit

Le niveau de bruit déterminera la sensibilité finale de l'instrument. L'objectif étant d'avoir une mesure uniquement limitée par le bruit de photon, le niveau de bruit sera contrôlé au cours de la fabrication des différents sous-système, et lors de l'étalonnage dans la cuve Saturne. Mais le niveau de bruit final sera mesuré en vol : les données acquises lors de l'étalonnage au sol serviront à interpréter les données de

⁷ FIRAS et DMR sont les expériences embarquées sur le satellite COBE.

vol (dépendance vis-à-vis du rayonnement de fond, de la température des différents étages, etc.)

3.1.8 La diaphonie

Le signal d'un détecteur peut influencer le signal à mesurer sur les détecteurs voisins. Il existe deux origines possibles de diaphonie : la diaphonie électrique correspond à un couplage des signaux électriques dans l'électronique de détection et entre les câbles. La diaphonie optique est due à une fuite optique d'un détecteur dans un autre. La diaphonie totale pour un détecteur doit être inférieure à trois fois son niveau de bruit. La diaphonie électrique sera mesurée lors de l'étalonnage du plan focal, en envoyant un signal de polarisation sur l'un des canaux et en lisant les canaux voisins. La diaphonie optique sera évaluée à trois étapes : au niveau du sous-systèmes, avec un petit nombre de cornets ; lors de l'étalonnage dans la cuve Saturne, avec l'ensemble du plan focal et enfin en vol, grâce aux sources ponctuelles intenses (les planètes).

3.2 La cuve Saturne et le système optique

Pour l'étalonnage et la détermination des paramètres pertinents, l'instrument HFI doit être placé dans des conditions aussi proches que possible des conditions de vol. En particulier, le rayonnement de fond, qui détermine le point de fonctionnement des détecteurs, doit être de l'ordre de 3 K et il faut lui fournir des étages à 77 K et 20 K nécessaires à son refroidissement.

Le cryostat Saturne a été construit au départ pour l'étalonnage de l'instrument ISOCAM (caméra infrarouge embarquée sur le satellite ISO). Des tests ont montré qu'il pouvait descendre à une température de 2,2 K, mais il a dû être adapté pour l'étalonnage de HFI. Il est constitué d'une chambre à vide de 1,6 m de haut sur 1,604 m de diamètre, entourée de trois enceintes (à 300 K, 77 K et 20 K). Une réserve d'hélium liquide à 4 K (régulée) est disposée dans la partie inférieure. Au-dessus est placée une plaque d'aluminium de 1 m de diamètre et 10 cm d'épaisseur, refroidie à 2 K grâce à de l'hélium liquide pompé (là aussi, la température est contrôlée et régulée), sur laquelle seront fixés l'instrument HFI et le système optique. Un circuit de prérefroidissement à 4 K permettra d'accélérer la mise en froid de l'instrument. La figure 3.1 montre un schéma d'ensemble de la cuve.

Le système optique doit assurer l'illumination de l'ensemble du plan focal avec une intensité et un spectre variables, simulant le rayonnement de fond et les sources astrophysiques. La figure 3.2 montre l'organisation des différents éléments à l'intérieur de la cuve Saturne, sur la plaque à 2 K. L'illumination de l'ensemble du plan focal (13 cm de diamètre) avec un rayonnement millimétrique aussi uniforme que possible est assurée par une sphère intégrante, qui forme un faisceau large à partir de différentes sources :

- deux sources «froides» sont placées à l'intérieur de la sphère intégrante :

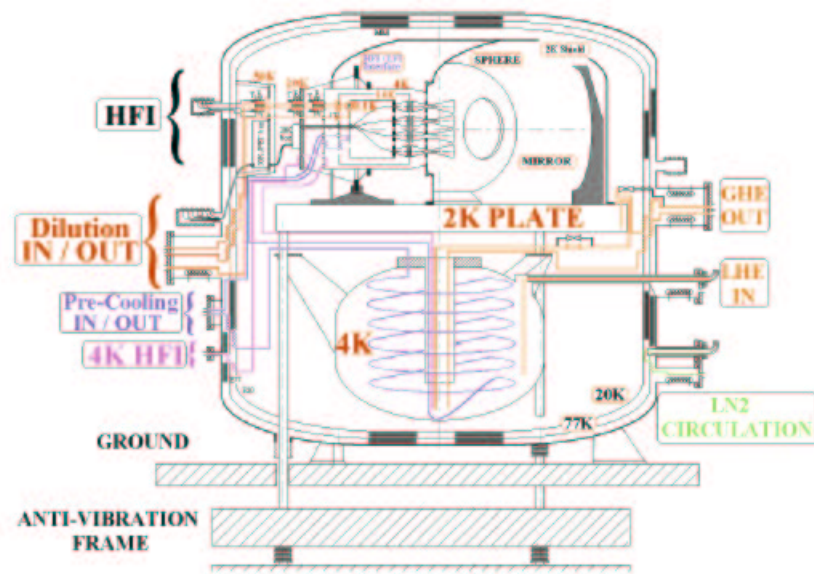


Fig. 3.1: Vue schématique de la cuve Saturne. La partie inférieure contient le réservoir d'hélium liquide à 4 K. La partie supérieure est constituée d'une platine d'aluminium maintenue à 2 K, sur laquelle seront fixés le système optique et l'instrument HFI. L'enceinte à 77 K est refroidie à l'azote liquide, tandis que l'étage à 20 K est refroidi avec de l'hélium gazeux.

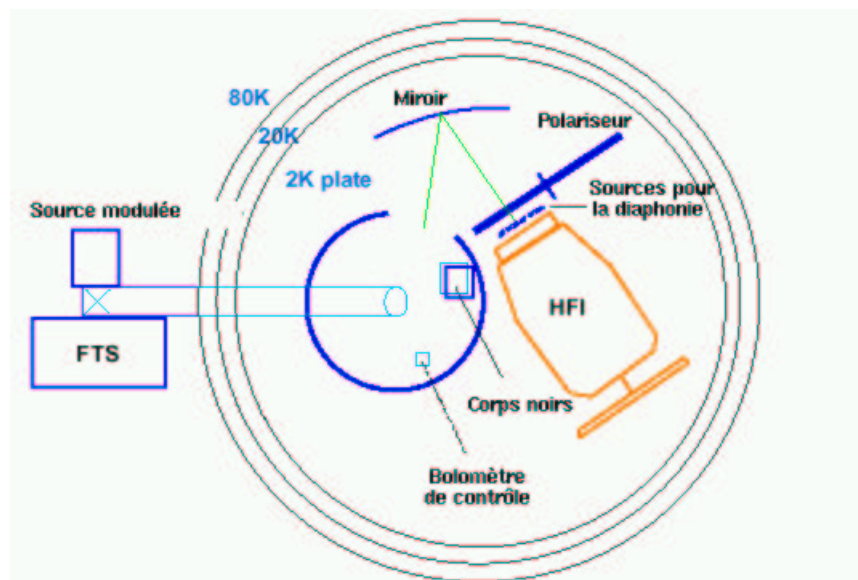


Fig. 3.2: Le système optique dans la cuve Saturne. Le spectromètre à transformée de Fourier (FTS) est à l'extérieur de la cuve, ainsi que le source modulée (hacheur) ; ils alimentent la sphère intégrante à travers un tube à vide. Le miroir dirige la sortie de la sphère vers le plan focal. Un système de bascule à trois positions permet de placer devant le plan focal un polariseur tournant ou des sources thermiques pour l'étude de la diaphonie ; la troisième position met la bascule en-dehors.

- CS1 : un corps noir annulaire à 30 K simule le rayonnement de fond attendu en vol et des signaux lentement modulés ($\leq 0,5$ Hz) ;
- CS2 : un corps noir modulé jusqu'à 10 Hz fonctionnant entre 2 K et 20 K, simule le rayonnement d'une source astrophysique ;
- deux sources «chaudes» sont situées à l'extérieur de la cuve Saturne et alimenteront la sphère intégrante à travers un tube à vide, en utilisant des miroirs focalisant :
 - un spectromètre à transformée de Fourier⁸, permettant de mesurer la réponse spectrale des détecteurs, fournit un rayonnement entre 0,1 mm et 5 mm ;
 - un corps noir différentiel, modulé à l'aide d'un hacheur entre 340 K et 400 K, permet de mesurer le temps de réponse des bolomètres.

Le signal sortant de la sphère est envoyé vers le plan focal à l'aide d'un miroir sphérique en aluminium, de 320 mm de diamètre, assurant un grandissement de 1,2.

L'étalonnage de l'orientation des polariseurs est faite à l'aide d'un polariseur tournant en face du plan focal. Un système de bascule permet de passer de la position vide à la position avec polariseur. Une troisième position permet de placer devant le plan focal un ensemble de sources thermiques à l'entrée des cornets pour l'étude de la diaphonie.

Les deux parties suivantes détaillent le travail effectué pour définir, fabriquer et caractériser la sphère intégrante et le polariseur.

3.3 La sphère intégrante

Le rôle de la sphère intégrante est d'obtenir un faisceau à la fois large et uniforme afin d'illuminer l'ensemble du plan focal de HFI. Le diamètre intérieur de la sphère est de 360 mm, son épaisseur de 5 mm et le trou de sortie du rayonnement a un diamètre de 160 mm.

Des simulations ont montré qu'une sphère dont la surface interne est parfaitement diffusante⁹ permet d'obtenir ce résultat. Nous avons donc recherché une surface aussi diffusante que possible dans le millimétrique et le submillimétrique. Pour tester différents échantillons de surface, nous avons utilisé un banc optique dont le schéma de principe est représenté sur la figure 3.3.

⁸ Un spectromètre à transformée de Fourier utilise un interféromètre de Michelson avec l'un des deux miroirs mobile. Le déplacement du miroir permet de parcourir le spectre de Fourier du signal

⁹ Par parfaitement diffusante, nous entendons que l'intensité diffusée I' par la surface est lambertienne, c'est-à-dire que $I' \propto dS \cos \theta$, où dS est l'élément de surface considéré et θ l'angle sous lequel on regarde la surface par rapport à sa normale. En particulier, l'intensité diffusée est indépendante de la direction d'incidence.

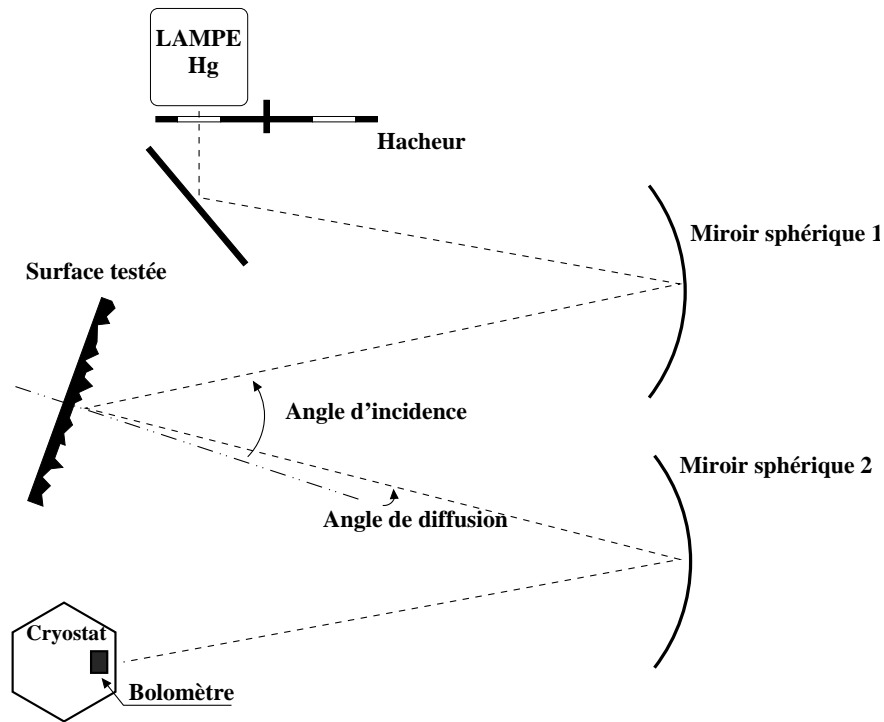


Fig. 3.3: Schéma du banc optique utilisé dans les tests des surfaces diffusantes pour la sphère intégrante.

3.3.1 Le banc optique

Le banc optique devait permettre de mesurer l'intensité diffusée dans une direction \mathbf{k}_{diff} en fonction de la direction d'incidence \mathbf{k}_{inc} . Plus formellement, on cherche à mesurer la fonction de diffusion $F(\mathbf{k}_{\text{inc}}, \mathbf{k}_{\text{diff}}, \lambda)$ liant les intensités incidente et diffusée.

L'optique

L'optique se compose de trois miroirs : un miroir plan renvoie la lumière de la source vers le premier miroir sphérique. Celui-ci focalise le faisceau en direction de la surface à tester avec un angle d'incidence ajustable en tournant la surface (voir la figure). Lors de nos expériences, une surface circulaire d'environ 1,5 cm de diamètre était éclairée par le faisceau. Un second miroir sphérique recueille la lumière diffusée par la surface, dans une direction qui peut être ajustée en faisant tourner le bras sur lequel sont fixés le cryostat et le second miroir sphérique. Les deux miroirs sphériques ont un rayon de courbure de 30 cm, soit une distance focale de 15 cm. En plaçant la surface testée et la source à 30 cm du premier miroir sphérique, et le second miroir à 30 cm de la surface et du détecteur, on maximise la quantité de lumière au niveau du détecteur (cette configuration revient à former l'image de la source sur le détecteur si la surface est un miroir plan).

Ce banc optique est conçu de manière à mesurer le rayonnement diffusé dans le plan d'incidence.¹⁰ Les contraintes matérielles fixent les limites angulaires des mesures à $-\theta_{inc} < \theta_d < \min(80 - \theta_{inc}, 80)$, avec θ_{inc} l'angle d'incidence défini par $(-\mathbf{n}, \mathbf{k}_{inc})$ et θ_d l'angle de diffusion $(\mathbf{k}_{diff}, \mathbf{n})$, où \mathbf{n} est la normale à la surface (voir figure 3.4).

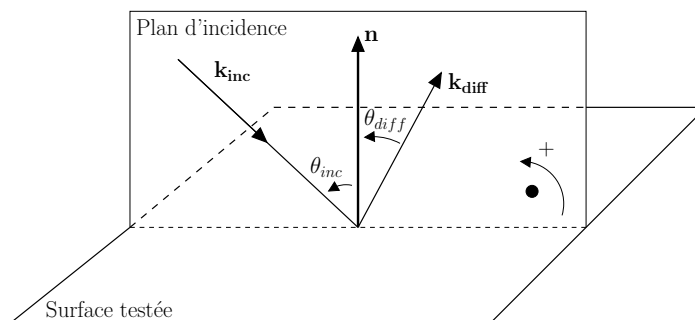


Fig. 3.4: Notations pour la diffusion sur une surface

La source de rayonnement millimétrique

La source utilisée est une lampe à vapeur de mercure. Une telle lampe émet essentiellement dans l'ultraviolet et le visible, mais son spectre s'étend jusqu'au submillimétrique et au millimétrique, (avec néanmoins un rendement très faible). La bande de fréquence désirée est sélectionnée grâce à une série de filtres : un filtre à la sortie de la lampe coupe le rayonnement ultraviolet et une partie du visible. Une série de trois filtres, à l'intérieur du cryostat (à 300 K, 77 K et 4 K respectivement), assure la sélection de la bande de fréquence. La figure 3.5 montre le spectre final obtenu : le maximum de l'émission est à une longueur d'onde de $300\ \mu\text{m}$. Les bandes passantes des détecteurs de Planck-HFI sont centrées sur des fréquences allant de $350\ \mu\text{m}$ à $3\ \text{mm}$: des simulations sont nécessaires pour évaluer la dépendance en fréquence de la fonction de diffusion.

La détection

Le signal millimétrique est mesuré à l'aide d'un bolomètre refroidi à 4 K dans un cryostat à ^4He liquide avec garde d'azote.¹¹ L'absorbeur est un disque de saphir de 5 mm de diamètre et de conductance thermique $G = 16,64\ \mu\text{W/K}$ et le thermomètre est un petit cristal de silicium. Sa sensibilité est de $26,5\ \text{V}/\mu\text{W}$. Le signal à mesurer étant noyé dans le bruit (le rayonnement thermique ambiant suffit à perturber la mesure), il est nécessaire de recourir à une détection synchrone : le signal est modulé à une fréquence bien précise f_{mod} (en pratique, nous avons travaillé à 40 Hz) à l'aide

¹⁰ Toutefois, des mesures ont pu être faites hors du plan d'incidence en inclinant la surface par rapport à la verticale

¹¹ Modèle *InfraRed* HDL-5, avec un préamplificateur LN-6C.

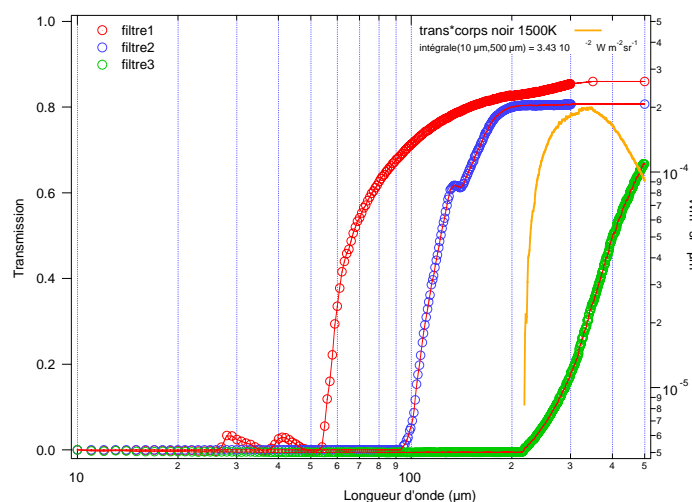


Fig. 3.5: Spectre de la lampe à mercure après traversée des filtres. Dans la partie infrarouge et millimétrique du spectre, l'émission de la lampe à mercure est bien modélisé par l'émission d'un corps noir à la température de 1500 K.

d'un hacheur placé juste à la sortie de la lampe. Un détecteur synchrone¹² multiplie ensuite le signal du bolomètre par une sinusoïde à la même fréquence de modulation. On retrouve ainsi le signal à $f = 0$ et à $f = 2f_{mod}$. Un filtre passe-bas permet de ne conserver que la partie continue, qui est directement proportionnelle au signal que l'on cherche à mesurer.

3.3.2 Les surfaces testées et les résultats

Une surface diffusante doit *a priori* présenter des défauts de surface de taille de l'ordre de la longueur d'onde, soit, dans notre cas, de l'ordre du millimètre. De nombreux types de surfaces ont été testés. Les premiers tests ont été effectués avec du papier d'aluminium chiffonné, mais ce système présente deux défauts majeurs : les caractéristiques sont très fluctuantes d'un échantillon à l'autre, et le contact thermique avec la sphère est difficile à assurer. Le choix s'est donc porté sur des surfaces usinées, l'idée étant, au final, d'usiner directement la sphère.

Les surfaces sont usinées en faisant des trous coniques à l'aide de la pointe d'un forêt classique. Deux formes de trous sont possibles : cône avec angle au sommet de 90° ou de 120° . On peut aussi faire varier la profondeur des trous. Il est utile, lors de tests de ce type, d'avoir un point de comparaison. Nous avons fait la mesure de la diffusion d'un miroir (*cf.* figure 3.6) : on trouve bien le résultat attendu pour un miroir à savoir un pic à $\theta_d = \theta_{inc}$. La figure 3.7a montre la courbe de diffusion (intensité diffusée selon la direction d'observation, dans le plan d'incidence) pour la surface PS05 (trous coniques d'angle au sommet 120° avec deux profondeurs de perçage différentes,

¹² Modèle SR830, *Stanford Research System*.

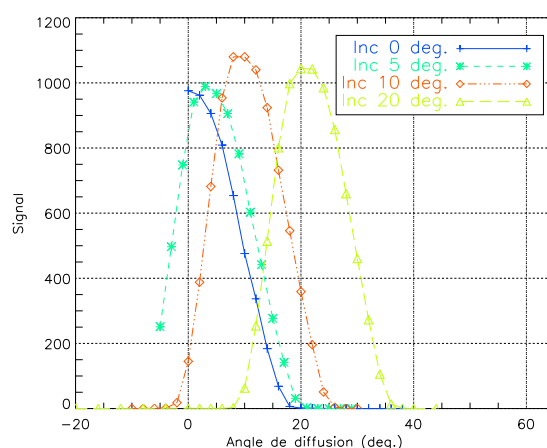


Fig. 3.6: Fonction de diffusion d'un miroir plan. On retrouve la loi $\theta_d = \theta_{inc}$, sachant qu'il existe une imprécision sur la mesure des angles de l'ordre de $\pm 5^\circ$.

0,4 et 1,5 mm). Nous avons constaté qu'une forte réflexion spéculaire subsistait : elle provenait des aplats qui étaient restés au fond des trous, le forêt utilisé n'étant pas assez solide pour usiner correctement le matériau proche de l'axe de rotation. Un second usinage à l'aide d'un forêt plus solide a permis de supprimer ces aplats et d'obtenir la courbe de diffusion de la figure 3.7b. Cette dernière présente un pic à $\theta_d = 60^\circ$ pour $\theta_{inc} = 0^\circ$, que nous avons identifié comme le résultat d'une réflexion spéculaire sur les cônes eux-mêmes (cf. figure 3.8).

La plupart des pics observés peuvent être expliqués par des réflexions sur les parois des cônes. Le tableau 3.1 indique pour les deux types de cônes la direction des pics attendus. Deux types de réflexion sont attendus : une réflexion simple, sur une seule paroi, et une réflexion double, dans laquelle le rayon est réfléchi par les deux parois du cône avant d'être renvoyé. Dans le tableau, seuls les pics mesurables sont indiqués (c'est pourquoi le cas d'une réflexion simple n'est pas mentionné pour le cône à 90°).

Pour limiter ces pics spéculaires, on utilise deux forêts différents, avec des angles au sommet de 90° et 120° . Le résultat est montré sur la figure 3.9 (les aplats sont supprimés comme indiqué précédemment). On obtient dans ce cas une diffusion quasiment uniforme pour les différents angles.

Le nombre de trous à faire sur la sphère finale (de l'ordre de 50 000) impose d'automatiser le processus de perçage à l'aide d'une machine à commande numérique. Nous avons testé une surface faite de cette manière, avec les trous prédéfinies préalablement «à la main», aussi aléatoirement que possible, tout en minimisant le nombre de trous à faire et en éliminant toute surface plane. Le résultat est indiqué sur les figures 3.10. Chaque figure correspond à des mesures faites en des zones différentes de la surface. La zone testée est de forme circulaire avec un diamètre d'environ 1 cm (dimension de la tache lumineuse de la lampe à mercure).

La forme conique des trous, bien que produisant des pics d'intensité à certains

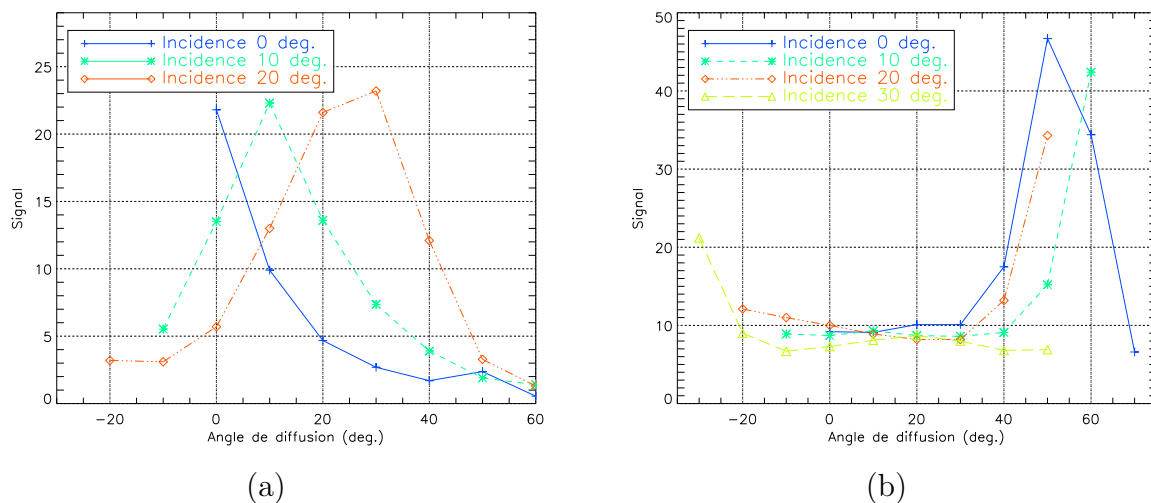


Fig. 3.7: (a) Pouvoir diffusant de la surface PS05 (trous coniques d'angle au sommet de 120°), avant usinage fin pour supprimer les aplats au fond des trous : on constate que la réflexion spéculaire est importante. (b) Pouvoir diffusant après suppression des aplats : la réflexion spéculaire a disparu, mais on voit apparaître des pics à $\theta_d = 60^\circ$ pour $\theta_{inc} = 0^\circ$. Ces pics sont dus à la réflexion sur les cônes eux-mêmes.

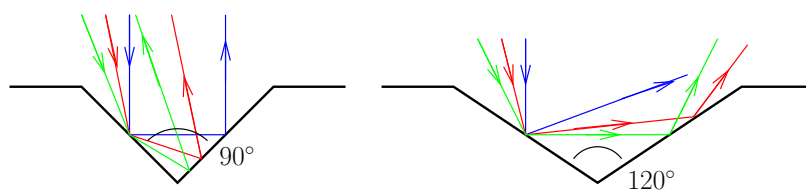


Fig. 3.8: Réflexion spéculaire dans un trou conique : dans le cas d'un cône d'angle au sommet 90° , seule la simple réflexion peut être mesurée avec le banc optique ; pour les cônes à 120° , la simple et la double réflexion sont mesurables.

| Angle d'incidence | Angle de diffusion | | | |
|-------------------|--------------------|--------|--------|------------|
| | 90° | 120° | | Spéculaire |
| | double | simple | double | |
| -30° | 30° | 30° | — | — |
| -20° | 20° | 40° | — | — |
| -10° | 10° | 50° | — | — |
| 0° | 0° | 60° | 60° | 0° |
| 10° | -10° | — | 50° | 10° |
| 20° | -20° | — | 40° | 20° |
| 30° | -30° | — | 30° | 30° |

Tab. 3.1: Angles des pics de diffusion dus aux réflexions spéculaires à l'intérieur des cônes : les fonctions diffusion mesurées présentent des pics prononcés à certains angles, qui correspondent à une ou plusieurs réflexions spéculaires sur les parois des trous coniques. Ce tableau résume les angles que l'on attend pour une réflexion spéculaire simple ou double (voir figure 3.8) pour différents angles d'incidence (voir la figure 3.4 pour les conventions sur les angles) ; les directions correspondant à des directions non mesurables par notre banc optique sont omises.

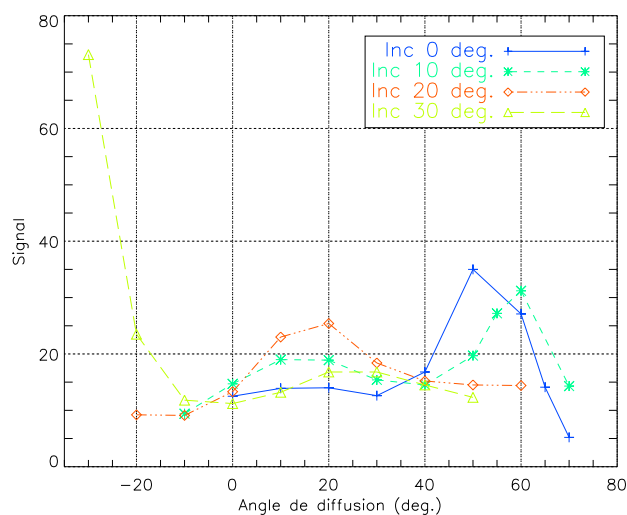


Fig. 3.9: Fonction de diffusion de la surface PS02 modifiée (forêts de 90° et 120° et trous de 1,5 mm de profondeur) : on voit à gauche le pic de rétrodiffusion dû à la double réflexion dans le cône à 90° ; les autres pics correspondent aussi, approximativement, à des réflexions spéculaires sur les parois des cônes.

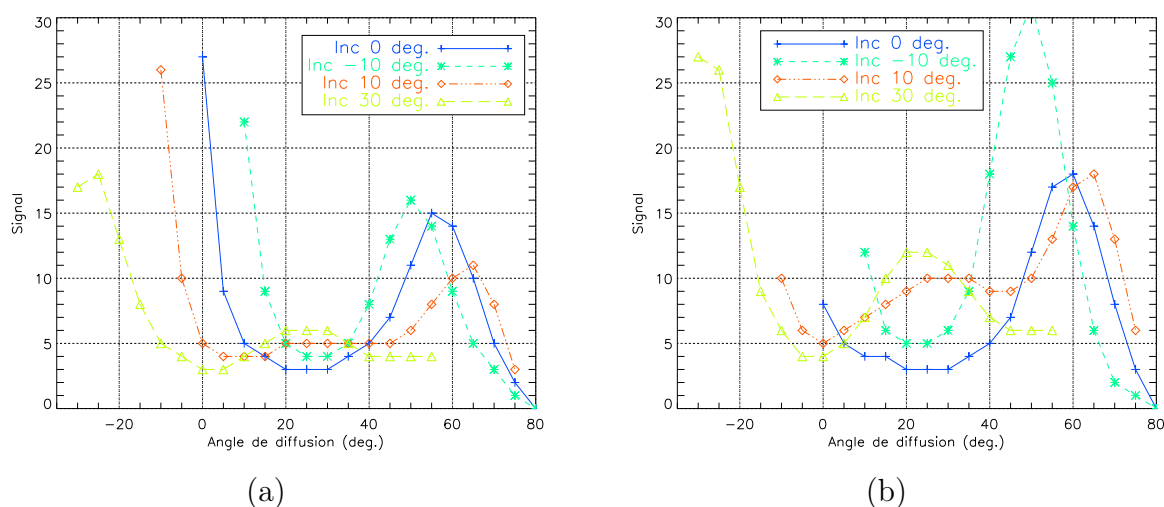


Fig. 3.10: (a) Fonction de diffusion de la surface NUM2 (trous coniques d'angle au sommet de 120° et 90° avec différentes profondeurs – 0,6 mm, 1,15 mm et 3 mm) ; (b) fonction de diffusion de la même surface à une position différente. On retrouve les pics attendus pour des réflexions simples ou doubles sur les parois des trous coniques (voir le tableau 3.1).

angles dus à des réflexions de type spéculaire (tableau 3.1 et figures 3.10), diffuse la lumière en dehors du plan d'incidence au contraire du miroir. Deux arguments permettent de soutenir cette hypothèse : d'une part, l'intensité maximale au niveau des pics dans le cas des surfaces diffusantes est nettement inférieure au pic de réflexion du miroir (environ d'un facteur 50) ; d'autre part, la symétrie de révolution des cônes laisse supposer que d'autres pics de réflexion existent en-dehors du plan d'incidence. Enfin, en dehors des pics, il subsiste un fond de rayonnement non négligeable (à comparer, encore, au cas du miroir plan).

Des simulations de la diffusion des surfaces de ce type ont été faites (Haissinski, 2002) avec pour objectifs (i) de déterminer la diffusion en-dehors du plan d'incidence et (ii) d'évaluer l'évolution de la diffusion en fonction de la longueur d'onde, les mesures étant limitées à $\lambda = 300 \mu\text{m}$ (alors que les détecteurs de Planck-HFI couvrent l'intervalle $[350 \mu\text{m}; 3 \text{ mm}]$). La simulation est basée sur la formule de diffraction de Fresnel-Kirchhoff. La principale difficulté de ce calcul est l'inconnue sur la longueur de cohérence transverse de l'onde, ainsi que la difficulté à tenir compte des doubles réflexions à l'intérieur des cônes. Compte-tenu de ces difficultés, la simulation est relativement incertaine. Toutefois, il est possible de reproduire les résultats des mesures ; en particulier, on retrouve les pics de réflexions multiples sur les cônes. Ces simulations montrent que la diffusion en dehors du plan d'incidence est relativement importante, comme on s'y attendait (les pics mesurés dans le plan d'incidence donnent des anneaux autour de la normale à la surface). Enfin, la diffusion reste importante dans l'intervalle de longueur d'onde $[0,15 \text{ mm} ; 3 \text{ mm}]$.

En utilisant les fonctions de diffusion mesurées sur la dernière surface (type NUM2, figure 3.10) dans une simulation du système optique complet, on obtient un rayonnement en sortie conforme aux spécifications (uniformité de 10% sur l'ensemble du plan

focal notamment). Toutefois, une cartographie du rayonnement en sortie de sphère serait souhaitable avant l'intégration du système optique dans la cuve Saturne, afin de valider les mesures, faites sur des surfaces planes, et les simulations.

3.4 Le polariseur

3.4.1 Introduction

L'objectif principal de l'étalonnage des voies polarisées de Planck-HFI est de déterminer, avec une précision d'au moins 1° , l'orientation des PSB dans le plan focal. Un polariseur idéal doit absorber (où réfléchir) totalement le rayonnement pour une direction de polarisation et transmettre totalement la direction de polarisation perpendiculaire (au moins pour un faisceau perpendiculaire au plan du polariseur). En pratique, un polariseur consiste en une série de fils conducteurs disposés parallèlement avec un espacement très inférieur à la longueur d'onde. Dans le visible, le rôle des fils est joué par de longues chaînes de polymère.

L'étalonnage des voies polarisées de l'instrument HFI de Planck nécessite un polariseur adapté aux longueurs d'onde comprises entre $770 \mu\text{m}$ et $3,3 \text{ mm}$. Pour cela, on peut soit utiliser des fils électriques tendus sur un cadre, soit placer des bandes métalliques sur un film plastique (Bareyre et Vanel, 2000). Les calculs montrent, pour les deux techniques, que plus les dimensions caractéristiques du réseau sont petites devant la longueur d'onde, meilleur est le taux de polarisation.¹³ En particulier, si un polariseur est efficace à une certaine longueur d'onde λ , il sera encore meilleur à plus grande longueur d'onde. Le choix entre fils tendus ou bandes sur support est guidé par des critères de robustesse et de stabilité. Le dépôt de bandes de cuivre ou d'aluminium sur support semble répondre à ces critères, avec en outre une plus grande facilité de fabrication que les polariseurs à fils tendus. C'est pourquoi le choix s'est porté sur un polariseur à bandes réalisé par photolithographie.

3.4.2 Caractéristiques des différents polariseurs

La fabrication des polariseurs a été confiée à la société *Micronic*¹⁴ qui a réalisé deux paires de polariseurs : la première paire sur un substrat de polyimide de $50 \mu\text{m}$ d'épaisseur et bandes en cuivre de $5 \mu\text{m}$ d'épaisseur et la deuxième sur un substrat

¹³ Le taux de polarisation est donnée par (Bareyre et Vanel, 2000) :

$$P = \sqrt{\frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}} = \frac{|T_{\perp}|^2 - |T_{\parallel}|^2}{|T_{\perp}|^2 + |T_{\parallel}|^2}$$

avec I_{\min} et I_{\max} les intensités minimale et maximale suivant l'orientation du polariseur. On note $|T_{\perp}|^2$ la transmission en intensité de la composante de polarisation perpendiculaire aux bandes, et $|T_{\parallel}|^2$ la transmission de la partie parallèle.

¹⁴ Micronic - 4, rue des Frères Lumière - 78370 Plaisir : études et réalisation micro-électronique hyperfréquences microcircuits hybrides.

de polyéthylène de 4 à 5 μm d'épaisseur et bandes en aluminium de 0,5 μm .

Il est possible de fabriquer des polariseurs d'au maximum 140 mm de diamètre (dimension du polariseur final pour l'étalonnage HFI), mais dans ce cas les limitations technologiques en photolithographie sont telles que le motif (conducteur ou isolant) le plus petit réalisable ne peut avoir une dimension inférieure à 15 μm . Par ailleurs, les formules théoriques montrent que l'on optimise les taux de transmission pour les polarisations parallèle et perpendiculaire aux fils en choisissant des bandes de largeur égale à leur espacement (voir la figure 3.11). C'est pourquoi nous avons décidé de faire fabriquer des polariseurs dont les dimensions du réseau sont :

- pas $a = 30 \mu\text{m}$;
- bandes conductrices de largeur $w = 15 \mu\text{m}$;
- espacement (isolant) de 15 μm .

Ces polariseurs avaient une surface de $8 \times 10 \text{ cm}^2$.

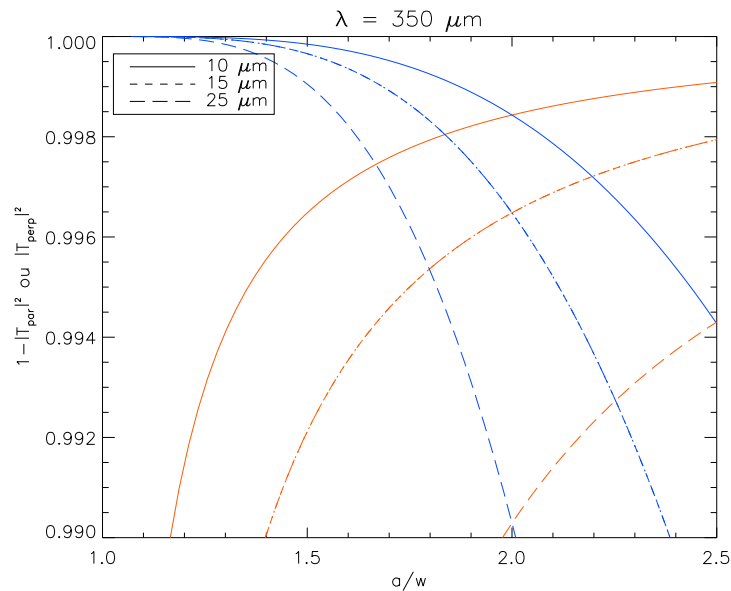


Fig. 3.11: Transmission d'un polariseur à bandes parallèles en fonction du rapport a/w : on a indiqué sur ce graphique la transmission pour une polarisation perpendiculaire aux bandes, $|T_{\perp}|^2$ (courbes croissantes) et $1 - |T_{\parallel}|^2$ (courbes décroissantes) avec $|T_{\parallel}|^2$ la transmission pour une polarisation parallèle aux bandes. Les différents jeux de courbes correspondent à des valeurs différentes de w (indiquées dans le cadre) et à une longueur d'onde $\lambda = 350 \mu\text{m}$ (correspondant au pic dans le spectre d'émission de la source utilisée).

L'observation au microscope optique de la première paire de polariseurs (substrat polyimide, bandes en cuivre) nous a révélé que le pas était effectivement de 30 μm , mais qu'en revanche les bandes de cuivre étaient plutôt de l'ordre de 20 μm pour un espacement de 10 μm comme on peut le voir sur la figure 3.12. Les derniers polariseurs reçus (dépôt d'aluminium sur polyéthylène) semblent moins réguliers. Le pas reste égal à environ 30 μm , mais la largeur de la bande d'aluminium varie de 10 à

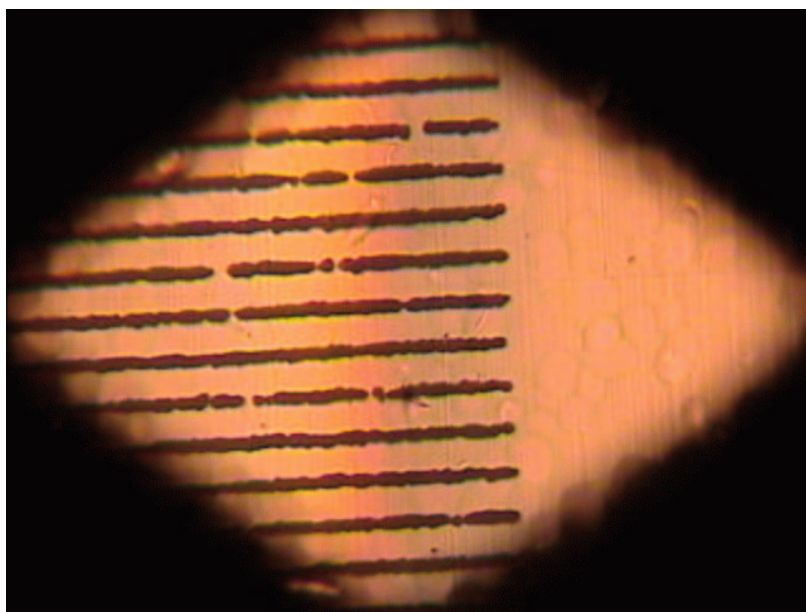


Fig. 3.12: Vue d'un polariseur (sur substrat de polyimide) au microscope, la largeur des bandes de cuivre est d'environ $20\ \mu\text{m}$ et sont espacées de $10\ \mu\text{m}$.

$18\ \mu\text{m}$ environ. Le substrat comporte en outre des zones enflées, légères surépaisseurs qui apparaissent comme des bulles à l'intérieur desquelles les bandes d'aluminium sont en moyenne plus larges. Ceci pourrait expliquer les moins bons résultats que nous avons obtenus avec ces polariseurs, en particulier la mauvaise extinction lorsque les polariseurs sont croisés. Le tableau 3.2 récapitule les caractéristiques mesurées pour les deux paires de polariseurs reçus.

| Polariseur | Pas | Largeur des pistes | Épaisseur substrat | Épaisseur piste |
|-----------------------|-------------------|--|--------------------|--------------------|
| 1 et 2 (polyimide) | $30\ \mu\text{m}$ | $20\ \mu\text{m}$ cuivre | $50\ \mu\text{m}$ | $5\ \mu\text{m}$ |
| 3 et 4 (polyéthylène) | $30\ \mu\text{m}$ | $10\ \text{à}\ 17.5\ \mu\text{m}$ aluminium | $5\ \mu\text{m}$ | $0,5\ \mu\text{m}$ |

Tab. 3.2: Caractéristiques des polariseurs fabriqués par la société *Micronic*. L'épaisseur du conducteur est largement suffisante, puisque l'épaisseur de peau au-dessus de $100\ \text{GHz}$ est inférieur au micron.

3.4.3 Montage expérimental

Le montage expérimental est essentiellement basé sur le banc optique du paragraphe 3.3.1, simplifié pour la mesure des polariseurs. La figure 3.13 donne un schéma du montage employé. La détection est la même que précédemment (hacheur devant la lampe et détecteur synchrone).

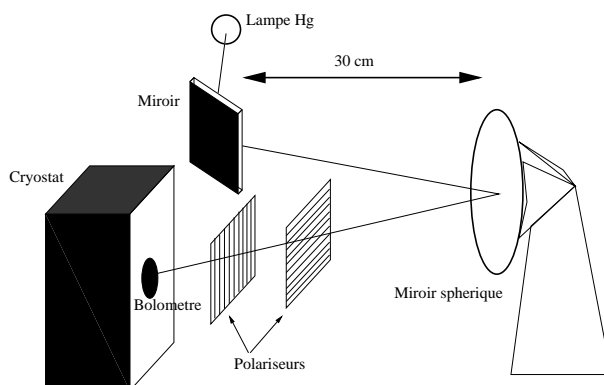


Fig. 3.13: Montage expérimental : la lampe à mercure sert de source de rayonnement millimétrique ; le miroir sphérique conjugue le collimateur de la lampe avec la fenêtre d'entrée du cryostat ; l'un des polariseurs peut tourner dans son plan, avec une précision sur l'angle de $0,5^\circ$.

3.4.4 Mesures des polariseurs

Étude de la transmission des substrats

Nous avons dans un premier temps mesuré la transmission d'une feuille de polyimide de mêmes caractéristiques que celles employées pour les polariseurs 1 et 2. Les résultats sont indiqués dans le tableau 3.3. Figure aussi dans ce tableau la transmission d'un échantillon de polyéthylène, mais qui ne présente pas *a priori* les mêmes caractéristiques que le substrat utilisé pour les polariseurs 3 et 4. Le but était de montrer qu'un substrat de polyéthylène absorbe beaucoup moins les ondes millimétriques qu'un substrat de polyimide.

| Matériau | Mesure (en V) | | Transmission |
|--------------|---------------|-------|--------------|
| | SANS | AVEC | |
| Polyimide | 0,919 | 0,658 | 0,716 |
| - | 0,917 | 0,659 | 0,718 |
| - | 0,738 | 0,530 | 0,718 |
| Polyéthylène | 0,722 | 0,689 | 0,954 |
| - | 0,721 | 0,685 | 0,950 |
| - | 0,715 | 0,688 | 0,962 |

Tab. 3.3: Transmission mesurée des substrats ; Les mesures ont été effectuées dans différentes positions du support et pour différentes intensités de la lampe. Le polyéthylène a une bien meilleure transmission (environ 95 %) que le polyimide (environ 72 %), mais est aussi beaucoup plus délicat à manipuler.

| Polariseur | Mesure (en V) | | Transmission |
|------------|---------------|-------|--------------|
| | SANS | AVEC | |
| 1 | 0,703 | 0,245 | 0,349 |
| 2 | 0,703 | 0,255 | 0,363 |
| 3 | 0,715 | 0,319 | 0,446 |
| 4 | 0,715 | 0,336 | 0,470 |

Tab. 3.4: Transmission mesurée des polariseurs 1, 2, 3 et 4 seul.

Polariseurs seuls

Les transmissions mesurées des polariseurs seuls (1, 2, 3 et 4) sont rassemblées dans le tableau 3.4. La transmission d'un polariseur idéal (qui ne laisse passer qu'une direction de polarisation) est $\frac{1}{2}$ (pour une lumière incidente non polarisée). Si le polariseur idéal est placé sur un support, la transmission en intensité de l'ensemble est alors donné par $\frac{1}{2} \times |T_{sup}|^2$ où $|T_{sup}|^2$ est la transmission en intensité du substrat seul (polyimide ou polyéthylène). Dans le cas de polariseurs réels (bandes métalliques sur un substrat dans notre cas), la transmission d'un polariseur seul n'est plus $\frac{1}{2}$. Il faut tenir compte de la transmission parasite, *i.e.* la fraction de rayonnement polarisé parallèlement aux bandes transmise (idéalement réfléchi) ainsi que la fraction de rayonnement polarisé perpendiculairement aux bandes réfléchi (idéalement transmise). On peut calculer à l'aide de formules théoriques (caractérisant des polariseurs à bandes métalliques sur un substrat) la transmission à laquelle on s'attend, en lumière non polarisée, compte tenu des paramètres mesurés des polariseurs. On utilise pour cela les équations suivantes tirées de (Martin, 1967) :

$$\begin{cases} |T_{\perp}|^2 = \frac{1}{1+4x_{\perp}^2} & \text{avec } x_{\perp} = -\frac{a}{\lambda} \ln \left(\cos \frac{\pi w}{2a} \right) \\ |T_{\parallel}|^2 = \frac{4x_{\parallel}^2}{1+4x_{\parallel}^2} & \text{avec } x_{\parallel} = -\frac{a}{\lambda} \ln \left(\sin \frac{\pi w}{2a} \right) \end{cases} \quad (3.1)$$

où λ est la longueur d'onde, a est le pas et w la largeur des bandes conductrices, et $|T_{\perp}|^2$ et $|T_{\parallel}|^2$ sont respectivement la transmission lorsque la polarisation est perpendiculaire ou parallèle aux bandes conductrices.

La transmission d'un polariseur (en lumière naturelle) s'écrit alors : $\frac{1}{2} (|T_{\perp}|^2 + |T_{\parallel}|^2) \times |T_{sup}|^2$. La transmission est donc fonction de la longueur d'onde λ , du pas a et de la largeur des bandes métalliques w . Le tableau 3.5 montre les valeurs théoriques et expérimentales pour les polariseurs 1 et 2 (ces valeurs sont corrigées de la transmission du support).

Le cas des polariseurs 3 et 4 est différent dans la mesure où l'on ne connaît pas la transmission intrinsèque du support. Dans ce cas, si l'on fait confiance aux formules théoriques — ce qui semble possible compte tenu des résultats pour les polariseurs 1 et 2, on peut calculer la transmission du support à partir de la mesure sur les polariseurs et des paramètres mesurés. Le tableau 3.6 donnent les résultats obtenus. L'ordre de grandeur des transmissions obtenues est compatible avec les mesures précédemment réalisées (*cf.* tableau 3.3), quoique légèrement plus faible. Le faisceau dont

| Polariseurs | paramètres (μm) | | | $\frac{1}{2} (T_{\perp} ^2 + T_{\parallel} ^2)$ | Mesure/ $ T_{sup} ^2$ | Ecart |
|-------------|------------------------------|-----|-----|---|-----------------------|-------|
| | λ | w | a | | | |
| 1 | 300 | 20 | 30 | 0,4953 | 0,4874 | -1,6% |
| 2 | 300 | 20 | 30 | 0,4953 | 0,5070 | 2,4% |

Tab. 3.5: Résultats théoriques comparés aux mesures (corrigées de la transmission du support). Dans le cas des polariseurs 1 et 2, on connaît la transmission du support, et on peut donc confronter les résultats théoriques aux mesures. L'écart reste inférieur à 3% pour les deux polariseurs.

nous disposions ne nous a pas permis de faire des mesures pour différentes zones du polariseurs (zones "enflées" ou autres). Il est possible qu'il existe de légères variations de la transmission d'une zone à l'autre.

| Polariseurs | paramètres (μm) | | | $\frac{1}{2} (T_{\perp} ^2 + T_{\parallel} ^2)$ | Mesure | Transmission |
|-------------|------------------------------|-----|-----|---|--------|--------------|
| | λ | w | a | | | |
| 3 | 300 | 10 | 30 | 0,5090 | 0,446 | 0,8762 |
| 3 | 300 | 18 | 30 | 0,4953 | 0,446 | 0,9004 |
| 4 | 300 | 10 | 30 | 0,5090 | 0,470 | 0,9233 |
| 4 | 300 | 18 | 30 | 0,4953 | 0,470 | 0,9489 |

Tab. 3.6: Transmission intrinsèque calculée du substrat pour les polariseurs 3 et 4. La largeur des bandes d'aluminium n'étant pas constante sur toute la surface des polariseurs, on a retenu dans ce tableau les valeurs extrêmes de w .

Deux polariseurs parallèles

Première paire (polariseurs 1 et 2 en polyimide) Afin de déterminer les intensités maximum (I_{max}) et minimum (I_{min}) vues par le bolomètre on trace en fonction de l'angle entre les directions de polarisation de chacun des deux polariseurs l'intensité détectée par le bolomètre. Ensuite, tel que représenté sur la figure 3.14, on ajuste la courbe par une fonction en sinus carré (loi de Malus) de la forme : $f(x) = a \sin^2 [b(x - c)] + d$. On a alors $I_{max} = a + d$ et $I_{min} = d$.

Le tableau 3.7 compare les valeurs calculées à celles mesurées pour I_{min} et I_{max} . Le résultat est concluant pour I_{max} , alors que pour I_{min} la valeur calculée est 20 fois plus faible que la valeur mesurée. Nous n'avons pas d'explication satisfaisante pour expliquer cet effet, d'autant que cet effet n'apparaît pas pour la seconde paire (voir paragraphe suivant).

Deuxième paire (polariseurs 3 et 4 en polyéthylène) De la même manière, que dans le cas précédent, on détermine I_{max} et I_{min} : voir figure 3.15. on calcule pour la paire 3, 4 la transmission polariseurs parallèles (I_{max}) et croisés (I_{min}). Le calcul est présenté pour deux valeurs de w , 10 et 18 μm : voir tableau 3.8. Les valeurs

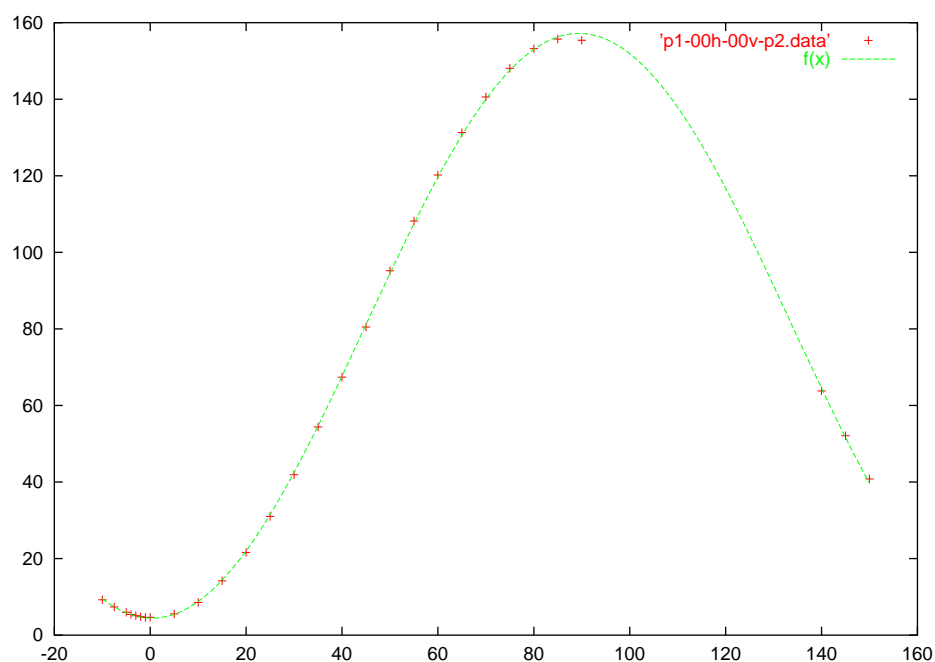


Fig. 3.14: Polariseurs 1 et 2 : intensité vue par le bolomètre en fonction de l'angle entre les directions de polarisation de chacun des polariseurs. Les points sont ajustés par la fonction $f(x) = a \sin^2 [b(x - c)] + d$, avec $a = 152,8$ mV et $d = 4,42$ mV.

| Maximum | | | | | |
|-------------------|--------|--------|--|------------------|------------------|
| I initiale (mV) | abs. 1 | abs. 2 | $\frac{1}{2}(T_{\perp} ^4 + T_{\parallel} ^4)$ | I estimée (mV) | I mesurée (mV) |
| 634 | 0,716 | 0,716 | 0,4813 | 156,4 | 157,0 |
| Minimum | | | | | |
| I initiale (mV) | abs. 1 | abs. 2 | $ T_{\perp} ^2 \times T_{\parallel} ^2$ | I estimée (mV) | I mesurée (mV) |
| 634 | 0,716 | 0,716 | 0,00081 | 0,263 | 4,42 |

Tab. 3.7: intensités maximale et minimale à travers les polariseurs 1 et 2 : on retrouve bien par le calcul la valeur mesurée expérimentalement pour le maximum, mais pas pour le minimum. L'intensité initiale est celle mesurée sans polariseur. On tient compte ensuite de la transmission de chaque support et de la transmission des polariseurs – parallèles pour le maximum et croisé pour le minimum.

expérimentales concordent aussi bien pour le minimum que pour le maximum avec les valeurs théoriques calculées pour $w = 10 \mu\text{m}$. Pour améliorer le coefficient d'extinction des polariseurs, il faudrait obtenir une largeur de bande de $15 \mu\text{m}$, comme demandé à l'origine.

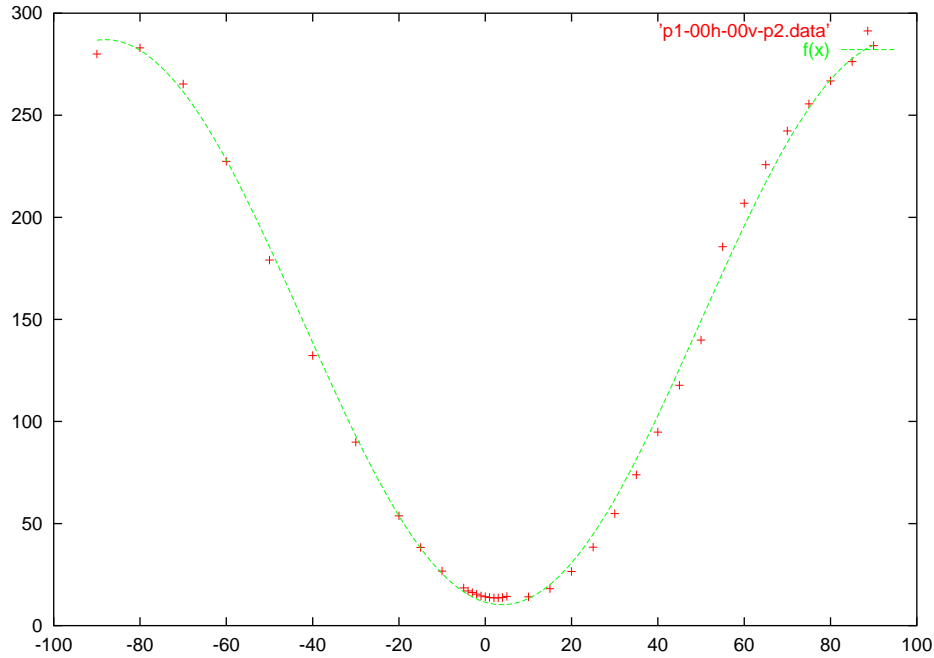


Fig. 3.15: Polariseurs 3 et 4 : intensité vue par le bolomètre en fonction de l'angle entre les directions de polarisation de chacun des polariseurs. Les points sont ajustés par la fonction $f(x) = a \sin^2 [b(x - c)] + d$, avec $a = 276,9 \text{ mV}$ et $d = 10,2 \text{ mV}$.

| Maximum | | | | | | |
|---------------------------|---------------------------|--------|--------|---|--------------------------|--------------------------|
| $w \text{ (}\mu\text{m)}$ | $I \text{ initiale (mV)}$ | abs. 1 | abs. 2 | $\frac{1}{2} (T_{\perp} ^4 + T_{\parallel} ^4)$ | $I \text{ estimée (mV)}$ | $I \text{ mesurée (mV)}$ |
| 10 | 710,6 | 0,8762 | 0,9233 | 0,4993 | 287,0 | 287,1 |
| 18 | 710,6 | 0,9004 | 0,9489 | 0,4889 | 296,8 | 287,1 |
| Minimum | | | | | | |
| $w \text{ (}\mu\text{m)}$ | $I \text{ initiale (mV)}$ | abs. 1 | abs. 2 | $ T_{\perp} ^2 \times T_{\parallel} ^2$ | $I \text{ estimée (mV)}$ | $I \text{ mesurée (mV)}$ |
| 10 | 710,6 | 0,8762 | 0,9233 | 0,0188 | 10,8 | 10,2 |
| 18 | 710,6 | 0,9004 | 0,9489 | 0,00177 | 1,07 | 10,2 |

Tab. 3.8: Intensités maximale et minimale à travers les polariseurs 3 et 4 : on retrouve par le calcul les valeurs expérimentales si on prend une largeur de bande de $w = 10 \mu\text{m}$.

Conclusion de l'étude

Le choix s'est finalement porté sur les polariseurs sur film de polyimide, en raison de sa plus grande résistance, et de la meilleure réalisation des bandes de cuivre sur ce support. Le fabricant a par ailleurs garanti que la photolithographie serait facilitée,

et donc beaucoup plus précise, en choisissant un pas de $50\ \mu\text{m}$. Les tests ayant montré que les formules théoriques étaient fiables, nous avons vérifié le comportement auquel on pouvait s'attendre pour un polariseur avec un pas de $50\ \mu\text{m}$ pour une longueur d'onde de $750\ \mu\text{m}$ (la borne inférieure des longueurs d'onde des voies polarisées de HFI). Le résultat est montré figure 3.16, calculé de la même manière que la figure 3.11. Le niveau de transmission attendu pour un pas de $50\ \mu\text{m}$ et une longueur d'onde de $750\ \mu\text{m}$ est proche de celui obtenu pour un pas de $30\ \mu\text{m}$ et une longueur d'onde de $350\ \mu\text{m}$. On peut donc espérer au final une amélioration grâce à la meilleure précision du tracé.

Enfin, nous avons vérifié que le polariseur ne subissait pas de déformation notable à froid en le plongeant dans l'azote liquide : la colle de fixation a parfaitement maintenu le film sur son cadre, et nous n'avons observé aucun décollement du cuivre du support.

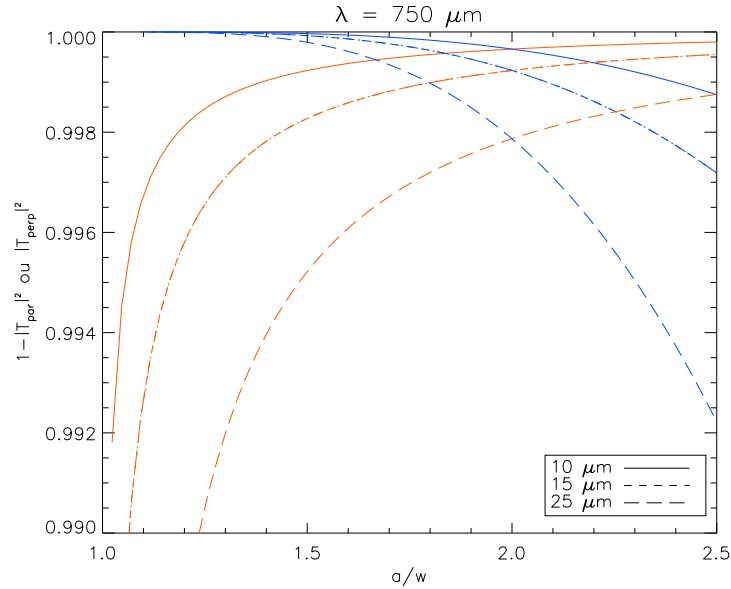


Fig. 3.16: Transmission d'un polariseur à bandes parallèles en fonction du rapport a/w : on a indiqué sur ce graphique la transmission pour une polarisation perpendiculaire aux bandes, $|T_{\perp}|^2$ (courbes croissantes) et $1 - |T_{\parallel}|^2$ (courbes décroissantes) avec $|T_{\parallel}|^2$ la transmission pour une polarisation parallèle aux bandes. Les différents jeux de courbes correspondent à des valeurs différentes de w et à une longueur d'onde $\lambda = 750\ \mu\text{m}$ (correspondant au minimum des longueurs d'ondes des voies polarisées de HFI).

3.5 Effet d'un faisceau ouvert sur la polarisation

L'étude précédente supposait que le faisceau incident était perpendiculaire au plan du polariseur. Nous avons voulu savoir quelle était l'état de polarisation d'un rayon arrivant avec une incidence quelconque sur un polariseur. Nous avons pour cela adopté une approche purement géométrique.

3.5.1 Transmission à travers deux polariseurs

Dans le cas usuel d'un rayon non polarisé arrivant avec une incidence normale sur un polariseur, puis analysé avec un second polariseur, parallèle au premier et tourné d'un angle θ par rapport à lui, l'intensité est donnée par la loi de Malus :

$$I \propto \cos^2 \theta \quad (3.2)$$

En dehors de ce cas particulier, il faut d'abord déterminer la direction de la polarisation après le passage du premier polariseur. Soit \mathbf{k} la direction du rayon incident et \mathbf{p} la direction du polariseur (perpendiculaire aux fils ou aux bandes). Après traversée du polariseur, le champ électrique sera orienté selon \mathbf{p} , mais doit aussi être perpendiculaire à \mathbf{k} . Notons $\mathbf{\Pi} = \alpha \mathbf{p} + \beta \mathbf{k}$ la direction de polarisation à la sortie du polariseur. On fait les hypothèses suivantes :

- la norme de $\mathbf{\Pi}$ est 1 (le champ électrique s'écrit $\mathbf{E} = E\mathbf{\Pi}$)
- $\mathbf{\Pi}$ est orthogonal à \mathbf{k} (car $\mathbf{k} \cdot \mathbf{E} = 0$)

qui permette de déduire les coefficients α et β :

$$\mathbf{\Pi} = \frac{\mathbf{p} - (\mathbf{p} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k}}{\sqrt{1 - (\mathbf{p} \cdot \mathbf{k})^2}} \quad (3.3)$$

Ce rayon, polarisé, passe ensuite par un second polariseur – l'analyseur – de direction \mathbf{a} . La direction de polarisation $\mathbf{\Pi}'$ est alors donnée par la même équation :

$$\mathbf{\Pi}' = \frac{\mathbf{a} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k}}{\sqrt{1 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{k})^2}} \quad (3.4)$$

En revanche, l'amplitude du champ électrique sera modifiée : le champ électrique $E\mathbf{\Pi}$ se décompose suivant $\mathbf{\Pi}'$ et une direction perpendiculaire à $\mathbf{\Pi}'$. Seule la composante selon $\mathbf{\Pi}'$ traverse l'analyseur. On en déduit l'amplitude transmise par l'ensemble des deux polariseurs :

$$\text{Amplitude transmise} \propto \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{\Pi}' = \frac{\mathbf{p} - (\mathbf{p} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k}}{\sqrt{1 - (\mathbf{p} \cdot \mathbf{k})^2}} \cdot \frac{\mathbf{a} - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{k}) \mathbf{k}}{\sqrt{1 - (\mathbf{a} \cdot \mathbf{k})^2}} \quad (3.5)$$

On vérifie que l'on retrouve bien la loi de Malus dans le cas simple où le rayon incident est normal aux plans des polariseurs, c'est-à-dire que $\mathbf{p} \cdot \mathbf{k} = \mathbf{a} \cdot \mathbf{k} = 0$: alors $\mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{\Pi}' = \mathbf{p} \cdot \mathbf{a} = \cos \theta$.

3.5.2 Polariseur et analyseur non parallèles

Dans l'expérience ARCHEOPS, la mesure de la polarisation se fait à travers un système (OMT, voir figure 2.10 page 77) qui sépare deux directions de polarisation afin de les mesurer indépendamment. La séparation des deux composantes est faite par un polariseur incliné de 45° par rapport à la direction du faisceau incident. Quel est alors la correspondance entre l'angle réel du polariseur dans son plan et l'angle

effectif du polariseur, celui qu'il devrait avoir pour donner la même intensité s'il était perpendiculaire au faisceau incident.

La figure 3.17 montre l'évolution de l'angle effectif entre un polariseur et un analyseur, situé dans des plans non parallèles (le premier étant incliné de 45° par rapport au second), en fonction de l'orientation du polariseur dans son plan. Il a effectivement fallu tenir compte de cet effet pour obtenir des angles des polariseurs sur le ciel de 0° , 30° et 60° pour chacun des cornets, avec les valeurs données par cette courbe.

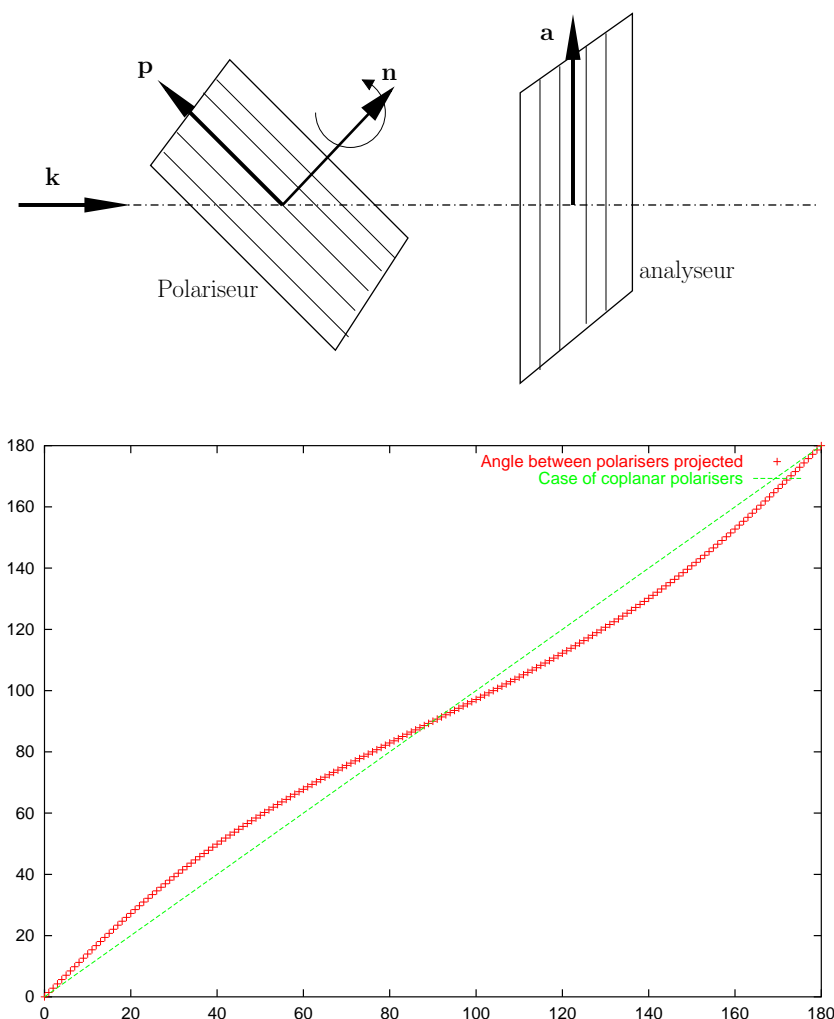


Fig. 3.17: Angle effectif entre un polariseur et un analyseur situé dans des plans non parallèles : le faisceau a une direction d'incidence \mathbf{k} , la direction du polariseur est donné par \mathbf{p} , que l'on fait tourner autour de la normale au plan du polariseur \mathbf{n} ; enfin, l'analyseur garde une direction fixe \mathbf{a} , perpendiculaire à \mathbf{k} . La courbe représente l'angle que devrait avoir le polariseur s'il était dans un plan parallèle à l'analyseur pour obtenir la même amplitude de rayonnement (soit $\arccos \mathbf{\Pi} \cdot \mathbf{\Pi}'$), en fonction de l'angle du polariseur dans son plan.

3.5.3 Faisceau incident non parallèle

Prenons maintenant le cas de deux polariseurs parallèles illuminé par un faisceau non parallèle. À titre d'exemple, nous avons choisi un faisceau gaussien, c'est-à-dire que l'intensité varie selon une loi gaussienne en fonction de l'angle du rayon avec la direction moyenne, mais présente une symétrie axiale (un tel faisceau correspond à l'acceptance angulaire d'un cornet). On observe alors, que, d'une part, les maxima et minima d'intensité ne sont pas déplacés, et que d'autre part, selon l'ouverture du faisceau (caractérisée par l'écart-type de la gaussienne σ), que l'intensité au minimum varie, comme indiqué sur la figure 3.18.

Il n'est donc pas possible d'obtenir un faisceau non parallèle parfaitement polarisé, même avec un polariseur idéal. Toutefois, dans le cas du dispositif optique à l'intérieur de la cuve Saturne, l'ouverture sera au maximum de l'ordre de l'acceptance angulaire des cornets de HFI, ce qui correspond à $\sigma \simeq 10^\circ$. La fuite due à des effets géométriques sera de l'ordre de quelques ‰, donc essentiellement négligeable devant les fuites des polariseurs eux-mêmes.

Conclusion

L'étalonnage de l'instrument HFI de Planck, qui doit avoir lieu durant l'hiver 2003/2004, apportera une grande quantité d'informations, notamment sur le comportement de ses détecteurs. Ces informations seront particulièrement utiles pour le développement des algorithmes de reconstruction du signal et de fabrication des cartes, ainsi que pour l'étude de l'importance des différents effets systématiques, en particulier sur la mesure de la polarisation.

Toutefois, la compréhension des mesures d'étalonnage passera par une simulation précise du système optique. En particulier, la mesure de la fuite transverse¹⁵ des polariseurs nécessite de déterminer l'état de polarisation du signal effectivement reçu par les détecteurs. Les méthodes décrites dans ce chapitre pour prendre en compte la polarisation sont des briques de base pour la mise en place d'une telle simulation.

¹⁵ La fuite transverse est la fraction de rayonnement initialement polarisé linéairement à 100% qui traverse un polariseur à 90° de la direction de polarisation.

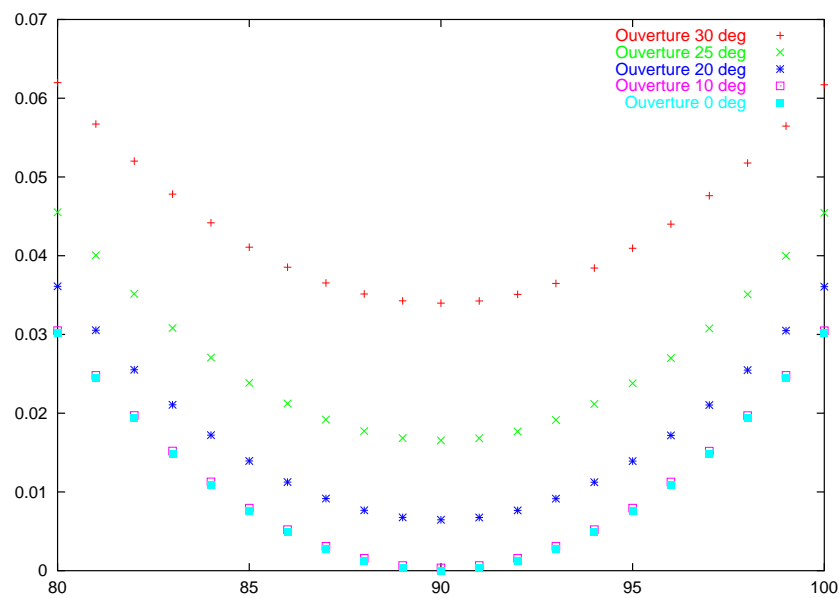
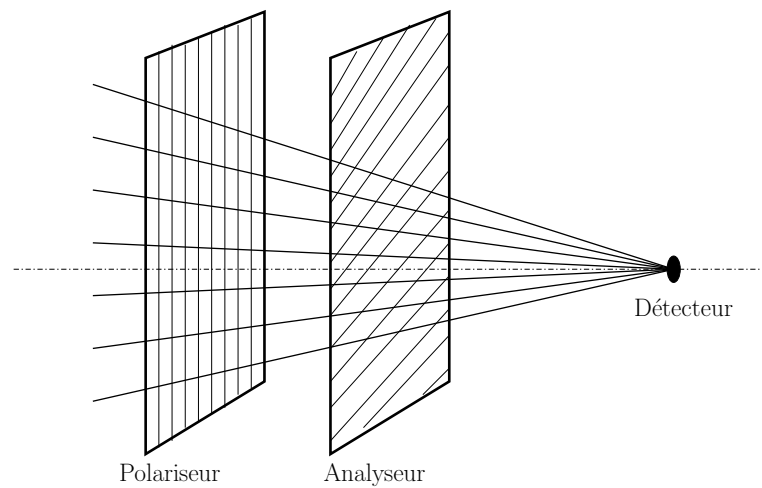


Fig. 3.18: Comportement autour du minimum d'intensité pour un faisceau non parallèle traversant deux polariseurs : en abscisse figure l'angle entre les orientations des deux polariseurs, et en ordonnée l'intensité totale reçue par le détecteur (avec le maximum normlisé à 1). On constate qu'un faisceau de grande ouverture ne peut être totalement polarisé.

4. QUELQUES EFFETS SYSTÉMATIQUES DANS LA MESURE DE LA POLARISATION

Introduction

COMME dans toute expérience, il est indispensable, pour la mesure de la polarisation du CMB, de connaître la relation entre ce que l'on cherche à mesurer (ici, les paramètres de Stokes du rayonnement fossile, ou encore les spectres de E , B et TE , voir le chapitre 1) et ce que l'instrument mesure effectivement. Lors de la mesure, des erreurs sont introduites, certaines aléatoires (erreur statistique, lié aux bruits du détecteur), d'autres systématiques, liées à la technologie employée pour faire la mesure. Nous nous intéresserons ici uniquement aux effets systématiques sur la polarisation liés à la mesure par différence de deux polariseurs à 90° l'un de l'autre, puisque c'est le choix retenu pour la mission Planck et le ballon Archeops.

Idéalement, un instrument mesure exactement l'intensité et la polarisation du rayonnement pour une direction \mathbf{n} donnée sur le ciel. En pratique, la température est mesurée par l'intégration du rayonnement sur un certain angle solide qui définit sa résolution angulaire. Plus précisément, un détecteur est caractérisé par son acceptation angulaire, ou *lobe*, $\mathcal{B}(\theta, \phi)$. La polarisation étant, elle, mesurée par la différence des intensités selon deux orientations de polarisation orthogonales dans une même direction du ciel, elle va être particulièrement sensible aux différences entre les lobes des deux mesures. L'objectif de ce chapitre est l'étude des effets systématiques sur la mesure des spectres de puissance des spectres polarisés C_l^{TE} , C_l^{EE} et C_l^{BB} dus à ces différences entre les lobes, ou plus généralement entre lobes effectifs.¹ Nous commencerons par introduire les outils nécessaires à cette étude, puis la méthode et les techniques de simulation utilisées pour aborder la question. Enfin, nous recenserons les différentes origines possibles des différences entre lobes effectifs et leurs effets respectifs sur les spectres reconstruits.

4.1 La mesure de la polarisation

Le système optique de l'instrument (télescope, cornets, filtres) impose la relation entre le rayonnement du ciel, que l'on cherche à mesurer, et le rayonnement arrivant sur le détecteur et effectivement mesuré. Nous définissons dans cette partie le lobe d'un détecteur et son rôle dans la mesure de la température dans un premier temps puis nous généraliserons à la polarisation.

4.1.1 Cas de la température

Pour une orientation donnée de l'instrument, un détecteur quelconque a une acceptation angulaire $\mathcal{B}(\theta, \phi)$ définie telle que l'intensité \mathcal{I} reçue par celui-ci est donnée par :

$$\mathcal{I} = \iint d(\cos \theta) d\phi \mathcal{B}(\theta, \phi) I(\theta, \phi) \quad (4.1)$$

¹ Certains effets systématiques, bien que non directement liés aux lobes, peuvent être décrit par un lobe effectif déformé par rapport au lobe réel.

Le détecteur est construit de sorte que l'acceptance angulaire \mathcal{B} a un maximum pour une direction donnée qui définit la direction de pointage du détecteur à l'instant de la mesure. À chaque direction d'observation correspond une orientation de l'instrument et donc un lobe \mathcal{B} pour un détecteur. Ainsi, chaque détecteur, en balayant le ciel au cours du temps, génère un signal $\mathcal{I}(t_i)$ correspondant à l'intégrale 4.1 pour l'orientation courante du lobe à l'instant considéré t_i , que l'on note alors $\mathcal{B}_{t_i}(\theta, \phi)$.² Il est ensuite possible de reconstruire la carte du ciel observé à partir de ces données temporelles et de l'information sur le pointage. Le lobe est une caractéristique du système optique de l'instrument, donc, en première approximation³, invariant au cours du temps. La dépendance temporelle du lobe $\mathcal{B}_{t_i}(\theta, \phi)$ est entièrement déterminée par la rotation de l'ensemble de l'instrument, c'est-à-dire par les trois angles d'Euler définissant son orientation.

Il existe un cas particulier qui permet de simplifier le problème et est très souvent applicable en pratique, qui correspond à un lobe symétrique. Dans ce cas, il existe un repère dans lequel le lobe ne dépend que de la colatitude θ : $\mathcal{B}(\theta, \phi) = \mathcal{B}(\theta)$. Ainsi, pour une direction d'observation \mathbf{n} , correspondant au centre du lobe, l'intensité observée est donnée par l'intégrale 4.1, que l'on peut cette fois écrire :

$$\mathcal{I}(\mathbf{n}) = \iint I(\mathbf{n}') \mathcal{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') d\mathbf{n}' \quad (4.2)$$

où le lobe \mathcal{B} ne dépend que de l'angle entre la direction d'observation \mathbf{n} et la direction dans le ciel \mathbf{n}' , donc de $\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}'$. C'est grâce à la symétrie de révolution du lobe autour de la direction d'observation que l'on peut écrire le signal reçu par le détecteur sous cette forme valable pour toutes les directions d'observation \mathbf{n} (alors que l'intégrale 4.1 n'est valable que pour une orientation particulière du lobe).

Le calcul de cette intégrale pour chaque direction d'observation est lourd en temps de calcul (en $\sim N_{\text{pix}}^2$, avec N_{pix} le nombre de pixel sur la sphère). Une méthode rapide consiste à passer dans l'analogue de l'espace de Fourier pour la sphère, l'espace des harmoniques sphériques. On décompose le signal du ciel $I(\mathbf{n}')$ sur cette base :

$$I(\mathbf{n}') = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^I Y_l^m(\mathbf{n}') \quad (4.3)$$

et le lobe $\mathcal{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}')$ peut se décomposer sur la base des polynômes de Legendre :

$$\mathcal{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} b_l P_l(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}'). \quad (4.4)$$

Le choix de noter les coefficients de cette dernière décomposition $\frac{2l+1}{4\pi} b_l$ est justifié par l'usage du théorème d'addition des harmoniques sphériques :

$$\sum_{m=-l}^l Y_l^{m*}(\mathbf{n}) Y_l^m(\mathbf{n}') = \frac{2l+1}{4\pi} P_l(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}'). \quad (4.5)$$

² Le signal est échantillonné lors de l'acquisition ; l'indice i désigne le numéro d'échantillon.

³ Si l'on néglige les déformations mécanique du télescope...

En utilisant ce théorème, l'intégrale 4.2 peut alors s'écrire :

$$\begin{aligned}
\mathcal{I}(\mathbf{n}) &= \iint I(\mathbf{n}') \mathcal{B}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') d\mathbf{n}' \\
&= \iint d\mathbf{n}' \sum_{l,m} a_{lm}^I Y_l^m(\mathbf{n}') \sum_{l'} \frac{2l' + 1}{4\pi} b_{l'} P_l(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') \\
&= \iint d\mathbf{n}' \sum_{l,m} a_{lm}^I Y_l^m(\mathbf{n}') \sum_{l'} b_{l'} \sum_{m'=-l'}^{l'} Y_{l'}^{m'*}(\mathbf{n}') Y_{l'}^{m'}(\mathbf{n}) \\
&= \sum_{l,m} \sum_{l',m'} a_{lm}^I b_{l'} \delta_{ll'} \delta_{mm'} Y_{l'}^{m'}(\mathbf{n}) \\
&= \sum_{lm} b_l a_{lm}^I Y_l^m(\mathbf{n})
\end{aligned} \tag{4.6}$$

La dernière ligne montre que l'effet d'un lobe symétrique sur une carte est simplement de multiplier les coefficients du développement en harmoniques sphériques par les coefficients du développement de Legendre du lobe. Dans le cas d'un lobe de forme gaussienne de largeur σ , c'est-à-dire défini par $\mathcal{B}_{\text{gaus}}(\mathbf{n} \cdot \mathbf{n}') = \exp[-(1 - \mathbf{n} \cdot \mathbf{n}')/\sigma^2]$, les coefficients du développement en polynôme de Legendre sont donnés approximativement par :

$$b_l^{\text{gaus}} = \exp\left[-\frac{l(l+1)}{2\sigma^2}\right] \tag{4.7}$$

Dans la plupart des expériences, et en particulier dans les expériences Archeops et Planck, le système optique est conçu de manière à obtenir un lobe aussi symétrique et gaussien que possible, car son effet sur le spectre de puissance peut facilement être pris en compte. Il est aussi important de noter que, dans le cas d'un lobe symétrique et non polarisé, le signal reçu par le détecteur est invariant par rotation du détecteur autour de son axe (c'est-à-dire indépendant du troisième angle d'Euler ψ). Il est donc possible de calculer une fois pour toutes le signal reçu pour toutes les directions d'observation, c'est-à-dire de construire une carte du signal détecté, lissé par le lobe gaussien, que l'on note $\mathcal{M}(\theta, \phi)$. Le signal temporel \mathcal{I}_{t_i} est ensuite donné par la valeur de la carte lissée dans la direction observée à l'instant t_i , $(\theta(t_i), \phi(t_i))$:

$$\mathcal{I}(t_i) = \mathcal{M}[\theta(t_i), \phi(t_i)] \tag{4.8}$$

Il n'est plus possible, dans le cas de la polarisation, de construire une carte de signal observé, car, bien évidemment, même si le lobe est symétrique, la direction du polariseur sur le ciel n'est, elle, pas indépendante de l'orientation du détecteur.

4.1.2 Cas de la polarisation

Le cas d'un détecteur sensible à la polarisation est plus complexe. Il faut en effet tenir compte de sa sensibilité à la fois selon la direction d'observation et selon l'état de la polarisation. Si à la place du détecteur on place une antenne émettant

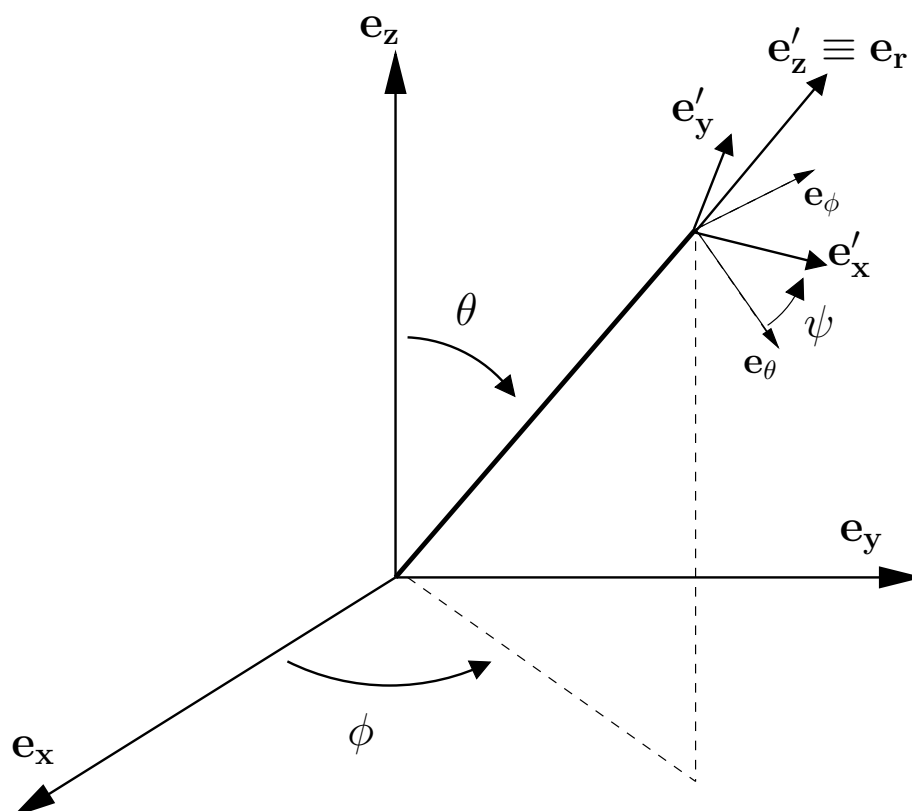


Fig. 4.1: Notation des angles en coordonnées sphériques et angles d'Euler : les angles θ et ϕ sont les angles usuels des coordonnées sphériques. Avec l'angle ψ , ils forment les trois angles d'Euler définissant l'orientation d'un solide, et qui permettent de passer des axes $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y, \mathbf{e}_z)$ aux axes $(\mathbf{e}'_x, \mathbf{e}'_y, \mathbf{e}'_z)$. La transformation se décompose en une série de trois rotations : la première d'un angle ϕ autour de l'axe \mathbf{e}_z , la seconde d'un angle θ autour de l'axe $\mathbf{e}_y^{(1)}$ (le transformé de l'axe \mathbf{e}_y après la première rotation), et enfin, une rotation d'un angle ψ autour de l'axe $\mathbf{e}_z^{(2)}$ (le transformé de l'axe \mathbf{e}_z après les deux premières rotations, qui correspond à \mathbf{e}'_z sur la figure).

avec la même orientation de polarisation que celle à laquelle le détecteur est sensible, on mesure à grande distance de l'émetteur un champ électrique orthoradial $\tilde{\mathbf{E}} \propto \frac{1}{r} \mathcal{R}e \left[\tilde{\mathcal{E}} \exp[i(kr - \omega t)] \right]$. $\tilde{\mathcal{E}}$ est l'amplitude complexe, en général dépendante du temps, r la distance au détecteur, et $\omega = ck$ la pulsation moyenne du rayonnement. Dans le cas d'un rayonnement non polarisé, il n'existe aucune corrélation statistique entre les composantes du champ électrique. La présence d'une corrélation signe l'état de polarisation de l'onde qui est alors entièrement caractérisée par les propriétés statistiques de l'amplitude complexe. Elles sont décrites à l'aide de la matrice de cohérence :

$$\tilde{J} = \begin{bmatrix} \langle \tilde{\mathcal{E}}_x \tilde{\mathcal{E}}_x^* \rangle & \langle \tilde{\mathcal{E}}_x \tilde{\mathcal{E}}_y^* \rangle \\ \langle \tilde{\mathcal{E}}_y \tilde{\mathcal{E}}_x^* \rangle & \langle \tilde{\mathcal{E}}_y \tilde{\mathcal{E}}_y^* \rangle \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

où les quantités sont moyennées sur des temps longs par rapport à la période $2\pi/\omega$ de l'onde. La notation $\tilde{\cdot}$ rappelle que ces quantités concernent le lobe. Les paramètres de Stokes, qui ont été définis au paragraphe 1.4.1 page 41, sont liés à la matrice de cohérence par les relations :

$$\begin{cases} \tilde{I} = \tilde{J}_{xx} + \tilde{J}_{yy} & \tilde{Q} = \tilde{J}_{xx} - \tilde{J}_{yy} \\ \tilde{U} = \tilde{J}_{xy} + \tilde{J}_{yx} & \tilde{V} = i(\tilde{J}_{xy} - \tilde{J}_{yx}) \end{cases} \quad (4.10)$$

où \tilde{I} est l'intensité totale, \tilde{Q} et \tilde{U} caractérisent la polarisation rectiligne et \tilde{V} la polarisation circulaire. L'ensemble de ces quatre paramètres de Stokes, fonction de la direction d'observation, forment le lobe polarisé du détecteur.

Imaginons maintenant un rayonnement se propageant en direction du détecteur défini par l'amplitude complexe de son champ électrique \mathcal{E} . Le principe du retour inverse de la lumière nous indique que l'intensité effectivement reçue par le détecteur provenant d'une direction \mathbf{n} sera donnée par :

$$dS(\mathbf{n}) \propto \langle |\mathcal{E}(\mathbf{n}) \cdot \tilde{\mathcal{E}}(\mathbf{n})|^2 \rangle d\Omega \quad (4.11)$$

avec $d\Omega$ un angle solide élémentaire autour de la direction d'observation. On peut écrire cette expression en utilisant les paramètres de Stokes du rayonnement incident I, Q, U et V et ceux du lobe, tous définis dans une même base, par exemple $(\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$, orienté par la direction \mathbf{e}_r ⁴ :

$$\frac{dS}{d\Omega}(\mathbf{n}) \propto \frac{1}{2} \left[I\tilde{I} + Q\tilde{Q} + U\tilde{U} - V\tilde{V} \right] \quad (4.12)$$

La puissance totale mesurée par le détecteur est finalement l'intégrale sur la sphère de dS : c'est la généralisation, au cas polarisé, de l'équation 4.1.

Le lobe est généralement défini pour une orientation particulière, par exemple telle que le maximum ou le barycentre du lobe d'intensité \tilde{I} soit dans la direction \mathbf{e}_z . Pour une orientation quelconque du détecteur, il faut calculer les nouvelles fonctions \tilde{I}' , \tilde{Q}' , \tilde{U}' et \tilde{V}' dans le nouveau repère après rotation par les angles d'Euler (Φ, Θ, Ψ)

⁴ Différentes conventions existent pour le repère local servant à mesurer les paramètres de Stokes sur la sphère ; dans ce chapitre, nous choisissons d'utiliser le repère $(\mathbf{e}_\theta, \mathbf{e}_\phi)$, orienté par \mathbf{e}_r

définissant la nouvelle orientation. Dans le cas des quantités I et V , qui sont des quantités scalaires, la rotation se fait aisément dans l'espace des harmoniques sphériques, en utilisant les symboles de Wigner $D_{m'm}^l$. En revanche, $Q \pm iU$ sont des fonctions de spin ± 2 , c'est-à-dire que dans une rotation d'un angle ψ autour de la direction d'observation \mathbf{e}_z , elles se transforment selon :

$$Q \pm iU \longrightarrow (Q \pm iU) e^{\mp 2i\psi} \quad (4.13)$$

(voir les équations 1.73 et 1.74 page 42). De telles fonctions ne sont pas développables sur la base des harmoniques sphériques habituelles, mais sur celle des harmoniques sphériques de spin ± 2 , notées ${}_{\pm 2}Y_l^m(\mathbf{n})$:

$$(Q \pm iU)(\mathbf{n}) = \sum_{l=2}^{+\infty} \sum_{m=-l}^{+l} a_{\pm 2, lm} {}_{\pm 2}Y_l^m(\mathbf{n}) \quad (4.14)$$

Remarque : nous avons vu au chapitre 1 qu'une carte de polarisation pouvait se décrire à l'aide de deux champs scalaires notés E et B . Il existe une relation simple, dans l'espace des harmoniques sphériques, entre ces champs E et B et les champs de $Q \pm iU$ de spin ± 2 :

$$a_{lm}^E = -\frac{a_{+2, lm} + a_{-2, lm}}{2} \quad \text{et} \quad a_{lm}^B = i\frac{a_{+2, lm} - a_{-2, lm}}{2} \quad (4.15)$$

À l'aide de ce formalisme, il est possible de calculer l'intégrale 4.12 dans l'espace des harmoniques sphériques (Challinor et al., 2000). Toutefois, ce calcul est particulièrement lourd en temps de calcul, et nous ne nous en servons pas dans la suite. Dans ce chapitre, nous nous concentrerons sur l'étude à petite échelle des lobes, et donc nous approximerons la sphère à un plan localement. Nous allons tout de même énoncer le résultat dans le cas d'un lobe symétrique, car nous nous en servons dans le prochain chapitre pour l'analyse des données Archeops.

Soit un détecteur polarisé, avec un lobe symétrique et gaussien, de largeur σ , sensible à une polarisation de direction \mathbf{e}_x , dans son repère de référence (voir la figure 4.1 pour les définitions des vecteurs et des angles). On montre alors (Challinor et al., 2000) que la puissance reçue par le détecteur, lorsque l'instrument est dans une orientation définie par les angles d'Euler (ϕ, θ, ψ) est donnée par :

$$\mathcal{S}(\phi, \theta, \psi) = \frac{1}{2} [I_{\text{eff}} + Q_{\text{eff}} \cos 2\psi + U_{\text{eff}} \sin 2\psi] \quad (4.16)$$

avec :

$$I_{\text{eff}}(\theta, \phi) = \sum_{l=0}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{lm}^I \exp[-l(l+1)\sigma^2/2] Y_l^m(\theta, \phi) \quad (4.17)$$

$$Q_{\text{eff}} \pm iU_{\text{eff}} = \sum_{l=2}^{\infty} \sum_{m=-l}^l a_{\pm 2, lm} \exp[-(l(l+1)-4)\sigma^2/2] {}_{\pm 2}Y_l^m(\theta, \phi) \quad (4.18)$$

Le paramètre V ne peut pas être mesuré par ce type de détecteur (il faudrait pour cela introduire un déphasage pour une direction du champ électrique, voir page 41).

Les formes de I_{eff} , Q_{eff} et U_{eff} sont valables dans le cas où le lobe est petit, $\sigma \ll 1$. Par ailleurs, ce n'est qu'à la limite des hauts l que les cas des quantités scalaire et de spin ± 2 sont quasiment identiques. En particulier, nous verrons que dans l'approximation plane, valable à petite échelle, donc à haut l , cette différence disparaît.

4.1.3 Les effets systématiques

Pour chaque direction d'observation, il est nécessaire de combiner au moins trois mesures avec des orientations des polariseurs différentes, afin de déterminer les paramètres de Stokes I , Q et U . Dans le cas des expériences Planck et Archeops, la mesure consiste à faire la différence entre les mesures de deux polariseurs tournés de 90° l'un par rapport à l'autre. Si les lobes sont strictement identiques, on mesure ainsi une combinaison linéaire de Q et U au point considéré, dépendant de l'orientation de l'ensemble des deux polariseurs :

$$\mathcal{S}(\phi, \theta, \psi) - \mathcal{S}(\phi, \theta, \psi + \frac{\pi}{2}) = Q_{\text{eff}} \cos 2\psi + U_{\text{eff}} \sin 2\psi \quad (4.19)$$

En mesurant au moins deux différences de ce type, on peut accéder aux valeurs de Q_{eff} et U_{eff} . En revanche, si les lobes de chacun des polariseurs sont différents, une erreur sera introduite dans la différence. En notant les lobes des deux polarimètres avec les indices 1 et 2 respectivement, et en utilisant l'équation 4.12, on trouve :

$$\begin{aligned} \mathcal{S}_1(\phi \theta \psi) - \mathcal{S}_2(\phi \theta \psi) = & \\ & \frac{1}{2} \iint \left\{ I(\mathbf{n}) \left[\tilde{I}_1(\mathbf{n}, \phi \theta \psi) - \tilde{I}_2(\mathbf{n}, \phi \theta \psi) \right] \right. \\ & + Q(\mathbf{n}) \left[\tilde{Q}_1(\mathbf{n}, \phi \theta \psi) - \tilde{Q}_2(\mathbf{n}, \phi \theta \psi) \right] \\ & \left. + U(\mathbf{n}) \left[\tilde{U}_1(\mathbf{n}, \phi \theta \psi) - \tilde{U}_2(\mathbf{n}, \phi \theta \psi) \right] \right\} d\mathbf{n} \end{aligned} \quad (4.20)$$

Les paramètres ϕ , θ et ψ désignent l'orientation de l'instrument et donc des lobes. Dans le cas où les lobes sont identiques pour les deux polariseurs, on retrouve le cas idéal. En revanche, l'estimation de l'erreur introduite dans le cas général demande le calcul complet, lourd en temps, que nous avons mentionné précédemment.

Toutefois, on peut voir immédiatement qu'une différence entre les lobes d'intensité introduit dans la différence un terme proportionnel à l'intensité. Or, le signal polarisé que l'on cherche à mesurer est au moins dix fois inférieur à l'intensité. Ainsi, une différence de l'ordre de 10% entre les lobes des deux détecteurs empêche toute mesure du signal polarisé. En outre, la mesure du mode B de la polarisation du CMB requiert une bien meilleure précision. Nous allons étudier, dans la suite, les différents types d'effets instrumentaux qui peuvent générer une différence entre les lobes. Par exemple, une simple erreur de calibration entre les deux voies modifie l'amplitude de l'un des lobes par rapport à l'autre, introduisant, dans la différence, un terme directement proportionnel à l'intensité. C'est le problème le plus important, et nous verrons dans le chapitre suivant comment nous l'avons abordé dans le cadre de l'analyse des données d'Archeops.

Afin d'étudier différentes sources d'erreurs systématiques⁵ liées aux lobes, nous avons développé une méthode de simulation, dans le cadre de l'approximation d'une zone du ciel à un plan. Cette méthode, qui présente de nombreux avantages, est détaillée dans la section suivante. Enfin, nous montrerons dans la dernière section les résultats obtenus pour différents types d'effets systématiques.

4.2 Méthode pour l'étude

4.2.1 Intérêt de l'approximation plane

L'étude que nous nous proposons de mener concerne l'effet sur la mesure des spectres de polarisation du CMB des défauts des lobes, qui sont à des échelles très petites par rapport à la carte que l'on désire obtenir. Par exemple, pour Planck, la résolution des cartes finales sera de l'ordre de la largeur du lobe, soit $\sim 7'$. Afin de décrire correctement un lobe de cette taille, il faut une résolution d'au moins $1'$. La convolution de cartes complètes du ciel avec un lobe polarisé à cette résolution est particulièrement lourde en temps de calcul et en ressource, et inutile pour étudier les défauts à petite échelle des lobes.⁶

Les avantages à travailler avec des cartes planes sont nombreux :

- il est possible de travailler avec des résolutions très grandes pour des temps de calcul raisonnables ; par ailleurs, les problèmes liés à la pixellisation sont plus facilement traités sur le plan qu'en géométrie sphérique ;
- la convolution entre les cartes du ciel réelles et les lobes sont simples avec des cartes planes dans l'espace de Fourier : la transformée de Fourier d'une convolution est simplement le produit des transformées de Fourier ; par ailleurs, contrairement aux harmoniques sphériques, la discrétisation de la transformée de Fourier ne pose pas de problème ;
- enfin, il est possible de choisir une stratégie de balayage du ciel simple, mais réaliste dans le cas de Planck : dans les régions proches du plan de l'écliptique, les balayages seront majoritairement parallèles entre eux ; nous adoptons donc une simplification supplémentaire, en supposant que les lignes de balayage d'une zone carrée du ciel sont tous parallèles, ce qui permet de n'effectuer qu'une unique convolution par détecteur pour tous les pixels de la carte (donc avec une orientation unique des lobes) ;

Mentionnons toutefois immédiatement les limites inhérentes à cette approche : la stratégie de balayage est déterminante pour le traitement des données d'expériences comme Planck et Archeops, par exemple, une méthode de soustraction du bruit basse fréquence en utilisant les croisements entre cercles a été développée (Revenu et al., 2000). Les intersections entre les cercles devront très certainement être aussi utilisées pour réduire les erreurs engendrées par les défauts des lobes. Si l'étude présentée ici

⁵ Par erreur systématique nous entendons une erreur qui n'est pas aléatoire et ne peut donc être réduite en augmentant la statistique.

⁶ Elle est en revanche indispensable pour étudier les effets dus à la partie des lobes éloignés de la direction principale ; nous n'aborderons pas ce problème ici.

doit être considérée comme un point de départ pour des études plus approfondies et détaillées, elle permet néanmoins de montrer l'influence de différents effets de l'instrument sur la mesure de la polarisation du CMB, et en particulier sur les spectres. La mesure du mode B de la polarisation, qui est l'objectif ultime des expériences CMB actuelles et futures, passe obligatoirement par ce type d'analyse des effets systématiques.

4.2.2 Description de la méthode

Principe

La démarche de l'étude est la suivante (voir aussi le schéma figure 4.2) à partir de spectres de puissance des fluctuations de température et de polarisation du CMB C_l^{TT} , C_l^{TE} , C_l^{EE} et C_l^{BB} , simulés, pour le modèle cosmologique de concordance, à l'aide de CMBFAST (Seljak et Zaldarriaga, 1996), on construit une réalisation du ciel, c'est-à-dire des cartes de I , Q et U . On imagine alors qu'une «expérience», munie de quatre détecteurs polarisés associés par paire, dont les angles des polariseurs sont respectivement à 0° , 90° , 45° et 135° (la répartition régulière en angle des polarimètres permet de minimiser l'erreur sur la mesure des paramètres de Stokes en présence de bruit gaussien (Couchot et al., 1999)) et décrits par leurs lobes polarisés, balayent le ciel et fournissent chacun un signal. Dans une expérience réelle, les signaux seraient des signaux temporels, et, combinés à l'information sur le pointage, permettrait de reconstruire les cartes de paramètres de Stokes. Dans notre cas simplifié, où l'on suppose que chaque détecteur balaye la carte une seule fois et avec une seule orientation, il n'est pas utile de passer par les signaux temporels : on a uniquement besoin de construire des «cartes de signal», résultat de la convolution des cartes initiales et des lobes. À partir des cartes de signal, il est possible de reconstruire les cartes de paramètres de Stokes, tels que mesurés par l'expérience. La définition des paramètres de Stokes, et les valeurs des angles des polariseurs (judicieusement choisies) permettent d'écrire l'intensité comme la somme des signaux d'une même paire, ou, pour garder une symétrie à la solution, la moyenne des sommes de chaque paire. Le paramètre Q est donné par la différence de la première paire, et U par la différence de la seconde paire. Cette configuration des détecteurs a été choisie car elle correspond exactement à la configuration des détecteurs de Planck (voir le schéma du plan focal page 73).

Enfin, il reste à comparer le signal mesuré par notre «instrument» au signal initial. Bien évidemment, même dans le cas où les lobes sont strictement identiques, symétriques et gaussien, les cartes finales de I , Q et U seront différentes des cartes initiales : elles seront justement lissées par le lobe gaussien. Mais nous avons vu, dans la section précédente, que l'effet d'un lobe gaussien est simplement de multiplier le spectre par un facteur $\sim \exp(-l^2\sigma^2)$ (dans la limite des grands l , à laquelle notre étude est valable). Ainsi, on peut comparer simplement les spectres initiaux, dont on s'est servi pour créer les cartes du ciel, aux spectres de puissances des cartes mesurées, en tenant compte de l'effet attendu d'un lobe gaussien. Le reste de cette section détaille les différentes étapes de cette simulation.

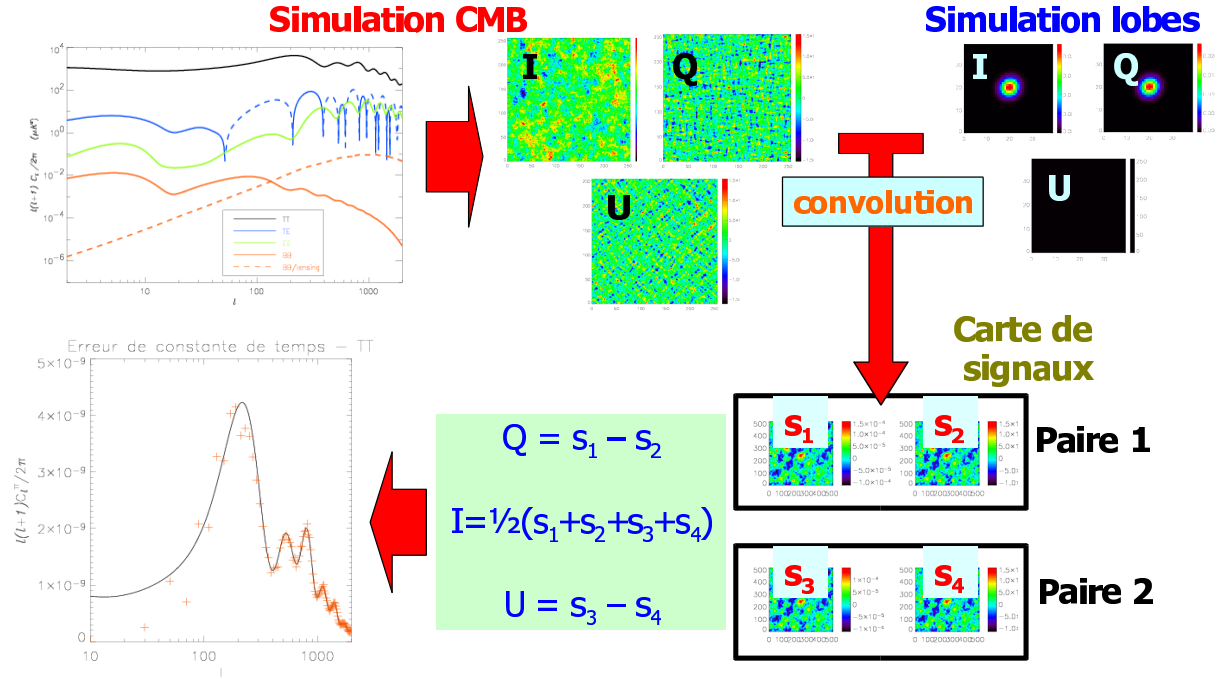


Fig. 4.2: L'étude des effets systématiques en un schéma : ce schéma résume le principe mis en œuvre pour l'étude des effets systématiques dus aux défauts des lobes. La figure se lit dans le sens des aiguille d'une montre, en partant du spectre en haut à gauche. À partir des spectres de puissance des fluctuations du CMB et de sa polarisation, on construit une réalisation d'une zone carrée du ciel, dans le cadre de l'approximation plane. Ces cartes sont convoluées avec les lobes polarisés dont on veut étudier l'influence sur la mesure (dans le cas présenté ici, le lobe U est nul car le polariseur est orienté à 0° dans le repère considéré, de sorte que seul Q est mesuré). Une fois la convolution faite pour chacun des quatre détecteurs, on obtient quatre «cartes de signal», qui représentent ce que mesurerait chacun des détecteurs en chaque point de la zone du ciel considérée. Les détecteurs notés 1 et 2 ont leurs polariseurs orientés à 0° et 90° respectivement. La différence de ces deux cartes donne ainsi une mesure du paramètre de Stokes Q . De même, la différence des signaux des détecteurs 3 et 4, à 45° et 135° respectivement, donne la mesure du paramètre U . Enfin, l'intensité peut être estimée soit par la somme des signaux de la première paire, soit par ceux de la seconde paire. Afin de garder une symétrie, nous utilisons la moyenne des deux sommes. Les cartes estimées de I , Q et U peuvent maintenant être utilisées pour obtenir une mesure des spectres de puissance, que l'on peut comparer aux spectres «vrais» utilisés pour la simulation du ciel.

Des spectres théoriques aux cartes simulées

Les spectres de puissance calculés à l'aide de CMBFAST sont fonctions du paramètre l , analogue à une fréquence angulaire sur la sphère. Sur des cartes carrées, en revanche, le spectre de puissance dépend du vecteur d'onde \mathbf{k} . Il est nécessaire, pour construire des cartes locales réalistes du CMB, de trouver le lien entre le spectre de puissance sphérique, C_l^{XX} , et son approximation plane, $C^{XX}(\mathbf{k})$, X pouvant désigner la température, le mode E ou le mode B de polarisation. Afin de fixer les notations, nous reprenons un calcul connu, que l'on pourra trouver dans (White et al., 1999) ou dans les références s'y trouvant.

Pour fixer les idées, prenons le spectre de puissance des fluctuations de température :

$$C_l^{TT} = \langle |a_{lm}^T|^2 \rangle \quad \text{avec} \quad \frac{\Delta T}{T_0}(\mathbf{n}) = \sum a_{lm}^T Y_l^m(\mathbf{n}) \quad (4.21)$$

où les coefficients a_{lm}^T sont les coefficients de la décomposition en harmoniques sphériques. Leur analogue sur le plan sont bien les coefficients de la transformation de Fourier à deux dimensions, que l'on note $a^T(k_x, k_y)$, définis par :

$$\frac{\Delta T}{T_0}(x, y) = \iint a^T(k_x, k_y) e^{i(k_x x + k_y y)} dk_x dk_y \quad (4.22)$$

La relation entre les spectres C_l et $C(\mathbf{k})$ peut être déterminée en identifiant les fonctions d'autocorrélation angulaire du signal en coordonnées sphériques et dans l'approximation plane. Cette dernière, définie sur la carte carrée, est donnée par :

$$\mathcal{C}(\|\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2\|) = \left\langle \frac{\Delta T}{T_0}(\mathbf{n}_1) \cdot \frac{\Delta T}{T_0}(\mathbf{n}_2) \right\rangle \quad (4.23)$$

L'isotropie des caractéristiques statistiques du CMB assure que la fonction de corrélation ne dépend que de l'angle entre les deux directions d'observation \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 . Il faut faire attention ici aux notations : les vecteurs \mathbf{n}_1 et \mathbf{n}_2 désignent un point sur la carte carrée, correspondant à une direction dans le ciel. Chaque composante du vecteur correspond donc en réalité à un angle dans une certaine direction. La «distance» $\|\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2\|$ est donc bien un angle. Sur un plan, la transformée de Fourier des fluctuations de température s'écrit :

$$a_T(\mathbf{u}) = \int_{\mathcal{P}} \frac{\Delta T}{T_0}(\mathbf{x}) e^{2\pi i \mathbf{u} \cdot \mathbf{x}} d\mathbf{x} \quad (4.24)$$

Le spectre de puissance est alors par définition :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}(\mathbf{u}, \mathbf{w}) &= \langle a^T(\mathbf{u}) a^{T*}(\mathbf{w}) \rangle \\ &= \iint \left\langle \frac{\Delta T}{T_0}(\mathbf{n}_1) \cdot \frac{\Delta T}{T_0}(\mathbf{n}_2) \right\rangle e^{2\pi i \mathbf{u} \cdot \mathbf{n}_1} e^{-2\pi i \mathbf{w} \cdot \mathbf{n}_2} d\mathbf{n}_1 d\mathbf{n}_2 \\ &= \iint \mathcal{C}(\|\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2\|) e^{2\pi i \mathbf{u} \cdot (\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2)} e^{-2\pi i (\mathbf{w} - \mathbf{u}) \cdot \mathbf{n}_2} d\mathbf{n}_1 d\mathbf{n}_2 \end{aligned} \quad (4.25)$$

Par un changement de variable ($\mathbf{x} = \mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2$ et $\mathbf{y} = \mathbf{n}_2$), on obtient :

$$\mathcal{C}(\mathbf{u}, \mathbf{w}) = \delta(\mathbf{u} - \mathbf{w}) \iint C(x) e^{2\pi i \mathbf{u} \cdot \mathbf{x}} d\mathbf{x} \quad (4.26)$$

où $x \equiv \|\mathbf{n}_1 - \mathbf{n}_2\|$ est la distance angulaire. En utilisant le développement de l'exponentielle en fonction de Bessel :

$$e^{2\pi i \mathbf{u} \cdot \mathbf{x}} = J_0(2\pi ux) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} i^m J_m(2\pi ux) \cos(m \arccos(\hat{u} \cdot \hat{x})) \quad (4.27)$$

et en effectuant la partie angulaire de l'intégrale, on trouve :

$$\begin{aligned} C(u) &= \int_0^2 x dx \int_0^{2\pi} d\varphi_x C(x) \left[J_0(2\pi ux) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} i^m J_m(2\pi ux) \cos(m(\varphi_u - \varphi_x)) \right] \\ &= 2\pi \int_0^2 x dx C(x) J_0(2\pi ux) \\ &\quad + 2 \int_0^2 x dx C(x) \sum_{m=1}^{\infty} i^m J_m(2\pi ux) \int_0^{2\pi} \cos(m(\varphi_u - \varphi_x)) d\varphi_x \end{aligned} \quad (4.28)$$

avec $x = 2 \sin \theta/2$ et $\int_{-1}^1 d(\cos \theta) \rightarrow \int_0^2 x dx$, qui est une manière de parcourir l'ensemble de la sphère, de sorte que, pour $|x| \ll 1$, $x \sim \theta$. L'intégrale du second terme est nulle, donc il reste simplement :

$$C(u) = 2\pi \int_0^2 x dx C(x) J_0(2\pi ux) \quad (4.29)$$

Par ailleurs, la fonction d'autocorrélation $C(x)$, où $x \equiv \|\mathbf{x}_1 - \mathbf{x}_2\| = 2 \sin \theta/2$, peut se décomposer sur la base des des polynômes de Legendre :

$$C(x) = \sum_{l=2}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} C_l P_l(\cos \theta) = \sum_{l=2}^{\infty} \frac{2l+1}{4\pi} C_l P_l \left(1 - \frac{x^2}{2} \right) \quad (4.30)$$

En remplaçant cette expression dans l'équation 4.29, on obtient :

$$C(u) = \frac{1}{2} \int_0^2 \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) C_l P_l \left(1 - \frac{x^2}{2} \right) J_0(2\pi ux) x dx \quad (4.31)$$

On peut maintenant utiliser la formule suivante ((Gradshteyn et Ryzhik, 1980), eq. 7.251[3]) :

$$\int_0^1 x P_l(1 - 2x^2) J_0(xy) dx = \frac{1}{y} J_{2l+1}(y) \quad (4.32)$$

En faisant le changement de variable $x' = x/2$, $C(u)$ devient :

$$\begin{aligned} C(u) &= 2 \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) C_l \int_0^1 P_l(1 - 2x^2) J_0(4\pi ux) x dx \\ &= \frac{1}{2\pi u} \sum_{l=2}^{\infty} (2l+1) C_l J_{2l+1}(4\pi u) \end{aligned} \quad (4.33)$$

qui correspond bien à l'équation trouvée dans (White et al., 1999). Or, pour de grandes valeurs de l , $J_{2l+1}(4\pi u)$ présente un pic en $l \sim 2\pi u$, permettant d'écrire finalement (White et al., 1999) :

$$u^2 C(u) \simeq \frac{l(l+1)}{(2\pi)^2} C_l \Big|_{l=2\pi u} \quad (4.34)$$

En résumé, il est possible d'identifier directement le spectre de puissance défini sur la sphère, C_l , et le spectre de puissance défini sur le plan, $C(\mathbf{k})$, en choisissant $k \equiv 2\pi u = l$. Cette relation n'est valable que dans le cadre de l'approximation plane, c'est-à-dire aux petites échelles, donc aux grandes valeurs de l (ou de k). Par ailleurs, les valeurs de l sont entières, contrairement à celle de k . Il est donc nécessaire d'interpoler les courbes de C_l entre les valeurs entières, ce qui ne pose aucun problème, puisque ces courbes varient très lentement.

On a par ailleurs pu vérifier, au moins partiellement et en tout cas de manière suffisante pour notre usage, la validité de cette relation par une simulation numérique. Nous avons utilisé un spectre C_l typique des fluctuations de température du CMB pour simuler une carte du ciel complète du CMB. Nous avons ensuite extrait de cette carte une série de cartes carrées de $10^\circ \times 10^\circ$, espacées de 5° , de sorte qu'elles n'avaient aucune partie commune. La comparaison entre la moyenne des spectres des cartes carrées, $\overline{C(k)}$, et le spectre C_l utilisé pour construire la carte complète. Il y a toutefois une subtilité à ce niveau : la carte du ciel complet est pixelisée, donc il n'existe pas de fluctuations à des échelles plus petite que la taille d'un pixel. Cet effet est analogue à celui d'un lissage par un lobe, et a pour effet de modifier le spectre de puissance réel de la carte. Il est donc nécessaire de corriger le spectre initial de l'effet dû à la pixelisation avant toute comparaison. Le résultat de cette comparaison, montré sur la figure 4.3, montre clairement la validité de cette approximation.

Des cartes simulées aux cartes de signal

Le spectre $C(k)$ calculé dans la sous-section précédente est continu et suppose un plan infini. Or la carte que l'on construit est pixelisée et finie. La relation entre les deux est bien évidemment faite avec la transformée de Fourier discrète.

Rappels sur la transformée de Fourier discrète

Pour fixer les conventions, rappelons la définition de la transformée de Fourier classique :

$$f(x) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(u) e^{2\pi i u x} du \quad \text{et} \quad F(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} f(x) e^{-2\pi i u x} dx$$

Supposons maintenant que l'on ait un signal échantillonné sur l'intervalle $[0, L]$ avec N points : $f(x_j)$ avec $x_j = jL/N$. La transformée de Fourier discrète s'écrit alors :

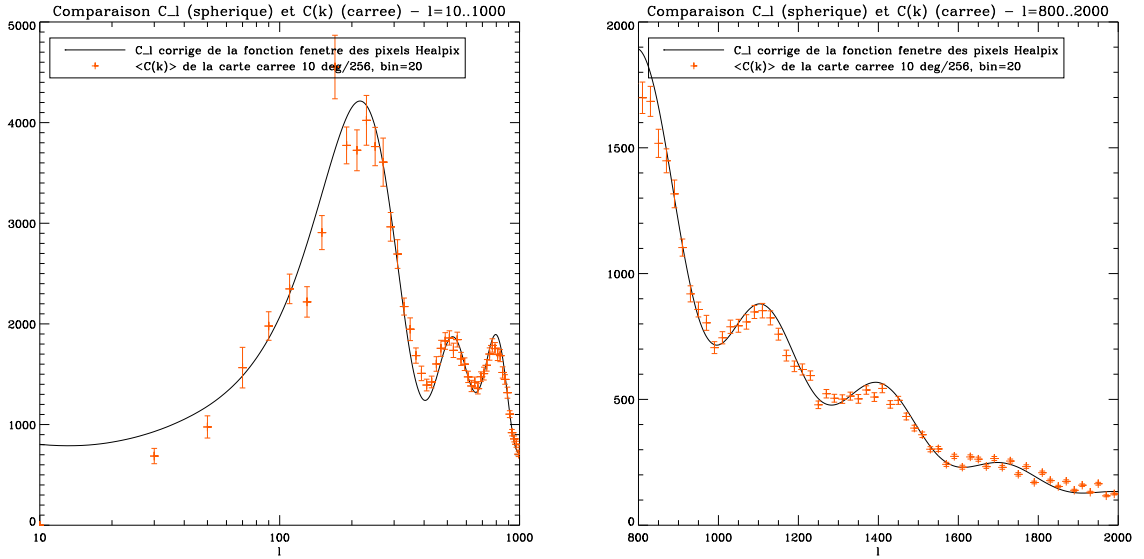


Fig. 4.3: Comparaison entre le spectre C_l (corrigé de l'effet de la pixelisation) et la moyenne de 40 spectres $C(\mathbf{k})$ calculés à partir de cartes carrées de $10^\circ \times 10^\circ$ extraites de deux cartes complètes du ciel (simulées avec le spectre C_l). On remarque que l'approximation reste valable jusqu'à $l \sim 60$. Les barres d'erreur représentent l'écart-type des valeurs des 40 spectres.

$$f_j = \sum_{n=0}^{N-1} F_n e^{2\pi i n j / N} \quad \text{et} \quad F_n = \frac{1}{N} \sum_{j=0}^{N-1} f_j e^{-2\pi i n j / N}$$

Le lien entre la version continue et la version discrète est que $F(u_n) \simeq F_n \cdot L$ avec $u_n = n/L$ (il y a égalité à la limite $N \rightarrow \infty$).

D'après le théorème de Nyquist, la fréquence maximale que l'on peut obtenir est $u_{max} = \frac{N}{2L}$. Les fréquences supérieures (u_n pour $n > N/2$) correspondent aux fréquences négatives, car pour un signal quelconque, $F_{N-n} = F(-u_n)$ ($1 \leq n \leq N-1$). Autrement dit, les fréquences auxquelles on accède vont de $-N/2 + 1$ à $N/2$ (N pair) ou de $-(N-1)/2$ à $(N-1)/2$ (N impair).

Du spectre $C(\mathbf{k})$ à la carte

Le spectre de puissance de la carte pixelisée doit être relié au spectre de puissance continu $C(u = k/2\pi)$. On trouve ce lien en imposant que la variance de la température sur un pixel (discret) soit égale à la variance de la température en un point (continue). La carte de température est notée T_{jl} et la carte continue $T(\mathbf{x})$, de sorte que $\mathbf{x}_{jl} = (j \frac{L}{N}, l \frac{L}{N})$. La relation s'écrit alors :

$$\langle T(\mathbf{x}_{jl})^2 \rangle = \langle T_{jl}^2 \rangle \quad (4.35)$$

En développant chacun des termes en Fourier, on trouve :

$$\langle T(\mathbf{x}_{jl})^2 \rangle = \left\langle \iint a_T(\mathbf{u}) e^{2\pi i \mathbf{x}_{jl} \cdot \mathbf{u}} d^2 \mathbf{u} \iint a_T^*(\mathbf{u}') e^{-2\pi i \mathbf{x}_{jl} \cdot \mathbf{u}'} d^2 \mathbf{u}' \right\rangle \quad (4.36)$$

soit, en tenant compte du fait que $\langle a_T(\mathbf{u})a_T^*(\mathbf{u}') \rangle = C(u)\delta(\mathbf{u} - \mathbf{u}')$:

$$\langle T(\mathbf{x}_{jl})^2 \rangle = \iint C(u) d^2\mathbf{u} \quad (4.37)$$

De même, pour la version discrète :

$$\langle T_{jl}^2 \rangle = \left\langle \sum_{m,n} a_{mn}^T e^{2\pi i(jm+ln)/N} \sum_{m',n'} a_{m'n'}^{T*} e^{-2\pi i(jm'+ln')/N} \right\rangle \quad (4.38)$$

et en tenant compte de $\langle a_{mn}^T a_{m'n'}^{T*} \rangle = C_{mn} \delta_{mm'} \delta_{nn'}$:

$$\langle T_{jl}^2 \rangle = \sum_{m,n} C_{mn} \quad (4.39)$$

D'où la relation donnant la variance des coefficients a_{mn} utilisés pour construire la carte (en utilisant $d^2\mathbf{u} \rightarrow \frac{1}{L^2}$) :

$$\langle |a_{mn}^T|^2 \rangle \equiv C_{mn} = \frac{C(u = \sqrt{m^2/L^2 + n^2/L^2})}{L^2} \quad (4.40)$$

On veut maintenant construire une carte dont les coefficients de Fourier respectent la relation précédente. Pour cela, on part d'une carte d_{jl} dont chaque pixel est tiré aléatoirement selon une distribution gaussienne de variance 1 et de moyenne nulle :

$$\langle d_{jl} d_{j'l'} \rangle = \delta_{jj'} \delta_{ll'}. \quad (4.41)$$

La transformée de Fourier discrète de cette carte donne :

$$D_{mn} = \frac{1}{N^2} \sum_{j=1}^{N-1} \sum_{l=1}^{N-1} d_{jl} e^{-2\pi i(jm+ln)/N} \quad (4.42)$$

dont la variance est :

$$\langle D_{mn} D_{m'n'}^* \rangle = \frac{1}{N^2} \cdot \delta_{mm'} \delta_{nn'} \quad (4.43)$$

Les coefficients a_{mn}^T auront la propriété désirée si on les définit par :

$$a_{mn}^T = D_{mn} \cdot \sqrt{C(u) \cdot \frac{N^2}{L^2}}. \quad (4.44)$$

Enfin, $C(u) = C(k = 2\pi u) = C_l|_{l=k}$ avec :

$$k = \sqrt{\left(\frac{2\pi\hat{m}}{L}\right)^2 + \left(\frac{2\pi\hat{n}}{L}\right)^2} \quad (4.45)$$

avec

$$\hat{m} = \begin{cases} m & \text{si } 0 \leq m \leq N/2 \\ N - m & \text{si } N/2 + 1 \leq m \leq N - 1 \end{cases} \quad (4.46)$$

La transformée de Fourier discrète inverse de la matrice a_{mn}^T donne une carte avec le spectre de puissance voulu.

Cas des cartes de polarisation

La carte de B se calcule de la même manière que celle de T . Par contre, pour la carte de E il faut prendre en compte la corrélation TE . On prendra comme coefficients de Fourier des cartes de T et E :

$$\begin{aligned} a_{mn}^T &= D_{mn}^1 \times \sqrt{C_l^T} \\ a_{mn}^E &= D_{mn}^1 \times \frac{C_l^{TE}}{\sqrt{C_l^T}} + D_{mn}^2 \times \left(C_l^E - \frac{(C_l^{TE})^2}{C_l^T} \right)^{1/2} \end{aligned} \quad (4.47)$$

où D^1 et D^2 sont les transformées de Fourier de deux cartes de bruit blanc gaussien de variance 1 et de moyenne nulle, et $l = k$ défini par (4.45). On vérifie facilement que les spectres C_l^{TT} , C_l^{EE} et la corrélation C_l^{TE} ont les valeurs souhaitées.

Transformation des cartes E et B en cartes Q et U

Les lobes polarisés sont décrits en terme de paramètres de Stokes Q et U . La convolution avec le ciel nécessite donc que les cartes initiales soient elles aussi exprimées sous la forme de paramètres de Stokes. La passage de cartes E et B à Q et U est en réalité directe dans l'approximation plane que nous considérons.

De (Zaldarriaga et Seljak, 1997), on tire les équations suivantes, valables dans le cadre de l'approximation plane (équations (38) dans la référence) :

$$Q(\mathbf{x}) = \iint d^2\mathbf{u} [a_E(\mathbf{u}) \cos(2\phi_{\mathbf{u}}) - a_B(\mathbf{u}) \sin(2\phi_{\mathbf{u}})] e^{2\pi i\mathbf{u}\cdot\mathbf{x}} \quad (4.48)$$

$$U(\mathbf{x}) = \iint d^2\mathbf{u} [a_E(\mathbf{u}) \sin(2\phi_{\mathbf{u}}) + a_B(\mathbf{u}) \cos(2\phi_{\mathbf{u}})] e^{2\pi i\mathbf{u}\cdot\mathbf{x}} \quad (4.49)$$

avec $\phi_{\mathbf{u}}$ l'angle entre l'axe des x de la carte carrée et le vecteur \mathbf{u} . Les paramètres de Stokes, dans ce cas, sont définis par rapport à la base $(\mathbf{e}_x, \mathbf{e}_y)$. La correspondance est directe avec la transformée de Fourier discrète :

$$Q_{jl} = \sum_{m,n} \left[a_{mn}^E \frac{u_m^2 - u_n^2}{u^2} - a_{mn}^B \frac{2u_m u_n}{u^2} \right] e^{2\pi i(mj+nl)/N} \quad (4.50)$$

$$U_{jl} = \sum_{m,n} \left[a_{mn}^E \frac{2u_m u_n}{u^2} + a_{mn}^B \frac{u_m^2 - u_n^2}{u^2} \right] e^{2\pi i(mj+nl)/N} \quad (4.51)$$

c'est-à-dire dans l'espace de Fourier :

$$a_{mn}^Q = a_{mn}^E \frac{u_m^2 - u_n^2}{u^2} - a_{mn}^B \frac{2u_m u_n}{u^2} \quad (4.52)$$

$$a_{mn}^U = a_{mn}^E \frac{2u_m u_n}{u^2} + a_{mn}^B \frac{u_m^2 - u_n^2}{u^2} \quad (4.53)$$

avec $u_m = m/L$ et $u^2 = u_m^2 + u_n^2$. La transformation réciproque est simplement :

$$a_{mn}^E = a_{mn}^Q \frac{u_m^2 - u_n^2}{u^2} + a_{mn}^U \frac{2u_m u_n}{u^2} \quad (4.54)$$

$$a_{mn}^B = -a_{mn}^Q \frac{2u_m u_n}{u^2} + a_{mn}^U \frac{u_m^2 - u_n^2}{u^2} \quad (4.55)$$

Les figures 4.4 et 4.5 montre une réalisation particulière des cartes de température et de polarisation (E et B puis les mêmes cartes transformées en Q et U).

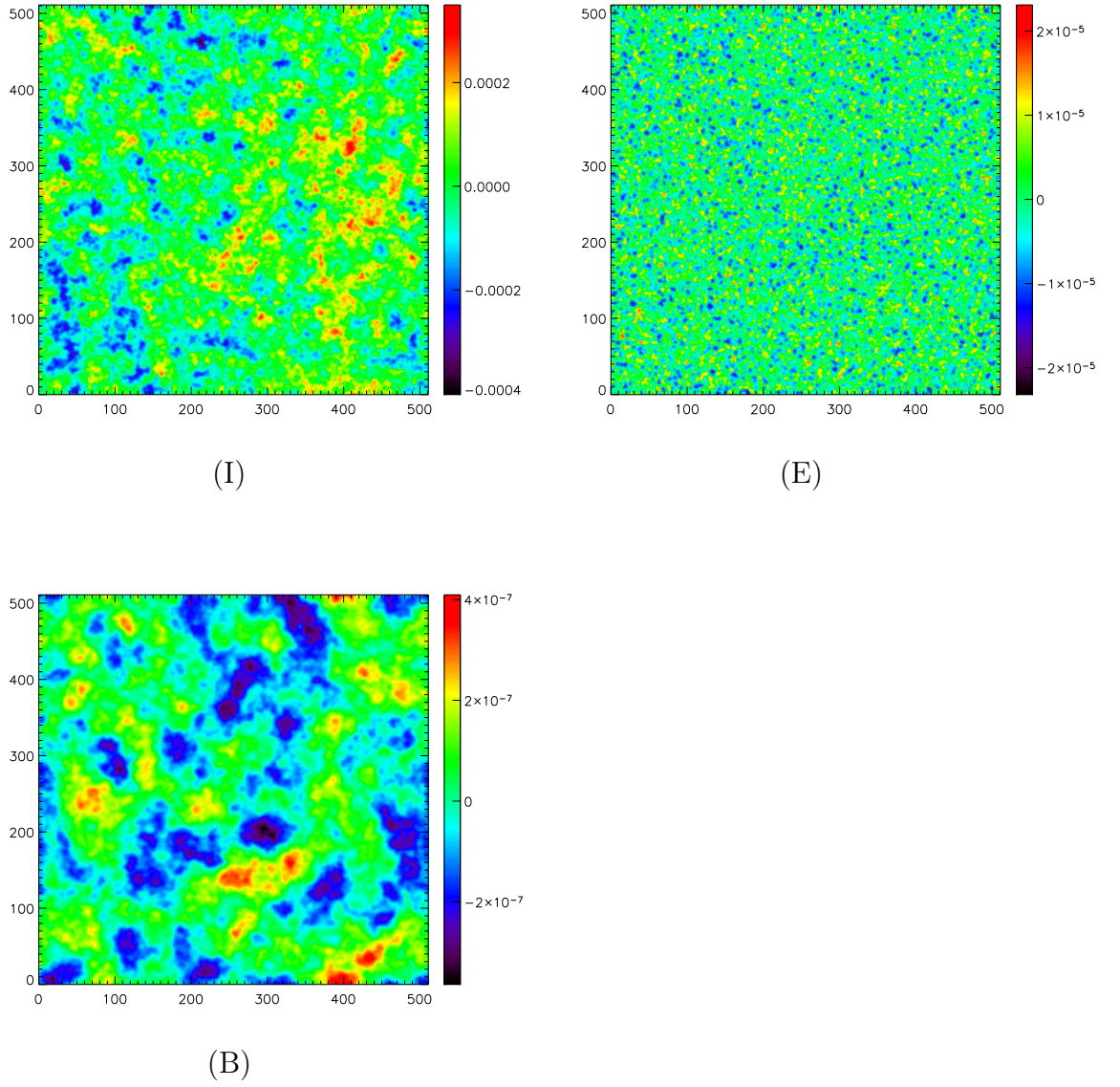


Fig. 4.4: Cartes de CMB : I , E , B , 512×512 pixels et 20° de côté.

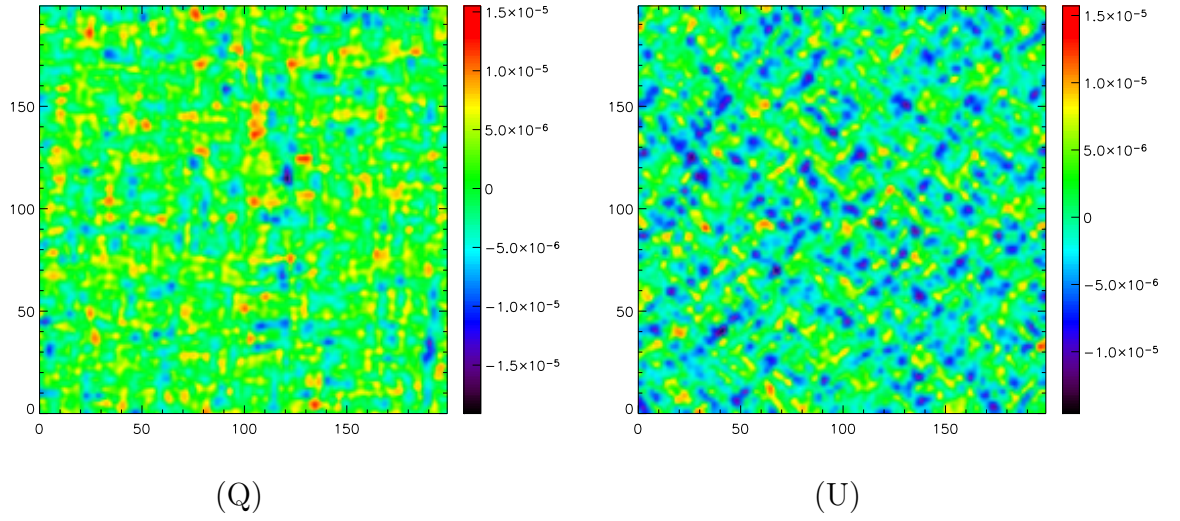


Fig. 4.5: Cartes de CMB : Q et U , 200×200 pixels, extraits de cartes 512×512 pixels et 20° de côté.

Du signal aux spectres estimés

Les cartes de signal, dont nous avons parlé page 119, permettent de reconstruire les cartes « observées » de Q et U du ciel. À partir de celles-ci, on peut reconstruire les cartes de E et B , comme expliqué dans le sous-paragraphe précédent. Les spectres de puissance que l'on déduit de ces cartes reconstruites se calculent simplement à l'aide des coefficients de Fourier de ces cartes : on moyenne les coefficients $|a_{mn}^X|^2$ pour lesquels la norme du vecteur d'onde est dans une bande de largeur Δk autour d'une valeur moyenne k . Enfin, on identifie directement le spectre $\hat{C}(k)$ ainsi calculé au spectre \hat{C}_l , la notation $\hat{\cdot}$ désignant une grandeur estimée.

Le spectre de corrélation TE se calcule de la même manière, sauf que c'est $a_{mn}^T a_{mn}^{E*}$ que l'on moyenne. La figure 4.6 montre les spectres utilisés pour contruire les cartes, ainsi que les spectres reconstruits (moyennés sur 11 simulations, avec des bandes $\Delta k = 20$).

4.2.3 Les lobes polarisés dans l'approximation plane

C'est un autre intérêt de l'approximation plane que de permettre une description des lobes polarisés particulièrement simple, en particulier leur comportement dans une rotation. En effet, pour un lobe gaussien, par exemple, et une direction de polarisation faisant un angle ψ avec l'axe des x , les trois lobes correspondant aux paramètres de Stokes s'écrivent :

$$\tilde{I}(x, y) \propto \exp \left[-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} \right] \quad (4.56)$$

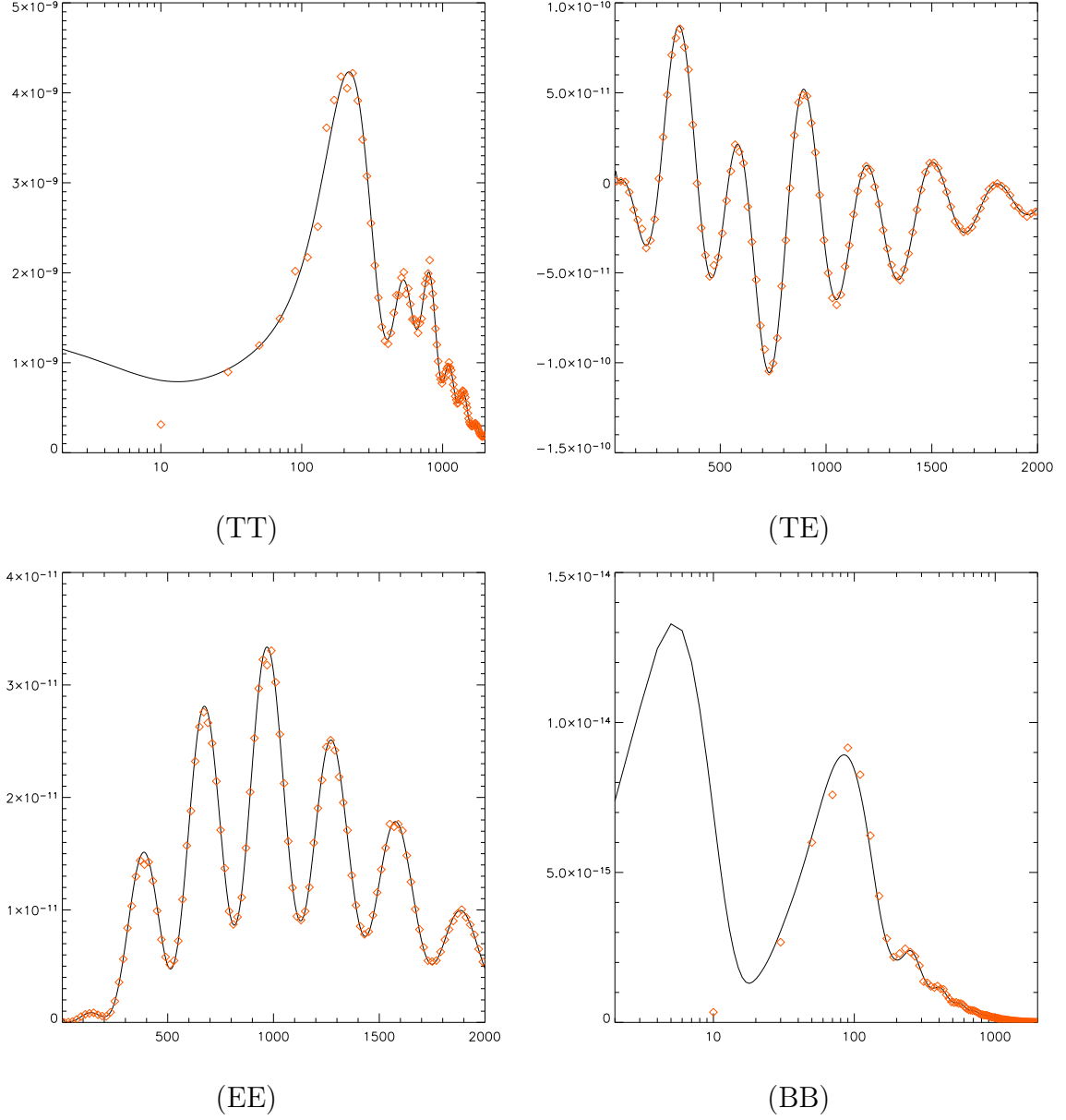


Fig. 4.6: Les spectres de puissance reconstruits à partir des cartes, moyennés sur 11 simulations. On remarque que l'on reconstruit moins bien les basses fréquences (taille de la carte : 20°). Le modèle cosmologique sous-jacent est le modèle de concordance, avec une réionisation précoce ($\tau = 0,17$), qui explique le pic à $l \sim 7$ dans le spectre de BB . Les spectres sont calculés directement à partir des cartes carrées produites (il n'y a aucune convolution avec un lobe ici).

$$\tilde{Q}(x, y) = \tilde{I}(x, y) \times \cos 2\psi \quad \text{et} \quad \tilde{U}(x, y) = \tilde{I}(x, y) \times \sin 2\psi \quad (4.57)$$

la normalisation du lobe d'intensité étant donnée par la condition $\int \tilde{I} = 1$. La rotation est particulièrement simple ici (contrairement au cas sphérique, voir notamment la première partie de ce chapitre et (Challinor et al., 2000)), car tous les pixels voient tourner le polariseur de la même façon, autour de la même direction perpendiculaire au plan xy .

Les cartes de signal s'obtiennent alors par convolution des cartes carrées du ciel avec les lobes polarisés des détecteurs ($\tilde{I}_i, \tilde{Q}_i, \tilde{U}_i$) :

$$S_i = \frac{1}{2} \left[I \star \tilde{I}_i + Q \star \tilde{Q}_i + U \star \tilde{U}_i \right] \quad (4.58)$$

(\star désigne le produit de convolution, ici à deux dimensions). C'est un résultat classique de traitement du signal que le produit de convolution se calcule aisément dans l'espace de Fourier : c'est le produit des transformées de Fourier des deux cartes. La figure 4.7 montre le résultat obtenu pour une expérience «idéale» : les polariseurs sont parfaits (ils sont parfaitement transparent à une direction de polarisation et totalement opaques à la direction perpendiculaire), les lobes sont tous identiques, symétriques et gaussiens, et enfin tous les détecteurs pointent dans la même direction au même instant. Comme nous l'avons déjà indiqué, le spectre reconstruit est diminué d'un facteur $\exp[-l^2\sigma^2]$ (voir équations 4.17 et 4.18) à cause du lissage par le lobe gaussien (d'écart-type σ). Ainsi, les spectres reconstruits montrés sur la figure, corrigés de ce facteur, se superposent exactement aux spectres initiaux. Dans la suite, nous introduirons des défauts sur ces lobes «idéaux» pour analyser leur influence sur la mesure.

4.3 Influence des lobes sur la mesure des spectres

Nous avons maintenant les outils nécessaires pour faire une estimation des effets des défauts de lobes sur la mesure des spectres de puissance, en particulier les spectres de polarisation. Lorsque nous parlons de lobes, nous entendons en réalité lobe effectif, car des caractéristiques de l'instrument qui ne sont pas *a priori* liées aux lobes peuvent se traduire par un lobe effectif déformé par rapport au lobe réel. Par exemple, des erreurs de calibration relative ou dans la constante de temps des détecteurs sont, d'un point de vue instrumental, liées à l'électronique ou au détecteur, mais il est possible de les inclure dans le lobe. La question est de savoir ce qui détermine ou perturbe la forme des lobes par rapport à la forme optimale (gaussienne et symétrique) que l'on cherche à leur donner. Nous étudierons en particulier les effets suivants :

- erreur dans la calibration relative,
- erreur dans la reconstruction du plan focal,
- erreur de pointage,
- erreur dans les constantes de temps des bolomètres,
- effet de lobes asymétriques,
- effet de lobes réalistes simulés.

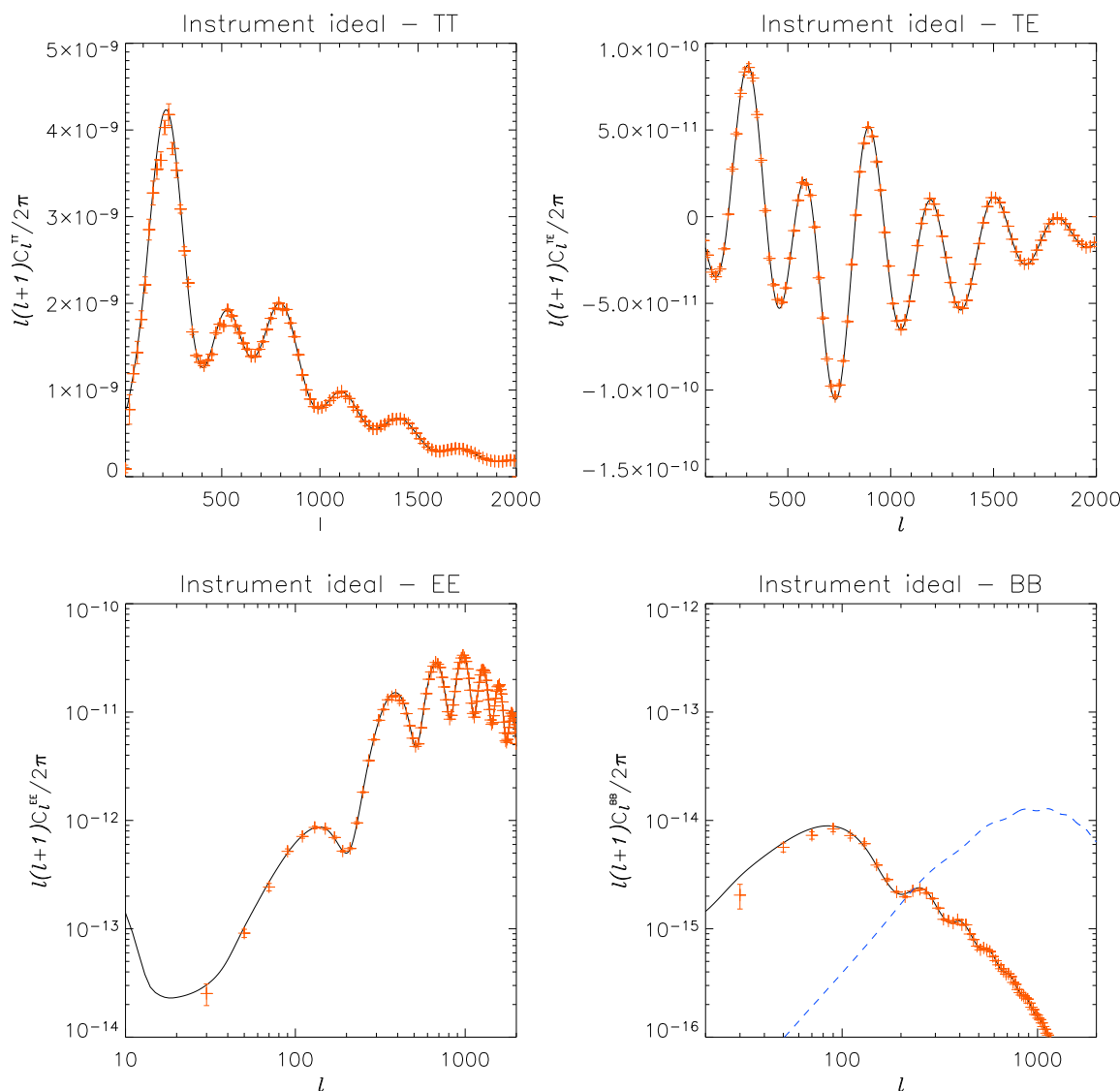


Fig. 4.7: Reconstruction des spectres de puissance avec un instrument idéal : l'instrument est doté de quatre détecteurs parfaitement polarisés avec des angles de polarisation de 0° , 90° , 45° et 135° . Le lobe est strictement identique pour tous les détecteurs, et ils pointent tous exactement dans la même direction au même instant. Les courbes noires correspondant aux spectres entrés pour la simulation, et les points rouges sont les spectres reconstruits, corrigés de l'effet du lobe (c'est-à-dire multipliés par $\exp(-l^2\sigma^2)$, avec $\sigma = 7'$ ici). La courbe en pointillé bleu représente le mode B de polarisation engendré par l'effet de lentille gravitationnelle (voir chapitre 1, page 55), qui n'est pas inclus dans le spectre servant à simuler la carte du mode B .

Nous indiquerons pour chacun l'effet sur les spectres, en particulier le domaine en l concerné, l'amplitude en fonction du niveau de l'erreur considéré et leur origine.

4.3.1 Erreur d'intercalibration

Le problème le plus évident est une erreur dans l'étalonnage relatif entre les différents détecteurs. Idéalement, chaque détecteur réagit de la même manière au rayonnement incident : à une puissance reçue donnée, correspond le même signal mesuré pour tous les détecteurs. En pratique, chacun des détecteurs a un coefficient de calibration différent, de sorte que même pour un signal non polarisé, la différence entre deux polariseurs à 90° l'un de l'autre ne sera pas nulle. L'erreur de calibration produit donc un signal polarisé lié à la température.

Nous avons estimé cet effet en utilisant des lobes parfaits (en particulier les lobes d'intensité normalisés à 1) que l'on a multipliés par des coefficients de calibration relative différents. Nous avons choisi une erreur de l'ordre et inférieure à 1% pour les détecteurs 2, 3 et 4 (ce qui correspond à la précision que nous avons pu obtenir dans le cas de l'expérience Archeops, voir le chapitre suivant). Le résultat est présenté sur la figure 4.8. Quelques remarques s'imposent sur ces spectres : comme on s'y attendait, la mesure du spectre de température n'est pas perturbée. En effet, l'intensité est la somme des signaux d'une paire de polariseurs, et une erreur d'intercalibration ne fait qu'introduire une fraction ($\sim 1\%$ dans notre cas) de polarisation dans l'intensité. Comme la polarisation est nettement inférieure à l'intensité, l'erreur introduite est totalement négligeable.

En revanche, le spectre de la polarisation B , qui est très inférieure à la polarisation E , est totalement dominé par la fuite de la température dans les différences des paires de détecteurs. On y reconnaît d'ailleurs aisément la forme du spectre de température. Ce qui est surprenant, c'est que les spectres de E et de corrélation TE ne manifestent aucun défaut. En réalité, on peut montrer qu'ils présentent la même fuite de température, mais qu'elle est négligeable par rapport aux spectres vrais. L'erreur d'intercalibration introduit dans la différence de deux détecteurs une fraction de la carte de température. Dans l'espace de Fourier, la carte de Q mesurée sera donnée par :

$$\tilde{a}^Q(\mathbf{k}) = a^Q(\mathbf{k}) + \beta a^I(\mathbf{k}) \quad (4.59)$$

avec \tilde{a}^Q la carte mesurée et a^Q la carte originale. L'erreur induite sur E est donc, en utilisant l'équation (4.54) :

$$\Delta a^E(\mathbf{k}) = \beta a^I(\mathbf{k}) \cos 2\varphi_k \quad (4.60)$$

Un calcul simple montre que l'erreur sur le spectre de puissance de E est :

$$|\tilde{a}^E(\mathbf{k})|^2 = |a^E(\mathbf{k})|^2 + 2\beta \mathcal{R} [a^E(\mathbf{k})a^I(\mathbf{k})^*] \cos 2\varphi_k + \beta^2 |a^I(\mathbf{k})|^2 \cos^2 2\varphi_k \quad (4.61)$$

Lorsque l'on fait la moyenne des $|\tilde{a}^E(\mathbf{k})|^2$ avec $|\mathbf{k}| = k$ pour estimer le spectre, les termes en β se moyennent à 0 (car $\langle \cos 2\varphi_k \rangle = 0$, la valeur moyenne étant prise sur toutes les directions possibles du vecteur d'onde \mathbf{k} , soit pour φ_k entre 0 et 2π),

tandis que le terme en β^2 persiste. On retrouve donc dans les spectres E et B (le raisonnement est le même pour le spectre B) une fraction $\sim \beta^2/2$ du spectre de température. Avec $\beta \lesssim 0,01$, on trouve que l'erreur sur les spectres E et B doit être $\frac{1}{2}\beta^2 \times C_l^{TT} \sim 0,5 \times 10^{-4} C_l^{TT}$. C'est bien ce que l'on observe dans le spectre B , et il est normal que l'on ne le voie pas dans le spectre E . Avec une précision de l'ordre de 0,1% sur la calibration relative (niveau de précision actuellement requis pour Planck), la fuite du spectre de température dans le spectre de la polarisation B devient du même ordre, ou même supérieur au spectre B réel à $l \sim 100 - 200$ (la hauteur du pic à $l \sim 100$ dans le mode B dépend du rapport tenseur/scalaire r , qui est égal à 1 dans le modèle choisi, ce qui est le maximum autorisé compte tenu des mesures actuelles), mais nettement inférieur à la partie du mode B due à l'effet de lentille gravitationnelle pour $l \gtrsim 200$.

4.3.2 Erreur de reconstruction du plan focal

Nous appelons erreur de reconstruction du plan focal l'erreur dans les positions relatives des détecteurs projetés sur le ciel. Ces erreurs sont systématiques (la position des détecteurs est déterminée une fois pour toute), mais n'affecte que la position relative de deux cornets différents. Ainsi, les deux détecteurs d'une même paire (qui sont dans le même cornet) auront la même erreur de positionnement. Reprenant nos détecteurs idéaux, nous avons décalé les lobes correspondant à la première paire de détecteurs par rapport à leur position vraie de $(0,2'; 0,1')$ et ceux de la seconde paire de $(-0,12'; -0,07')$. Ces valeurs sont arbitraires mais vraisemblablement de l'ordre ou supérieures à la précision que l'on peut espérer atteindre (le cas envisagé est donc pessimiste). Une analyse détaillée de la méthode de reconstruction du plan focal est nécessaire pour déterminer la précision sur ces paramètres. L'influence de cette erreur sur la position des cornets dans le plan focal est montré sur la figure 4.9.

On constate que l'effet n'est visible que sur le spectre de polarisation B , et uniquement à grande résolution : $l \gtrsim 400$. Cette fois, on reconnaît dans le spectre B la forme du spectre de polarisation E . Comme celui-ci est faible à bas l ($l < 400$), la partie du mode B provenant des ondes gravitationnelles primordiales ($l \sim 90$) n'est pas perturbée par cette erreur. Au-dessus de $l = 400$, elle est inférieure (pour les valeurs plutôt pessimistes que nous avons choisies) à la partie du spectre dû à l'effet de lentille gravitationnelle, jusqu'à $l \sim 1000$.

4.3.3 Erreur de pointage

Cette erreur est aléatoire et correspond à une erreur dans la direction de pointage de l'ensemble du plan focal. Tous les cornets sont donc décalés de la même manière à un même instant. En revanche, cette erreur peut varier au cours du temps. Nous avons imaginé différents scénarios pour cette variation. La première idée est de supposer que l'erreur sur le pointage est totalement décorrélée d'une mesure à une autre. Toutefois, ce type d'erreur n'est pas très réaliste dans le cas de Planck, puisque les détecteurs balayent le ciel en faisant des cercles. Il est donc légitime de supposer que l'erreur de

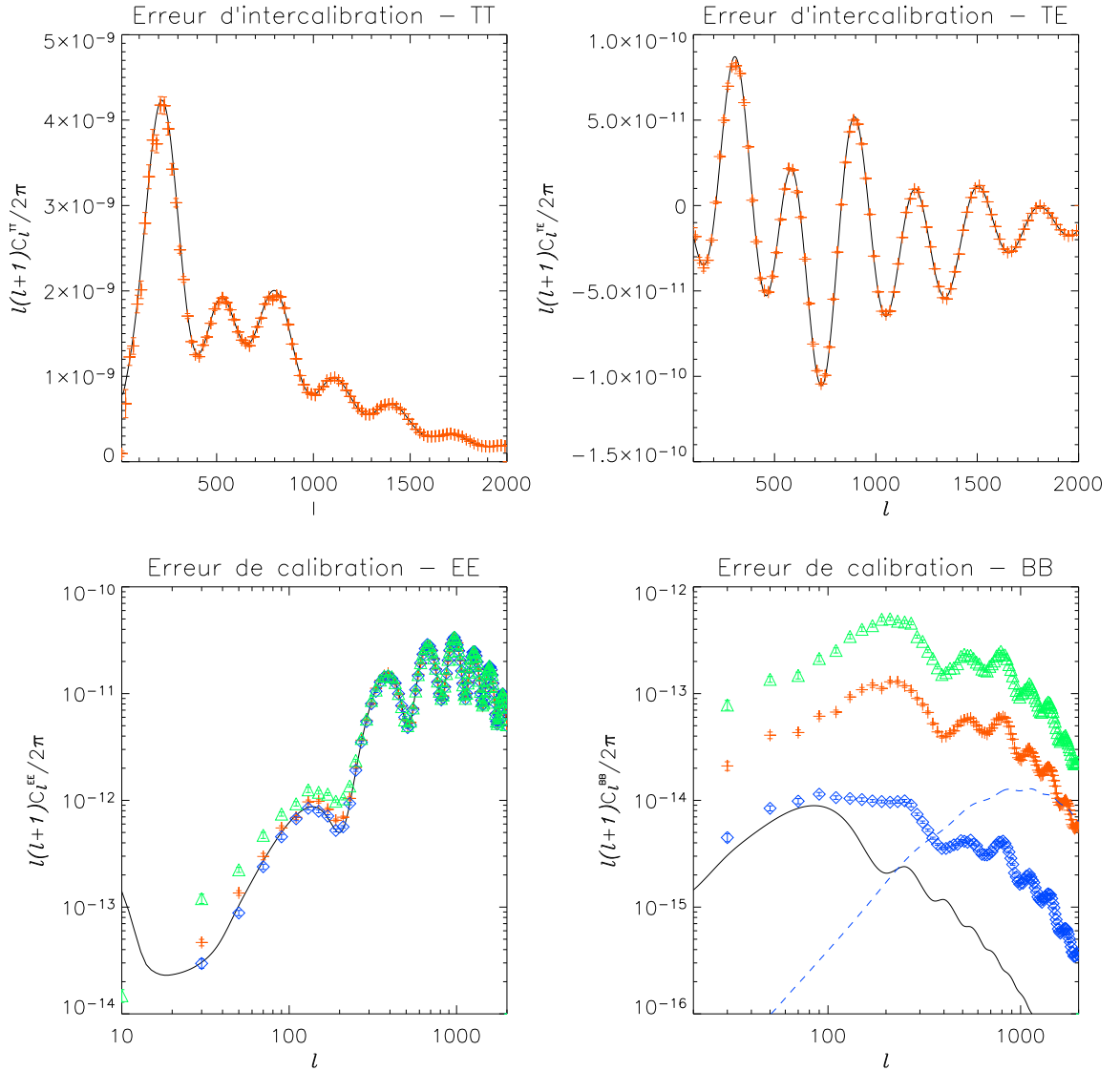


Fig. 4.8: Influence d'une erreur de calibration relative sur la mesure des spectres : spectres de puissance initiaux (en trait plein) et reconstruits (croix) après introduction d'une erreur d'intercalibration de 1% sur le second détecteur, -0.8% sur le troisième et de 0,4% sur le quatrième. Sur le spectre BB , la courbe tireté représente le spectre dû à l'effet de lentille gravitationnelle, qui n'est pas inclus dans la simulation de la carte (1024×1024 , $20^\circ \times 20^\circ$, 50 simulations, de gauche à droite et de haut en bas : TT , TE , EE , BB). On retrouve dans les spectres E et B une fraction du spectre de température, de l'ordre de β^2 avec β l'ordre de grandeur de l'erreur sur l'intercalibration (voir le texte). On a représenté, sur les graphes de EE et BB les spectres pour trois amplitudes différentes de l'erreur d'intercalibration : les croix rouges correspondent à l'erreur précisée plus haut, les triangles verts (au-dessus) à deux fois ces erreurs et les losanges bleus au quart de cette erreur.

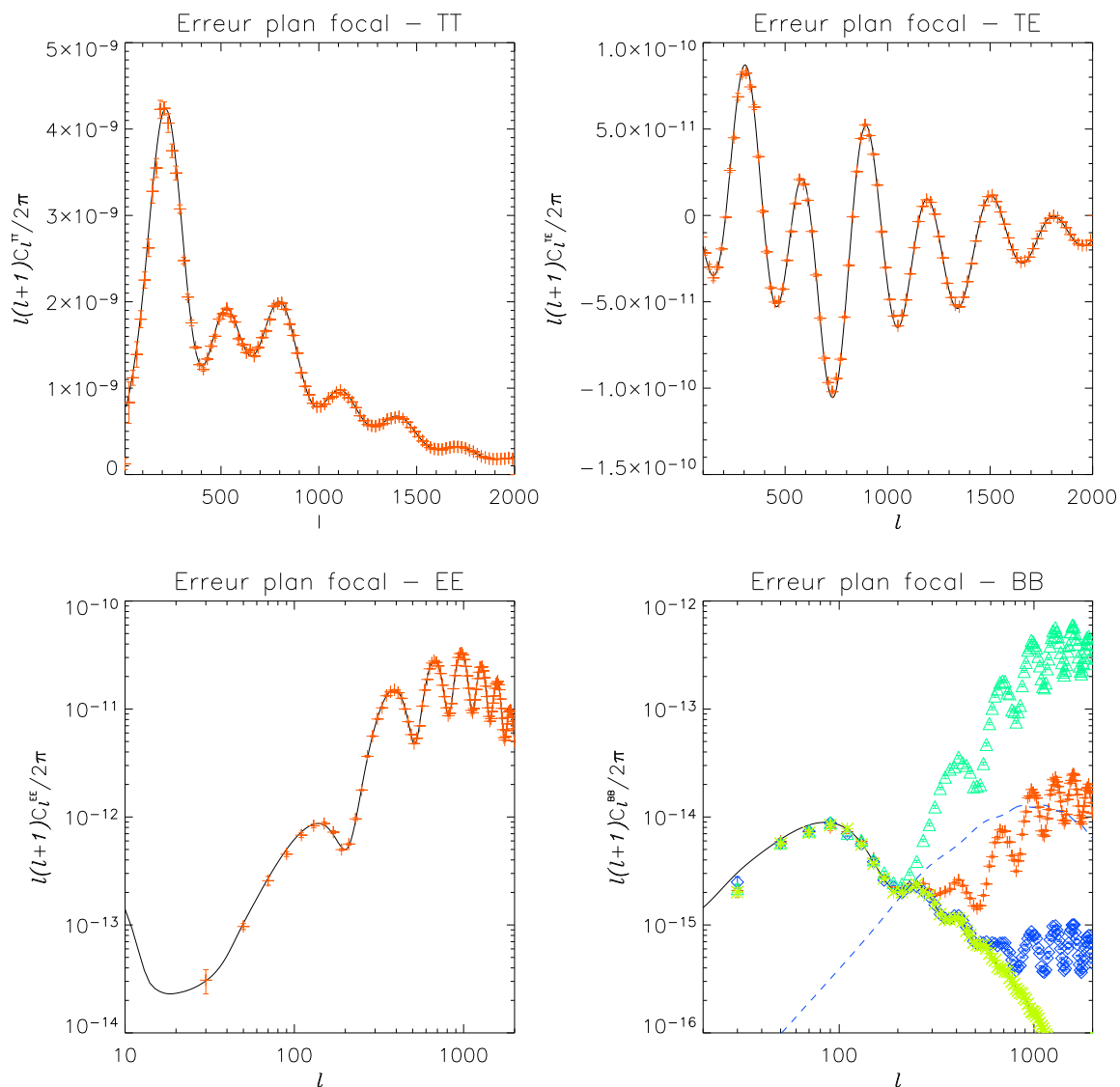


Fig. 4.9: Influence d'une erreur dans la position des détecteurs dans le plan focal sur la mesure des spectres polarisés : Spectres de puissance initiaux (trait plein) et reconstruits (croix), après décalage systématique du premier cornet de $(0,2';0,1')$ et du second de $(-0,12';0,07')$. Les cartes utilisées ont 1024×1024 pixels et couvrent une zone de $20^\circ \times 20^\circ$; les spectres correspondent à la moyenne de 50 simulations ; de gauche à droite et de haut en bas on trouve les spectres TT , TE , EE , BB . L'effet est essentiellement d'introduire dans le spectre de B une partie du spectre de E . La dernière figure montre la variation de l'effet avec l'amplitude de l'erreur dans le plan focal : au-dessus, en triangles verts, une erreur cinq fois plus grande et en-dessous, en losanges bleus, une erreur cinq fois moins grande que pour les croix rouges. Les points, en vert clair, qui recouvrent la courbe noire, en bas, correspondent à la même erreur que les triangle vert en haut, mais pour un ciel sans polarisation E initialement. Ainsi, c'est bien une fuite de la polarisation E dans le spectre B qui est provoquée par une erreur sur la reconstruction du plan focal.

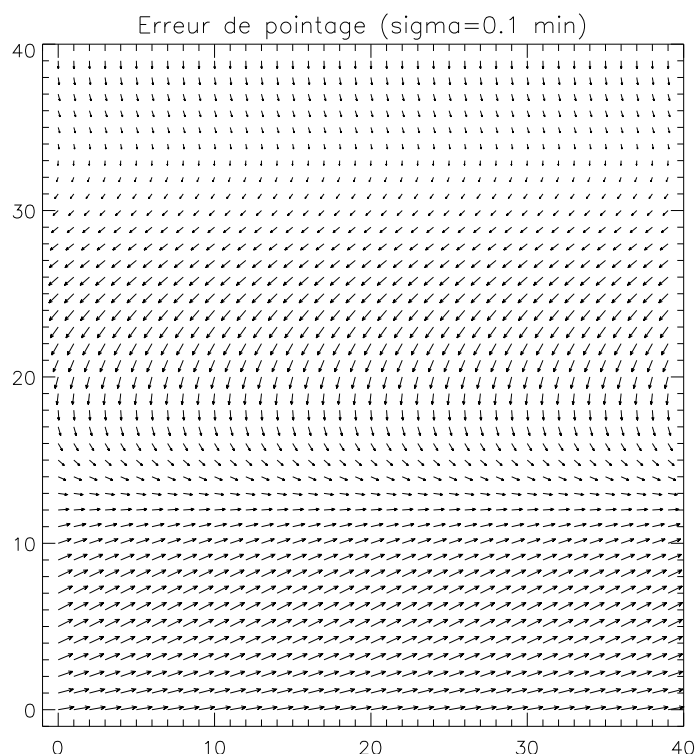


Fig. 4.10: Carte de déplacement décrivant l'erreur de pointage en chaque point de la carte : chaque flèche indique l'erreur de pointage faite sur le pixel correspondant. Le maximum est à 0,14 minute d'arc. Afin de tenir compte de la corrélation de l'erreur de pointage le long d'un cercle, nous avons supposé qu'elle était corrélée, dans la direction horizontale (parallèle au cercle), sur tout le long de la carte, et dans la direction verticale (perpendiculaire aux cercles), seulement sur la taille d'un lobe (la distance entre deux cercles est typiquement de la taille d'un demi-lobe).

pointage sera corrélée d'une mesure à la suivante sur le même cercle. En revanche, lorsque l'on change de cercle, l'erreur n'a plus de raison d'être corrélée à l'erreur sur le cercle précédent. Nous avons donc utilisé, pour décaler les cornets par rapport à leurs positions vraies, une carte de déplacement, dont un exemple est montré sur la figure 4.10.

À partir de là, deux cas sont envisageables : soit la corrélation de l'erreur de pointage perdure sur les 60 tours balayant le même cercle, soit l'erreur de pointage varie d'un tour à l'autre. Comme les 60 cercles sont moyennés pour produire la carte finale, le résultat est très différent suivant le cas : voir les figures 4.11 et 4.12. Si l'erreur varie aléatoirement d'un passage sur le cercle au suivant, en moyennant les 60 cercles, on obtient une carte lissée avec un lobe effectif plus large que le lobe réel, égale à la moyenne des 60 lobes identiques chacun décalé de façon aléatoire. L'erreur de pointage étant très faible par rapport à la taille du lobe, cet effet d'élargissement du lobe est largement négligeable. En revanche, si les 60 cercles consécutifs ont exactement la même erreur de pointage, l'effet est beaucoup plus important, et on se retrouve avec

l'analogue d'un effet de lentille gravitationnelle : le mode E de polarisation fuit dans le mode B , avec un niveau dépendant de l'amplitude de l'erreur de pointage. Nous montrons d'ailleurs sur la figure 4.11 le spectre B reconstruit avec une erreur de pointage corrélée d'un tour au suivant, mais avec un ciel initial ne comportant pas de polarisation E .

4.3.4 Erreur de constante de temps

La constante de temps d'un détecteur bolométrique est le temps typique nécessaire pour qu'il retrouve son état après un signal impulsionnel. On décrit en général la réponse à un signal piqué à l'instant $t = 0$ par une exponentielle décroissante :

$$R(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < 0 \\ \exp[-t/\tau] & \text{pour } t \geq 0 \end{cases} \quad (4.62)$$

La valeur typique de τ est, pour les bolomètres de Planck ou d'Archeops, $\tau \sim 5\text{--}10$ ms, ce qui n'est pas négligeable par rapport au temps nécessaire pour parcourir la taille d'un lobe, environ 20 ms . L'effet de cette constante de temps sur le signal temporel peut se calculer en convoluant le signal attendu avec un instrument idéal (constante de temps nulle) avec la réponse $R(t)$. Inversement, il est possible de déconvoluer le signal mesuré par une expérience afin de reconstruire le signal utile. Le problème est que la mesure de cette constante de temps est difficile, d'autant plus que la modélisation que l'on en fait (la fonction $R(t)$ précédente) n'est pas nécessairement rigoureusement exacte. Par exemple, l'analyse de la réponse des détecteurs aux rayons cosmiques⁷ et au signal des planètes dans l'expérience Archeops a montré qu'elle était mieux modélisée par trois constantes de temps : une, très courte, pour la croissance, et deux pour la décroissance (une de quelques millisecondes et l'autre de quelques dizaines de millisecondes). Il n'est donc pas garanti que la forme utilisée pour la modéliser (équation 4.62) soit correcte. Nous supposons ici que l'on connaît parfaitement la forme de la réponse, et que l'erreur est uniquement due à une imprécision sur la valeur de la constante de temps.

Dans notre simulation, qui n'utilise pas l'intermédiaire des signaux temporels des différents détecteurs pour créer les cartes, l'effet de la constante de temps est prise en compte en convoluant directement le lobe lui-même avec la fonction de réponse, en tenant compte de la vitesse de balayage de Planck. L'effet sera d'allonger le lobe dans la direction de balayage. Si l'effet est mal corrigé (en cas d'erreur sur la constante de temps, par exemple), le lobe conservera cette asymétrie, de sorte que la différence des deux lobes de deux détecteurs du même cornet aura une structure «dipolaire», comme le montre la figure 4.13.

Les spectres reconstruits à l'aide de tels lobes, mal corrigés de la constante de temps, sont montrés sur la figure 4.14. Encore une fois, on remarque que les spectres de température, de polarisation E et de corrélation TE sont correctement retrouvés. En revanche, le spectre B est essentiellement dominé par un signal parasite. Étant

⁷ Les rayons cosmiques, lorsqu'ils interagissent avec le bolomètre, déposent instantanément leur énergie, jouant le rôle d'un signal impulsionnel.

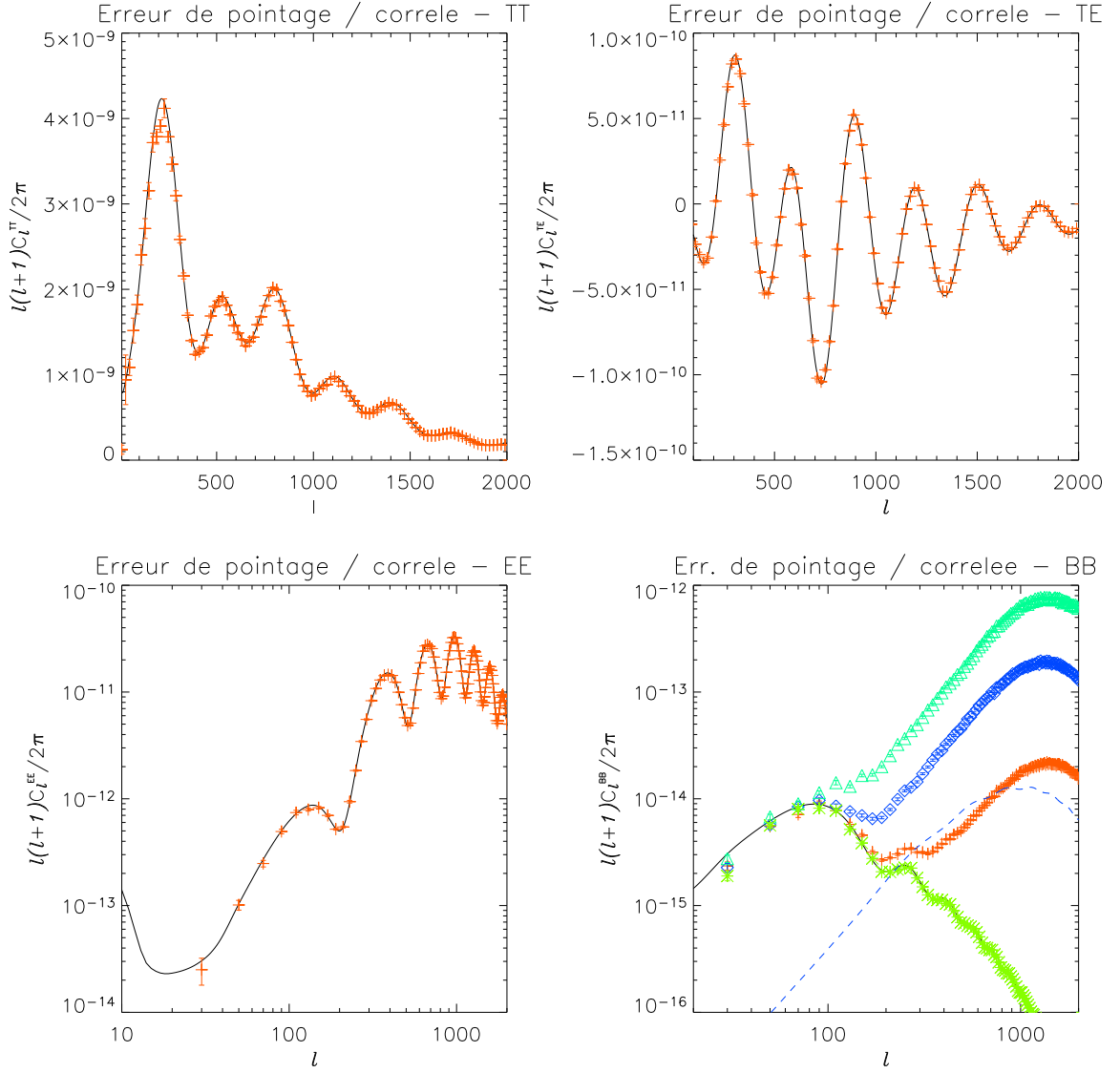


Fig. 4.11: Influence d'une erreur de pointage sur la reconstruction des spectres polarisés (premier scénario) : dans ce scénario, l'erreur de pointage est corrélée sur l'ensemble des 60 cercles ; moyenner ces 60 cercles ne change donc rien au problème. L'écart-type de l'erreur est de $0,3'$ (la précision indiquée dans le *Instrument Interface Document A* de Planck est de $0,5'$). Sur le spectre *BB*, on voit la reconstruction pour différentes valeurs de l'écart-type du pointage : de haut en bas, $2'$, $1'$ et $0,3'$. Les points en vert clair, en bas, correspondent au cas d'une erreur de pointage de $1'$, mais sans polarisation *E* initialement. L'effet d'une erreur de pointage est donc bien de transférer une partie de la polarisation *E* dans le spectre *B*.

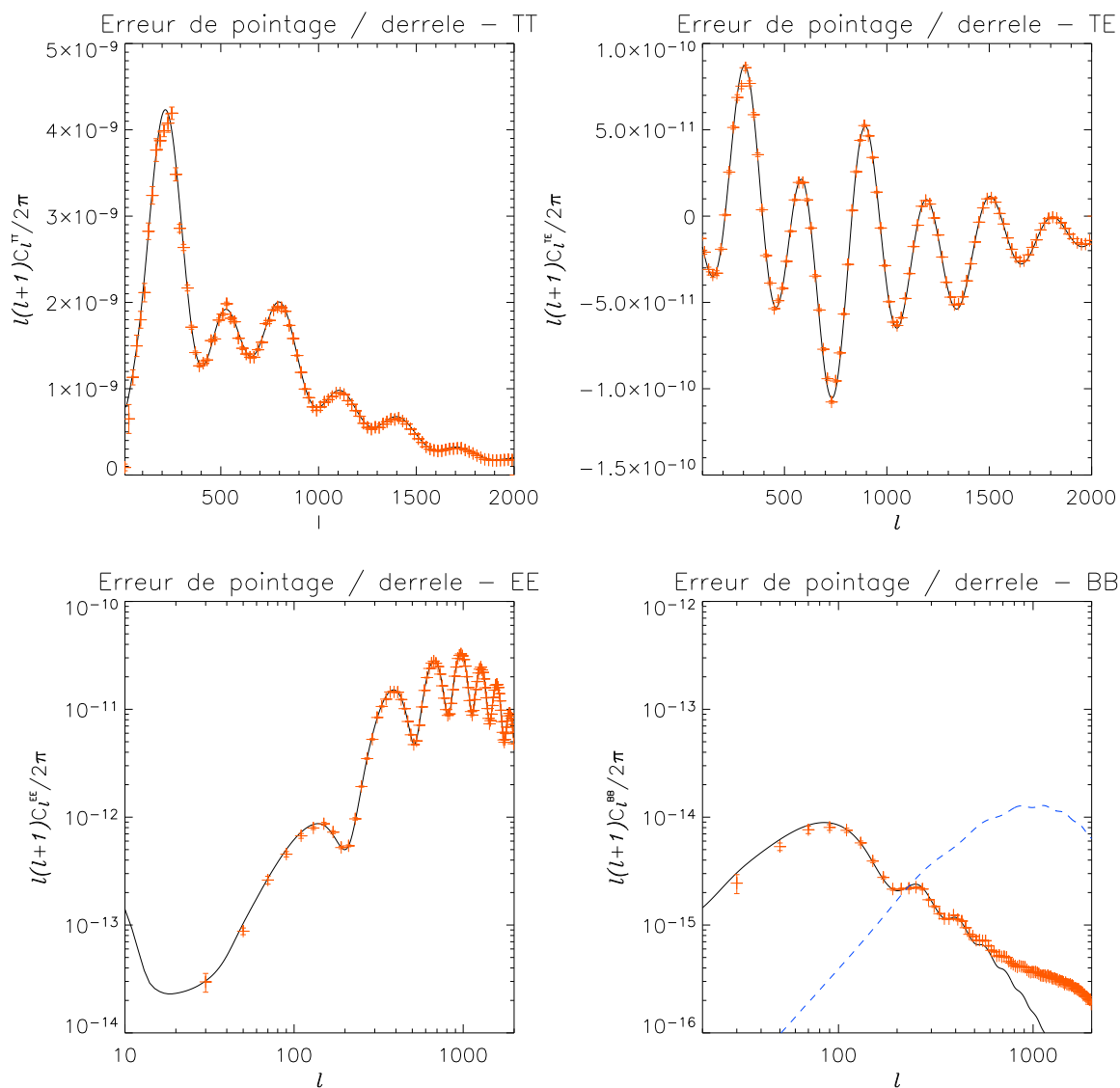


Fig. 4.12: Influence d'une erreur de pointage sur la reconstruction des spectres polarisés (second scénario) : dans ce scénario, l'erreur de pointage est décorrélée d'un balayage du cercle au suivant ; en moyennant les 60 passages sur le même cercle dans le ciel, on construit en fait un signal lissé par un lobe effectif plus large que le lobe réel. L'écart-type de l'erreur de pointage est de $0,3'$ (la précision indiquée dans le *Instrument Interface Document A* de Planck est de $0,5'$).

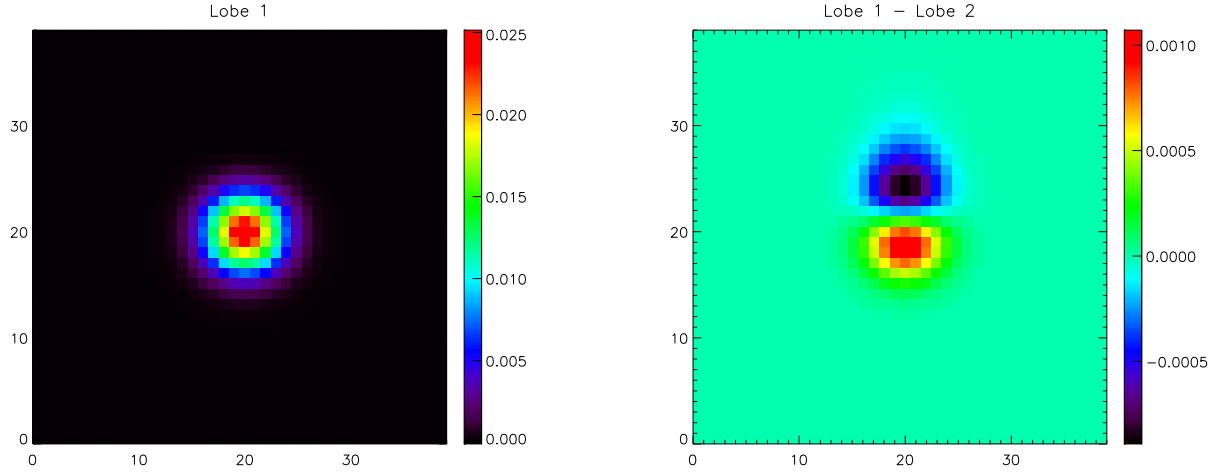


Fig. 4.13: Différence entre lobes après erreur de constante de temps : à gauche le lobe convolué avec une constante de temps de 7 ms et déconvolué avec une constante de temps de 7,4 ms ; à droite la différence entre les lobes effectifs de deux détecteurs d'un même cornet, tous les deux avec une contante de temps de 7 ms, mais l'un est déconvolué avec $\tau = 7,4$ ms, l'autre avec $\tau = 6,6$ ms. La différence laisse apparaître une forme dipolaire qui conduit à introduire dans la carte du paramètre Q le gradient de la carte de température dans la direction de balayage.

donné la forme de la différence de lobes, il est clair que l'on introduit dans la carte reconstruite de Q le gradient de la carte de température. On peut d'ailleurs vérifier qu'en mettant la polarisation E à zéro dans le ciel simulé, on retrouve la même structure de polarisation, aussi bien dans B que dans E (voir la figure 4.15). Cet effet est particulièrement dramatique, puisqu'il domine le signal que l'on cherche à mesurer dans le mode B de polarisation, c'est-à-dire aussi bien la partie due aux ondes gravitationnelles primordiales (à $l \sim 90$) que l'effet de lentille gravitationnelle.

4.3.5 Effet de lobes asymétriques

Comme le télescope de Planck n'est pas symétrique autour de l'axe optique principal, puisqu'il est de type grégorien hors axe (voir figure 2.2 page 67), et que les cornets ne sont en tous les cas pas placés au centre du plan focal, les lobes ne peuvent pas avoir une symétrie de révolution. Au premier ordre, on s'attend à ce que les lobes aient une forme elliptique, mais identique pour les deux détecteurs d'un même cornet.

Nous avons simulé deux cas, illustrés par les figures 4.16 pour le premier et 4.17 et 4.18 pour le second. Le premier correspond au cas de Planck (ou d'Archeops) pour lequel les détecteurs d'un même cornet ont le même lobe et les lobes diffèrent d'un cornet à l'autre. On trouve alors une fuite du mode E de polarisation dans le mode B , avec un niveau dépendant de l'ellipticité du lobe. Par ailleurs, il est nécessaire de corriger de la largeur moyenne du lobe, comme indiqué dans la légende de la figure 4.16.

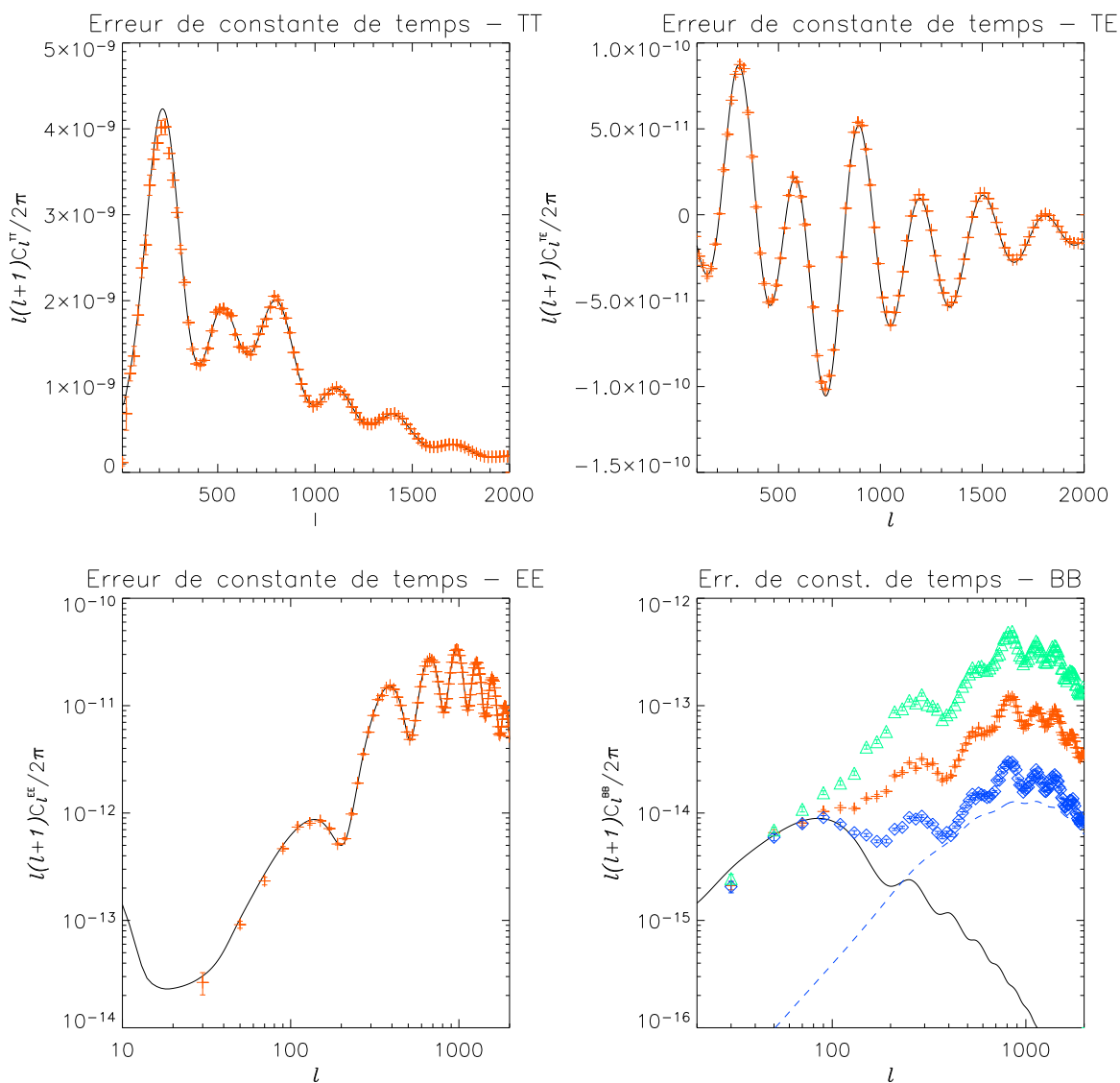


Fig. 4.14: Influence d'une erreur dans la mesure de la constante de temps sur la mesure des spectres : le premier détecteur est corrigé de l'effet d'une constante de temps de 7 ms avec une erreur sur celle-ci de 0,4 ms, les autres sont parfaitement corrigés. Pour le spectre de B , nous montrons la reconstruction pour trois valeurs différentes de l'erreur sur la constante de temps : de haut en bas, les erreurs sont de 0,8 ms, 0,4 ms et 0,2 ms.

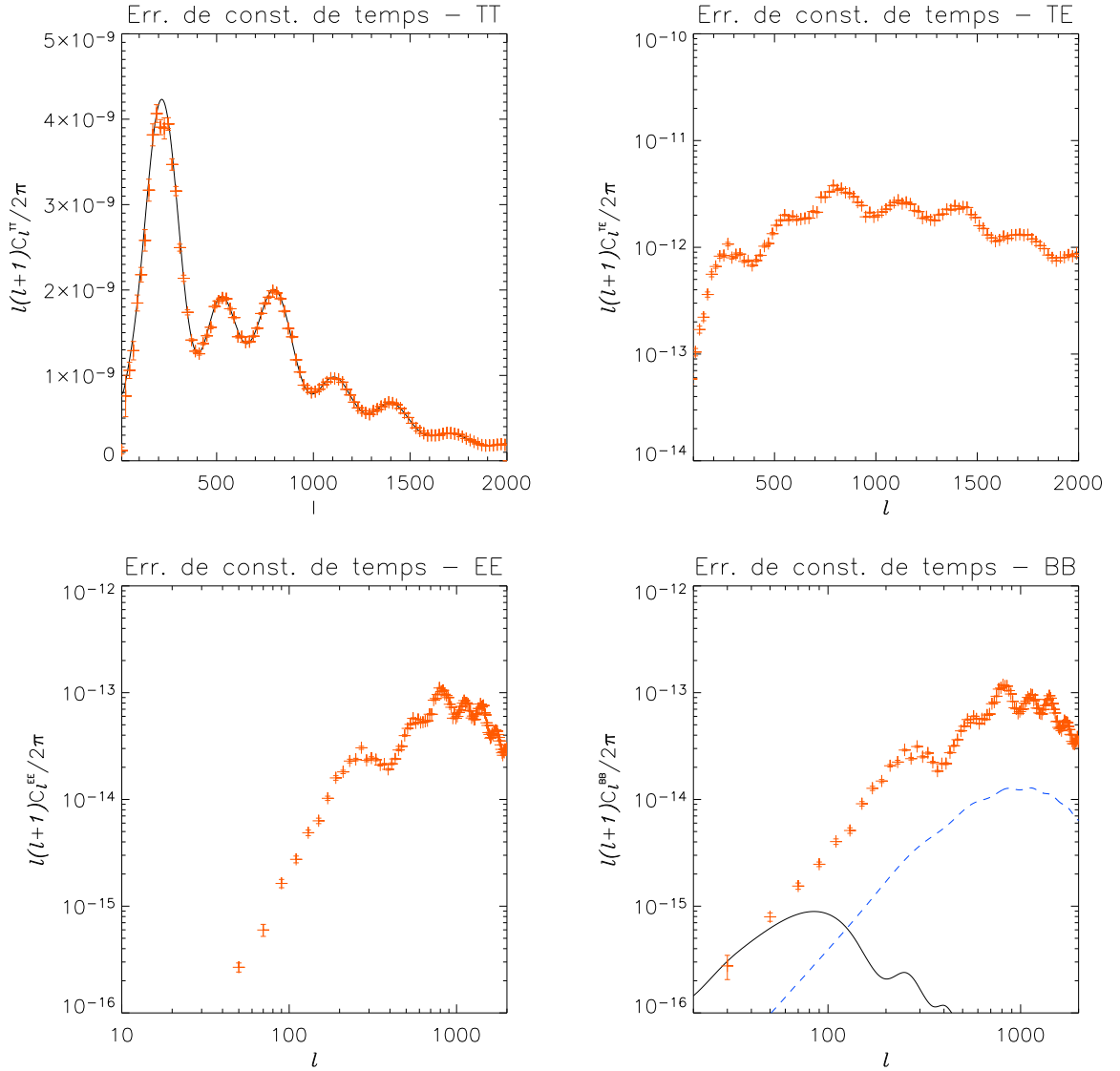


Fig. 4.15: Influence d'une erreur dans la mesure de la constante de temps sur la mesure des spectres : *idem* figure 4.14 sauf que le mode E de polarisation et donc la corrélation TE sont fixés à zéro au départ. La structure observée dans le mode B étant identique à celle de la figure 4.14, cela confirme qu'il s'agit essentiellement d'une fuite de la température dans les modes polarisés (le mode E , qui devrait être nul, présente le même spectre que B). Étant donnée la forme dipolaire de la différence des lobes, on en déduit que c'est le gradient de la carte de température introduite dans la carte de Q qui produit ce spectre de polarisation. Enfin, nous avons utilisé ici un modèle dans lequel le rapport tenseur/scalaire est de 0,1 (au lieu de 1 dans les autres graphiques) qui est la borne supérieure actuellement admissible, plaçant le spectre B plus bas : l'effet d'une mauvaise correction de la constante de temps masque complètement le mode B de la polarisation, aussi bien le pic à $l \sim 90$ des ondes gravitationnelles que l'effet de lentille gravitationnelle (en tirets bleus).

Le second cas, qui est le plus défavorable, illustre l'intérêt de faire la mesure de la polarisation à partir de détecteurs placés dans le même cornet et ayant donc le même lobe. On a utilisé pour ce cas extrême quatre lobes gaussiens elliptiques identiques, mais orientés différemment (voir la légende des figures). On observe que c'est ici non pas une fuite de E dans B , mais de la température dans la polarisation, comme le confirme la dernière figure (4.18).

4.3.6 Effet de lobes réalistes

Des simulations du système optique complet de Planck ont été faites par Vladimir Yurchenko (Yurchenko et al., 2003). Ces simulations prennent en compte le télescope, les caractéristiques complètes des cornets, et aussi, surtout, la polarisation du rayonnement. Les lobes peuvent être considérés, en première approximation, comme des ellipses, avec un grand axe 1,1 fois plus grand que le petit axe de $6,6'$, à 143 GHz.

On remarque encore une fois (figure 4.20) que c'est essentiellement le mode E qui fuit dans le mode B . Ceci suggère une méthode pour corriger le spectre B : à partir des cartes reconstruites de I et E , que l'on aura corrigé du lissage dû au lobe moyen, et des lobes réels, que l'on aura mesurés par ailleurs, on peut fabriquer des cartes de signal, et par conséquent des spectres $C_l^{TT'}$, $C_l^{EE'}$ et $C_l^{BB'}$. Ce dernier spectre provient uniquement de la fuite de la polarisation E dû à la forme des lobes. En soustrayant ce spectre $C_l^{BB'}$ au spectre C_l^{BB} mesuré directement, on doit pouvoir retrouver le spectre de polarisation B vrai. Les figures 4.21 montrent le résultat dans deux cas différents : soit en utilisant le lobe exact (premier cas) soit en utilisant une approximation du lobe par une gaussienne elliptique s'ajustant sur le lobe réel. Dans le premier cas, on arrive à corriger le spectre B (montrant par la même occasion qu'il s'agit bien d'une fuite de la polarisation E dans B), alors que dans le second, où le lobe n'est qu'approché (à 10% près), l'effet est mal estimé et n'est donc pas corrigé.

Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une étude permettant d'estimer l'importance d'un certain nombre de paramètres instrumentaux, à travers leur influence sur le lobe effectif, pour la mesure des spectres de polarisation. Nous avons développé une méthode de simulation et d'analyse basée sur l'approximation plane, suffisante pour étudier les effets à petite et moyenne échelle (typiquement, à partir de $l \sim 70$). Dans l'ensemble, pour les différentes origines d'effet systématique envisagées et avec des ordres de grandeurs réalistes pour la mission Planck, il ressort que la mesure des spectres de température, de polarisation E et de leur corrélation TE n'est pas perturbée. En revanche, la mesure du mode B de polarisation est problématique dans au moins deux situations : une erreur dans la calibration relative des différents détecteurs et une erreur dans la mesure, et donc dans la correction, des constantes de temps des détecteurs. On peut comprendre facilement pourquoi ce sont ces deux types d'effets systématiques qui dominent en notant la hiérarchie entre les puissances des différents

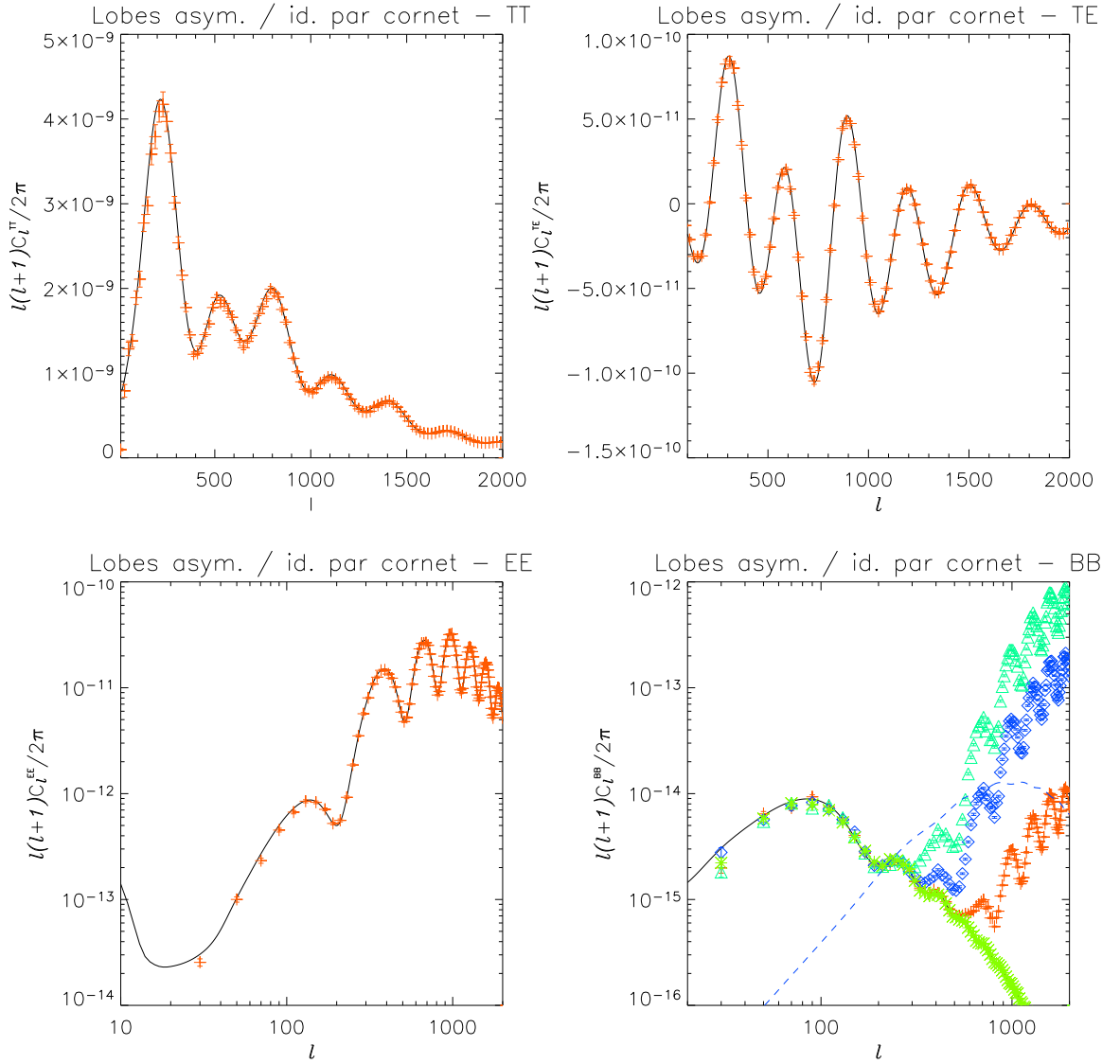


Fig. 4.16: Influence de lobes asymétriques sur la reconstruction des spectres : les lobes sont identiques pour les deux détecteurs d'un même cornet ; en revanche, ils sont gaussiens elliptiques, et tournés de $\pm 40^\circ$ par rapport à la direction de balayage. Le rapport entre grand axe et petit axe de l'ellipse vaut 1,2 sauf pour le dernier graphe, où l'on a représenté le spectre B reconstruit pour différentes valeurs : de haut en bas 1,4 ; 1,2 et 1,05. Les points en vert clair, qui recouvre la courbe noire du spectre initial, correspondent au cas où il n'y a pas de polarisation E initialement. La largeur à mi-hauteur du petit axe de l'ellipse est de $7'$ dans tous les cas. La correction du lissage du spectre par le lobe, la multiplication par le facteur $\exp[l(l+1)\sigma^2]$, est toujours valable à condition de choisir pour σ une valeur moyenne. On la prend telle que la surface du lobe symétrique moyen soit égale à la surface du lobe réel, c'est-à-dire $\sigma = \sqrt{\sigma_x \sigma_y}$ où σ_x et σ_y sont les petit et grand axe de l'ellipse.

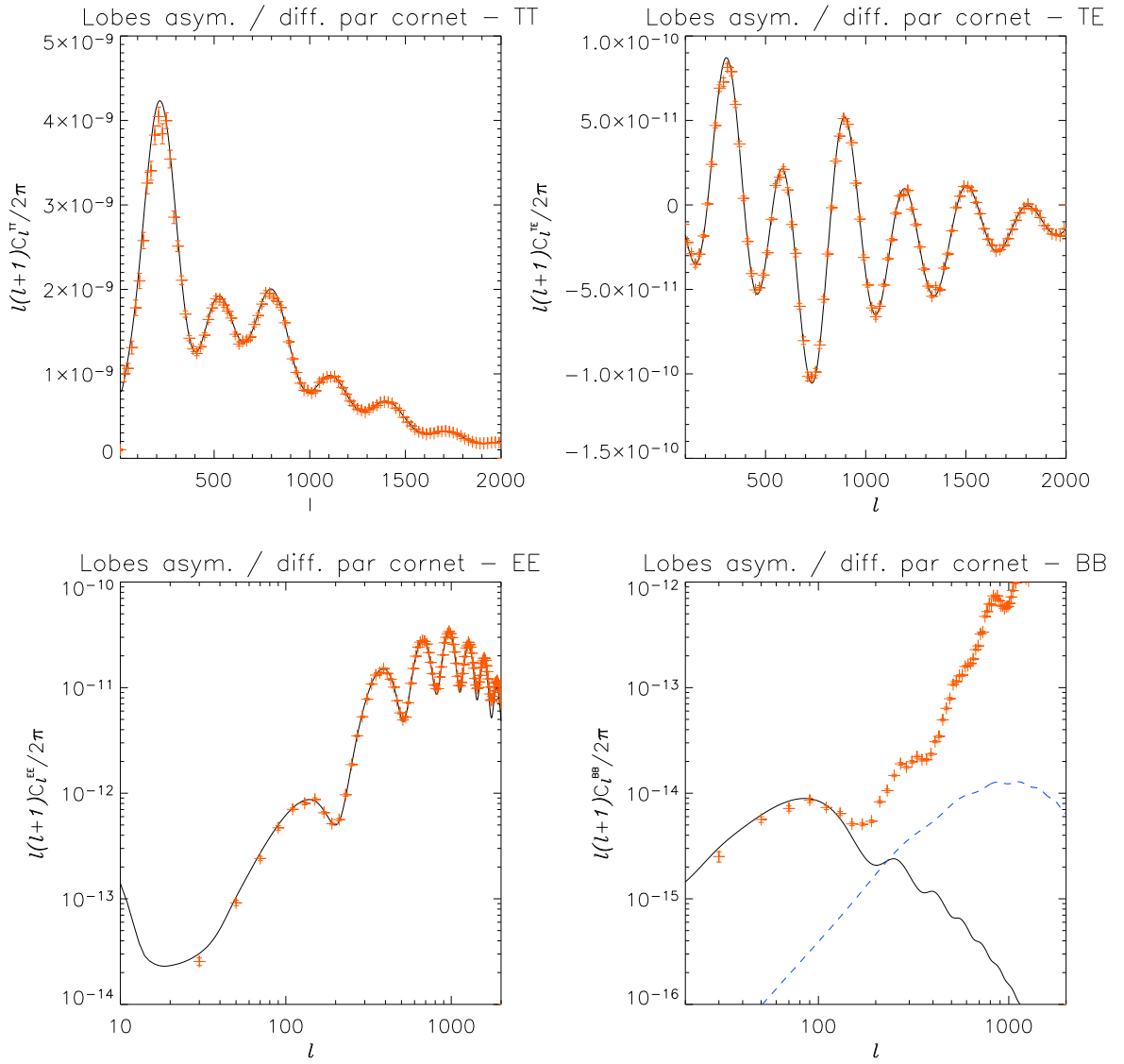


Fig. 4.17: Influence de lobes asymétriques sur les spectres reconstruits : les lobes sont supposés tous gaussiens elliptiques, avec un rapport grand axe sur petit axe de 1,1 mais avec des orientations de l'ellipse différentes (0° , 90° , 45° et 135° respectivement par rapport à la direction de balayage).

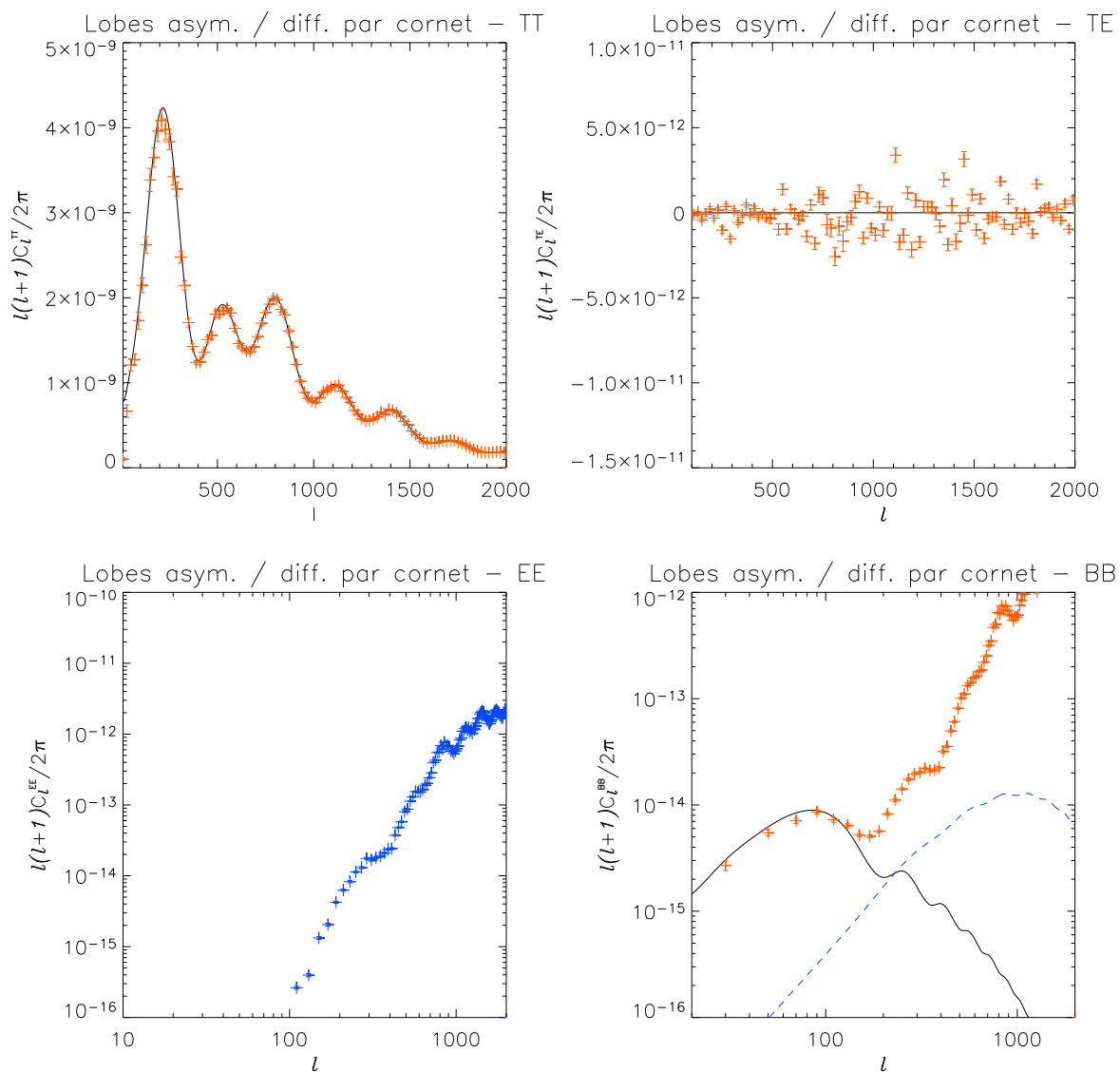


Fig. 4.18: Influence de lobes asymétriques sur les spectres reconstruits : identique à la figure 4.17, sauf que les cartes initiales ne contiennent pas de polarisation de type *E*. On voit donc que c'est la température qui fuit dans la polarisation lorsque les lobes d'un même cornet sont elliptiques avec des orientations différentes.

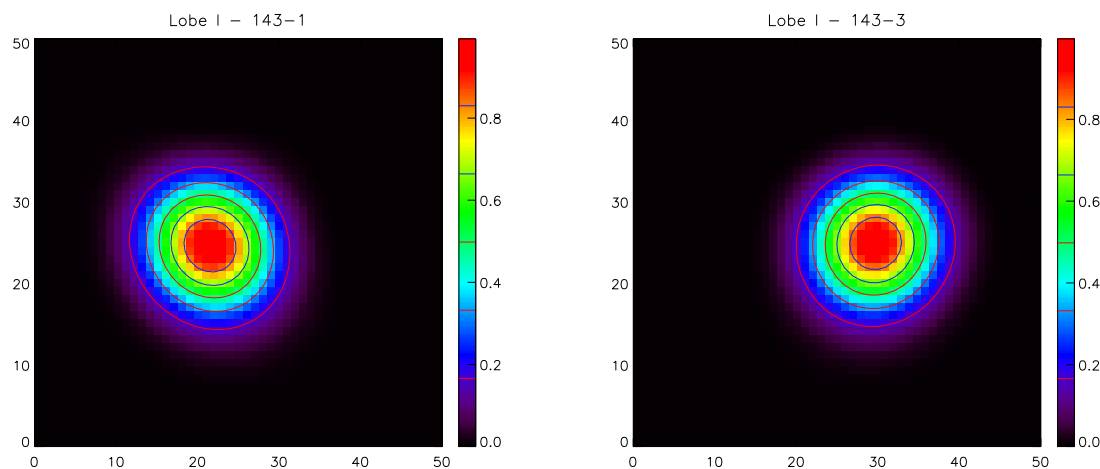


Fig. 4.19: Lobes résultant d'une simulation du système optique (téléscope et cornets) pour Planck : lobes d'intensité pour les cornets 143-1 (à gauche) et 143-3 (à droite) (Yurchenko et al., 2003). On voit la légère asymétrie existant entre les deux lobes.

spectres : $C_l^{TT} \gg C_l^{EE} \gg C_l^{BB}$. Aussi une fuite de la carte de température dans les cartes de Q et U est-elle beaucoup plus grave qu'une erreur de pointage, qui a simplement tendance à introduire une partie de E dans B . Étant donnée la technique utilisée pour faire la mesure des cartes de Q et U (différence de deux détecteurs placés dans un même cornet), les effets les plus importants seront ceux qui induiront une différence entre les lobes effectifs des détecteurs placés dans un même cornet. Il ne reste donc que les deux cas mentionnés susceptibles d'engendrer une fuite de température dans Q et U : soit un signal directement proportionnel à la carte de température, dans le cas de l'erreur d'intercalibration, soit un signal correspondant au gradient de la carte de température pour l'erreur de constante de temps.

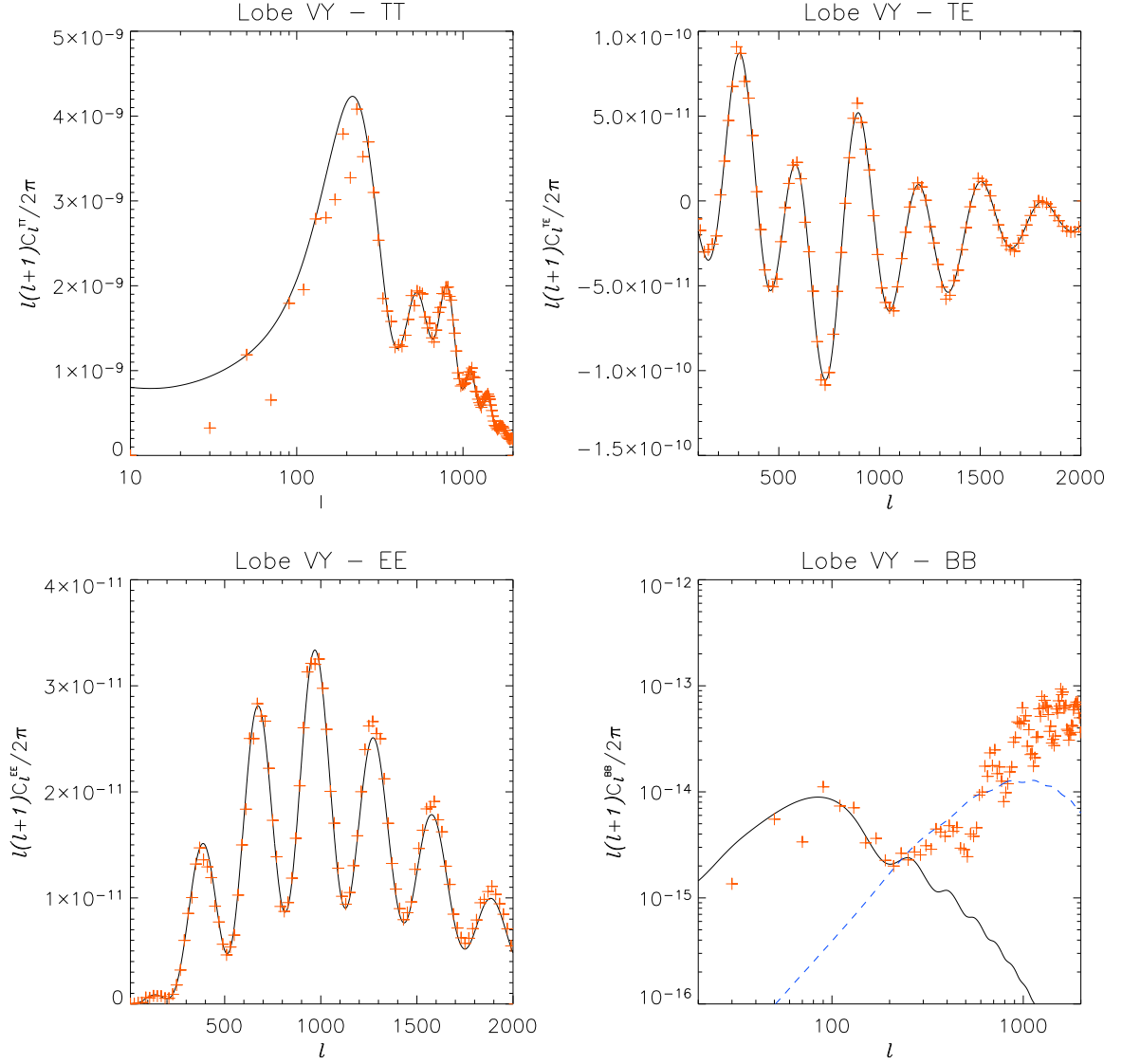


Fig. 4.20: Influence des lobes réalistes simulés sur la reconstruction des spectres : nous avons utilisé ici les lobes issus de simulations du système optique complet de Planck-HFI (téléscope et cornet, voir la figure 4.19). L'effet est très proche de celui obtenu dans le cas de lobes asymétriques mais identiques pour les détecteurs d'un même cornet. Les cartes utilisées ont 1024×1024 pixels et couvrent une zone de $10^\circ \times 10^\circ$, de manière à obtenir une résolution suffisante pour décrire le lobe ($\sim 0,6'$ par pixel).

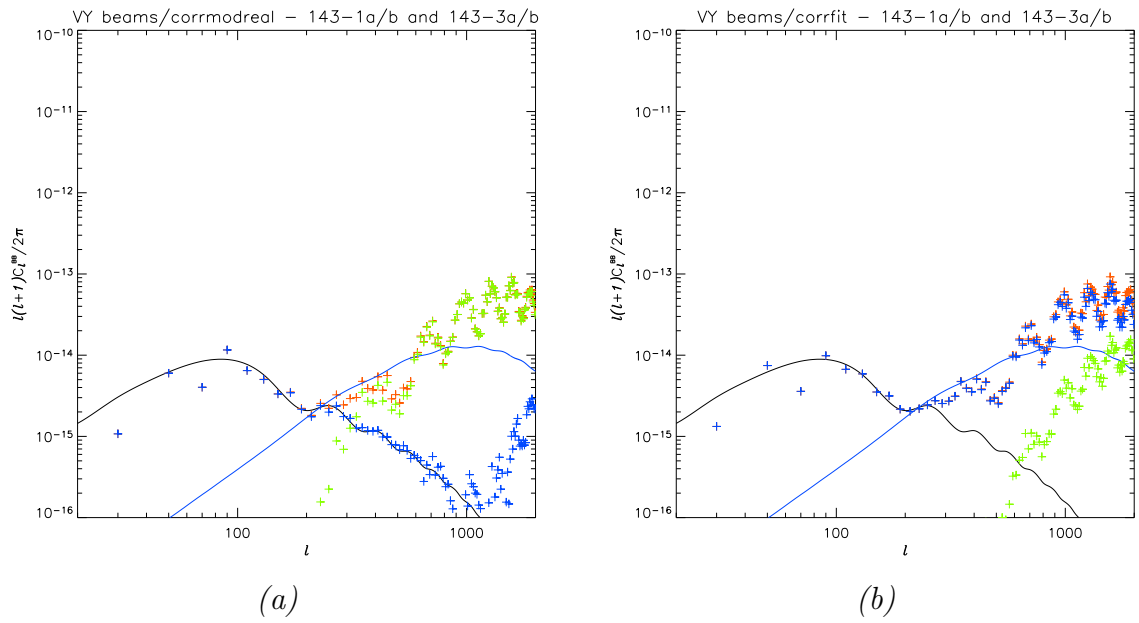


Fig. 4.21: Correction du spectre B en utilisant une mesure du lobe réel : dans le premier cas, (a), on utilise le lobe «réel» pour estimer la fuite de polarisation E dans le mode B (les croix en vert clair). On soustrait ensuite cette fuite B du spectre B initialement reconstruit (en rouge) pour obtenir le spectre corrigé (en bleu). Dans le second cas, (b), on fait la même opération mais en utilisant un ajustement gaussien elliptique du lobe réel (l'écart entre les deux est de l'ordre de 10%) : on voit que l'on n'arrive pas, dans ce cas, à corriger le spectre B .

5. ANALYSE DES DONNÉES ARCHEOPS : LA POLARISATION DE LA POUSSIÈRE GALACTIQUE

UN RAYONNEMENT millimétrique du fond diffus cosmologique, que l'on cherche à mesurer, se superpose le signal provenant de sources astrophysiques, pouvant être situées soit dans notre galaxie (émission diffuse, à grande échelle), soit dans d'autres galaxies (qui, compte tenu de la résolution des expériences CMB, se présentent alors sous la forme de sources ponctuelles). Les sources ponctuelles ne posent pas de problème pour l'extraction des spectres d'anisotropies du CMB, car elles sont facilement repérables et peuvent être directement supprimées des données. En revanche, la séparation de l'émission diffuse des avant-plans et du CMB est nettement plus délicate. Des méthodes de séparation des composantes astrophysiques ont été développées dans le cas de l'intensité (Patanchon, 2003), mais aucune n'existe à l'heure actuelle, dans le cas de la polarisation. Un tel développement nécessite une meilleure connaissance des caractéristiques statistiques et spectrales des avant-plans. Malheureusement, il n'existe que très peu de mesure à grande échelle et aux fréquences du CMB (entre 50 et 300 GHz environ) des émissions astrophysiques.

Nous commencerons, dans ce chapitre, par décrire les principales sources de rayonnement diffus — rayonnement synchrotron, *free-free* et poussière galactique. Nous passerons en revue leurs origines physiques, leurs caractéristiques connues, et le degré de polarisation attendu pour chacune de ces composantes. Ensuite, nous décrirons l'analyse des données de l'expérience Archeops (décrite au chapitre 2), prises lors du vol du 7 février 2002. Rappelons qu'Archeops disposait de six voies sensibles à la polarisation à 353 GHz. L'objectif était d'obtenir une première mesure de l'émission polarisée de la poussière galactique, sur de grandes échelles (de quelques dizaines de minutes d'arc à quelques degrés). Tout d'abord, nous montrerons comment projeter les données pour obtenir les cartes de polarisation du ciel à partir des différences entre polariseurs. Nous décrirons ensuite en détail la méthode développée pour effectuer l'étalonnage relatif entre les différentes voies, étape cruciale pour l'extraction du signal polarisé. Enfin, nous indiquerons comment nous avons repéré des zones d'émission galactique étendues et polarisées.

5.1 Les avant-plans galactiques

Il existe peu de mécanismes physiques permettant d'émettre un rayonnement dans le domaine millimétrique sur de grandes échelles et dans une large bande de fréquences. Il peut s'agir soit de l'émission d'électrons décélérés par des ions (rayonnement de freinage ou *free-free*), d'électrons spiralant dans un champ magnétique (rayonnement synchrotron) ou alors de l'émission de poussières, produites par les étoiles en fin de vie et présentes dans le milieu interstellaire.

5.1.1 Rayonnement de freinage (*free-free*)

Le rayonnement *free-free* est dû au freinage d'un électron lorsqu'il passe dans le champ électrique produit par un ion positif. Ce type d'émission provient essentiellement des régions riches en hydrogène ionisé (régions H II). Le spectre de cette

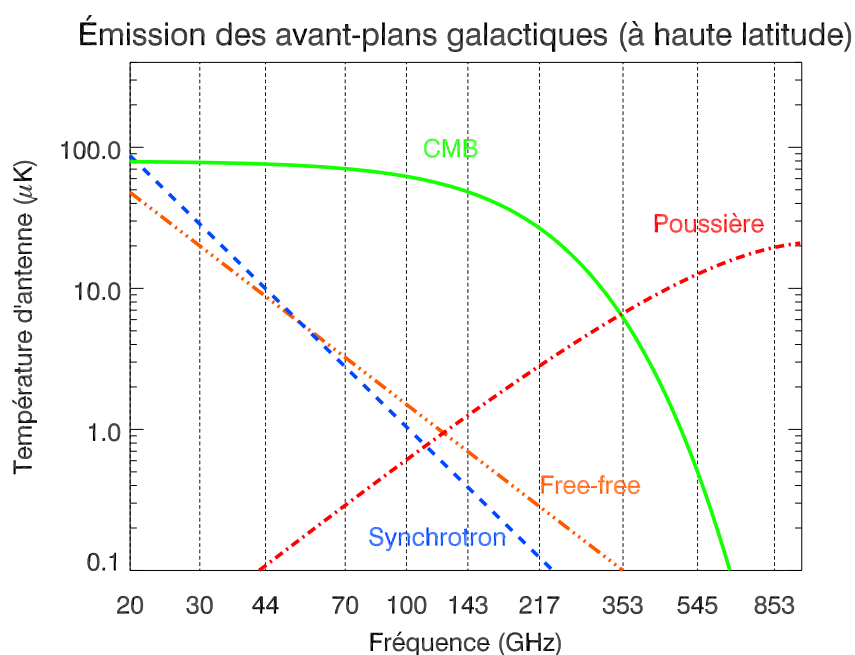


Fig. 5.1: Importance relative des avant-plans galactiques contaminants le CMB en fonction de la fréquence, pour une zone à haute latitude galactique. Les lignes verticales représentent les bandes de fréquence de Planck (et d'Archeops, entre 143 et 545 GHz). Les six voies polarisées d'Archeops sont à 353 GHz. On remarque que c'est à cette fréquence que l'émission de la poussière devient aussi intense — à haute latitude — que les anisotropies du CMB.

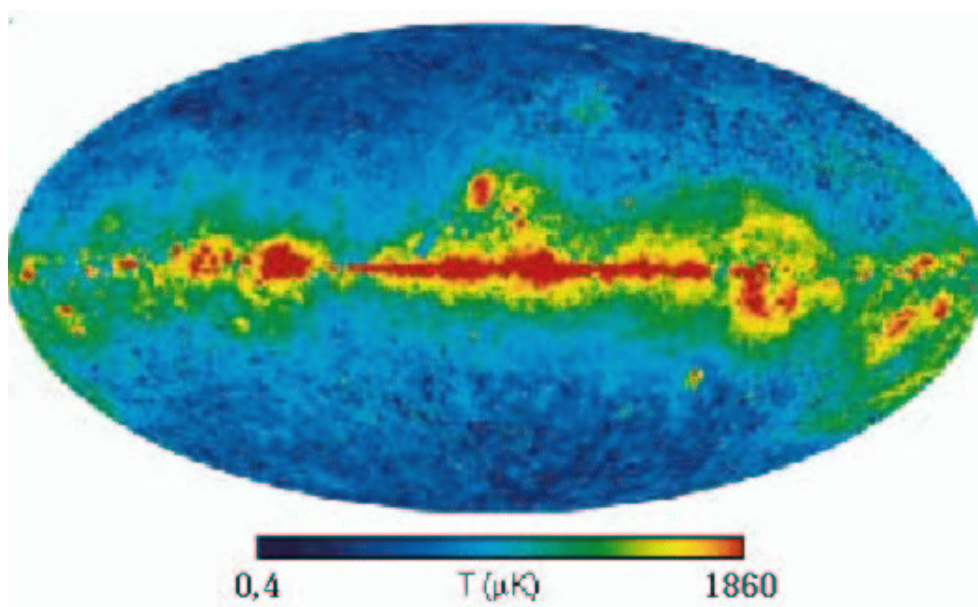


Fig. 5.2: Carte de l'émission *free-free* estimée par WMap à partir des mesures entre 22 et 90 GHz en utilisant une méthode de maximum d'entropie (Bennett et al., 2003). La carte est donnée pour la bande de fréquence K (22,8 GHz).

émission est en loi de puissance pour les hautes fréquences $T_A \sim \nu^{-2,15}$ ($\nu > 10$ GHz) ; aux fréquences inférieures, le milieu émetteur est optiquement épais, de sorte qu'il absorbe le rayonnement qu'il émet : l'émission décroît donc vers les basses fréquences ($T_A \sim \nu^2$ pour $\nu < 10$ GHz).

Les électrons à l'origine du rayonnement sont soumis à l'agitation thermique : aucune direction de mouvement n'étant privilégiée, on s'attend à ce que le rayonnement ne soit pas polarisé. Toutefois, les photons sont soumis à la diffusion Thomson, et, comme pour la polarisation du CMB, le rayonnement diffusé peut être polarisé s'il existe un quadrupôle d'intensité sur l'électron diffuseur. On s'attend ainsi à une polarisation d'au maximum 10% (pour les nuages optiquement épais), orientée tangentiellement aux bords des nuages (Keating et al., 1998). L'émission due au rayonnement de freinage est difficile à déterminer précisément, car il ne domine à aucune fréquence du spectre électromagnétique. La collaboration WMap (Bennett et al., 2003) a récemment publié une carte de l'émission *free-free*, obtenue en utilisant les différentes bandes de fréquence du satellite (voir la figure 5.2). En revanche, aucune mesure n'existe sur sa polarisation, qui, comme on l'a vu, peut être importante (jusqu'à 10%) : toutefois, aux fréquences de Planck HFI ($\nu > 100$ GHz), le signal polarisé est très faible, et même inférieur à la polarisation du rayonnement synchrotron, comme nous allons le voir maintenant.

5.1.2 Le rayonnement synchrotron

L'émission synchrotron est due au mouvement circulaire de particules chargées dans le champ magnétique de la galaxie. Ce champ étant très faible (de l'ordre de quelques microgauss ou 10^{-10} T), seules des particules ultrarelativistes peuvent émettre dans le domaine des micro-ondes et radio ($\nu < 100$ GHz). Les particules sont des électrons accélérés principalement dans les explosions de supernovae. En supposant que la direction de mouvement des électrons est aléatoire et que leur spectre en énergie est donné par une loi de puissance ($dN/dE = N_0 E^{-p}$), le spectre de l'émission synchrotron est donné par $T_A(\nu) \propto \nu^{-\beta}$ avec $\beta = (p+3)/2$. On s'attend bien sûr à ce que tant le champ magnétique que le spectre et la densité des électrons varient d'un point à l'autre de la galaxie. L'indice spectral β varie aussi au cours du temps, car les électrons les plus énergétiques perdent leur énergie plus rapidement par l'émission du rayonnement. Une carte de l'émission synchrotron à 408 GHz est présentée sur la figure 5.3a.

Il est important de connaître l'indice spectral afin d'extrapoler les cartes à basses fréquences aux fréquences du CMB. En utilisant des données entre 38 et 1420 MHz dans l'hémisphère nord galactique, Lasenby trouve un indice spectral de l'ordre de $2,0 \pm 0,3$, suivant les régions observées, les plus grandes valeurs étant trouvées dans les régions les plus brillantes. En utilisant à la fois les données à 408 MHz (Haslam et al., 1981) et à 23 GHz (figure 5.3b), l'expérience WMap a mesuré un indice spectral sur l'ensemble du ciel (figure 5.3c). On remarque qu'il est plus faible dans les régions de forte activité stellaire, où sont formés les rayons cosmiques.

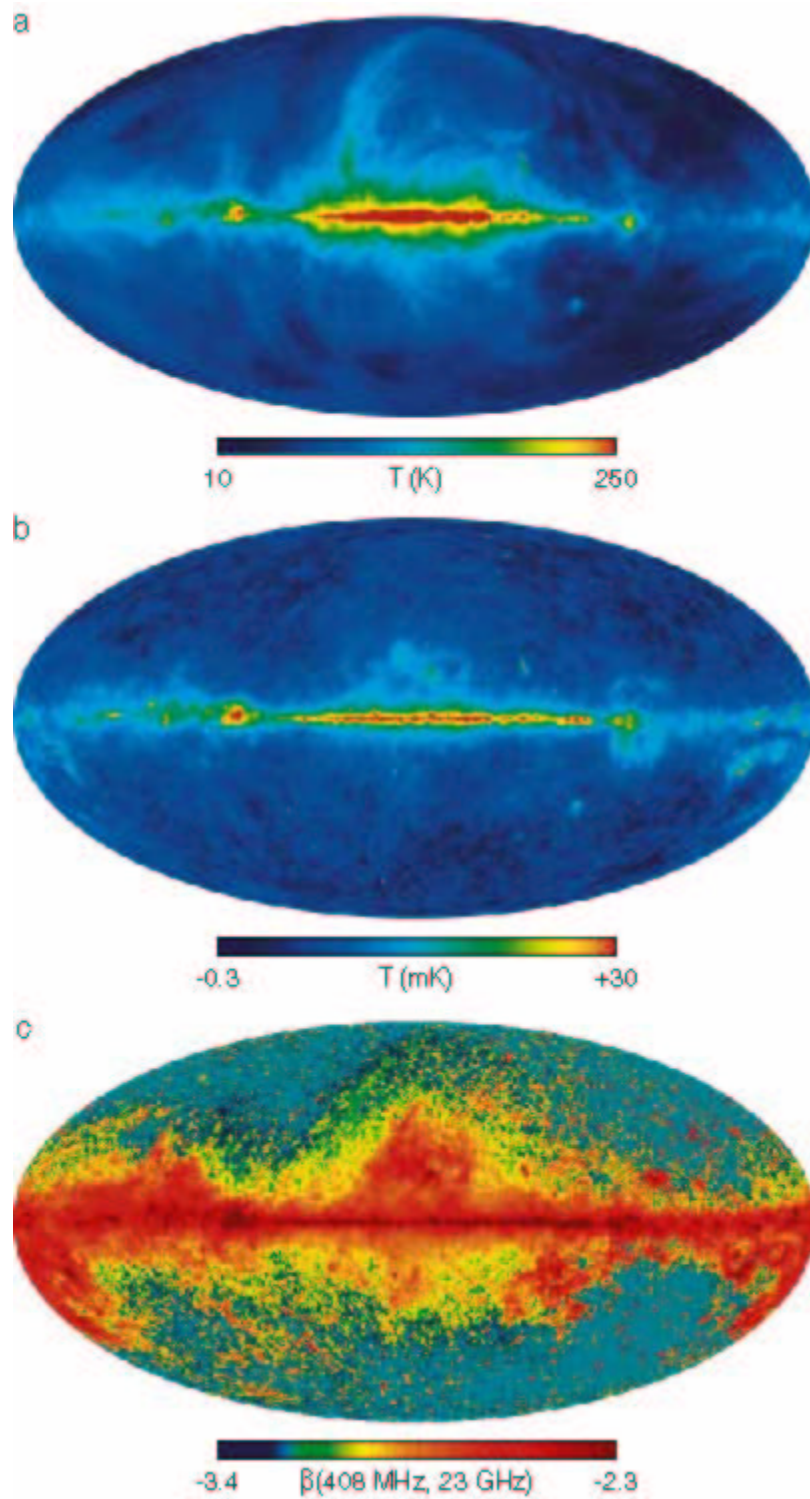


Fig. 5.3: Carte du rayonnement synchrotron à 408 MHz (Haslam et al., 1981) en (a) et à 23 GHz (Bennett et al., 2003) en (b), et carte de l'indice spectral correspondant en (c).

Contrairement à l'émission *free-free*, il existe une direction privilégiée lors de l'émission du rayonnement synchrotron, qui est la direction du champ magnétique projeté sur le ciel : le signal est ainsi polarisé dans la direction perpendiculaire au champ magnétique projeté, avec un degré de polarisation dépendant de l'indice spectral β $\Pi = \frac{3-3\beta}{1-3\beta}$. En réalité, de nombreux phénomènes réduisent le degré de polarisation du rayonnement synchrotron : la rotation Faraday, qui est due à la traversée du rayonnement dans un milieu soumis à un champ magnétique, modifie la direction de polarisation, en proportion de l'épaisseur du milieu traversée. Ainsi, les différentes sources le long de la ligne de visée ne vont pas avoir la même direction de polarisation, même si le champ magnétique est uniforme : le degré de polarisation observé sera ainsi réduite. De la même manière, l'intégration sur une bande de fréquence diminue le degré de polarisation, car la rotation Faraday est aussi proportionnelle au carré de la longueur d'onde. Enfin, des variations dans la direction du champ magnétique modifient aussi le degré et la direction de polarisation (Sokoloff et al., 1998).

Des mesures de la polarisation ont été faites, essentiellement à basses fréquences. Brouw et Spoelstra ont mesuré la polarisation sur environ 50% du ciel, entre 408 et 1411 MHz avec une résolution de 1° , et à des latitudes galactiques allant de -40° à 40° (Brouw et Spoelstra, 1975). Plus récemment, des mesures à 2,4 GHz ont été réalisées sur le télescope Parkes (résolution de $10'$) et à 2,695 GHz sur le télescope Effelsberg (résolution de $4'$) (Duncan et al., 1997; Duncan et al., 1999). Ces deux sondages sont à basses latitudes galactiques ($|b| < 5^\circ$). Des mesures ont aussi été réalisées sur des zones à moyenne latitude galactique (jusqu'à 20°) (Uyaniker et al., 1999). Avec ces données, et en sélectionnant soigneusement les zones les moins soumises aux effets de dépolarisation décrits précédemment, différents groupes ont cherché à extrapoler les cartes de polarisation de l'émission synchrotron aux hautes fréquences (100 GHz), notamment (Baccigalupi et al., 2001) et (Giardino et al., 2002). La figure 5.4 montre les spectres de puissance polarisés pour l'émission synchrotron à 100 GHz.

5.1.3 La poussière galactique

En se plaçant à des fréquences supérieures à 100 GHz, la contamination principale proviendra de l'émission de la poussière galactique, comme le montre le spectre de la figure 5.1. La question est de savoir dans quelle mesure cette émission est polarisée.

L'émission est due à des petits grains de poussière présent dans l'espace autour d'étoiles en fin de vie. Ils sont essentiellement composé de graphite (milieu riche en carbone) ou de silicate (milieu riche en oxygène). La majorité des grains a une taille de l'ordre de $0,1 \mu\text{m}$, avec une distribution décroissant en loi de puissance pour les tailles supérieures. La principale caractéristique de la poussière est sa grande efficacité d'absorption du rayonnement visible et ultraviolet émis par les étoiles. La poussière ainsi chauffée émet un rayonnement thermique, dans l'infrarouge et le submillimétrique essentiellement. En modélisant les grains par des diélectriques émettant à des fréquences éloignées de leur fréquence de résonance (qui est l'optique), l'émission thermique de la poussière dans l'infrarouge lointain est donnée par :

$$I_\nu \propto \nu^{\beta_d} B_\nu(T_d) \quad (5.1)$$

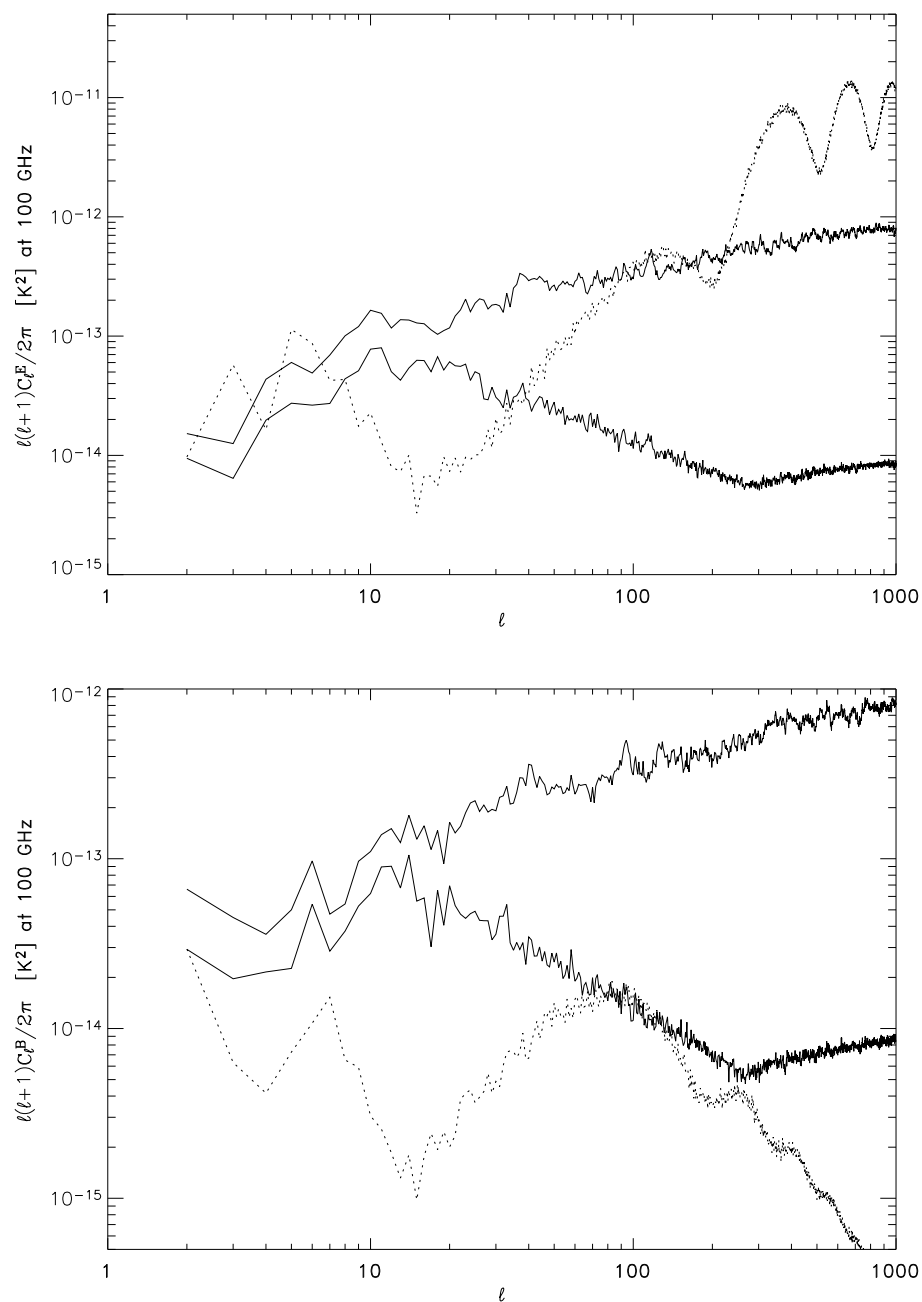


Fig. 5.4: Spectres de puissance polarisé pour l'émission synchrotron à 100 GHz : en haut, le mode E et en bas le mode B . Les courbes supérieures, dans les deux figures, correspondent à la prédiction de Giardino *et al.* et les courbes inférieures à celle de Baccigalupi *et al.* (figure tirée de (Baccigalupi, 2003)). On remarque qu'il subsiste des désaccords, mais les résultats sont qualitativement semblables : à 100 GHz, le mode B du CMB est dominé par le rayonnement synchrotron.

où $B_\nu(T_d)$ est le spectre du corps noir, T_d est la température de la poussière, typiquement $T_d \sim 17,5$ K et ν^{β_d} est l'émissivité, déterminée par l'indice spectral β_d , typiquement compris entre 1,5 et 2,5. La valeur précise de l'indice spectral donne des indications sur la nature des grains de poussière.

Par ailleurs, il a été reconnu de puis longtemps que l'émission des grains de poussière pouvait être polarisée. Ce phénomène a d'abord été observé dans le domaine optique : la lumière des étoiles est en effet absorbé par la poussière préférentiellement pour une direction de polarisation. On observe donc que les étoiles sont polarisées perpendiculairement à cette direction d'absorption (voir figure 5.5). La différence du taux d'absorption selon différentes directions de polarisation peut s'expliquer par la forme asymétrique des grains, essentiellement oblate. Réciproquement, on s'attend

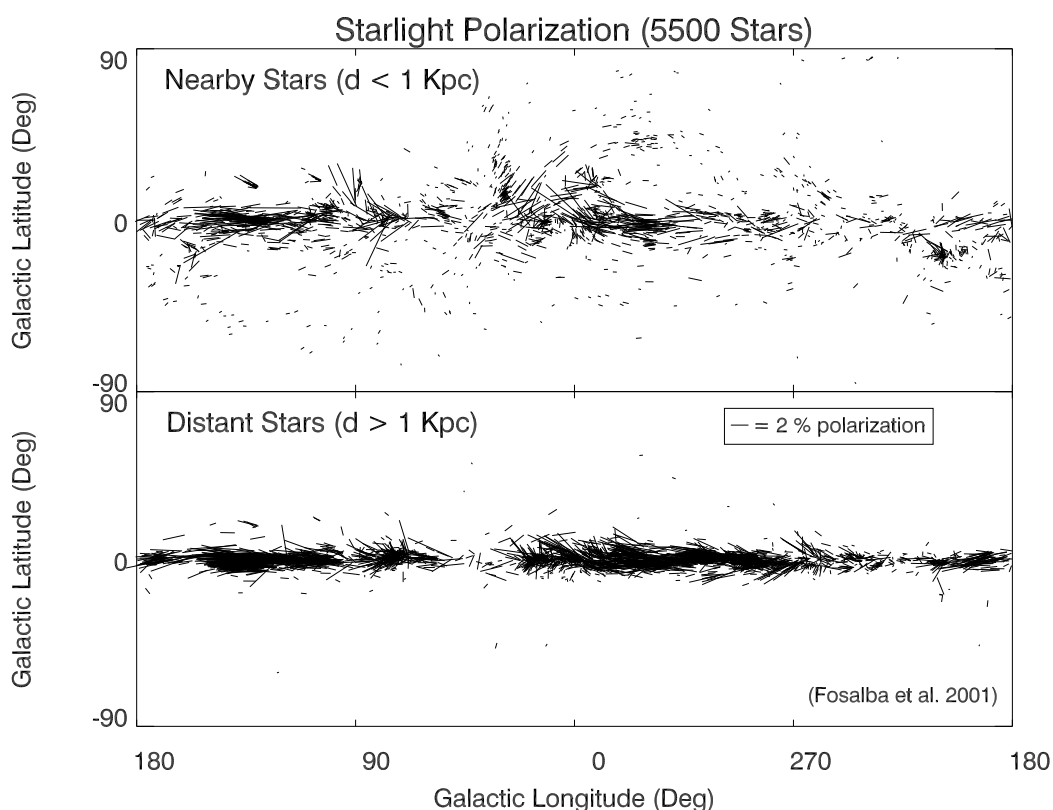


Fig. 5.5: Polarisation des étoiles dans le domaine optique par la poussière galactique (tirée de (Fosalba et al., 2002)).

donc à ce que l'émission thermique de la poussière soit polarisée selon cette même direction d'absorption, donc perpendiculairement à la direction de polarisation des étoiles dans le visible. Le mécanisme d'alignement des grains est encore assez mal connu. L'alignement se fait par rapport au champ magnétique, mais tous les types de grains n'y sont pas sensibles : à l'inverse des silicates, les grains carbonés ne s'alignent pas. Les plus petits grains ne s'alignent pas ou seulement marginalement. Enfin, l'alignement peut se faire soit avec le grand axe soit avec le petit axe parallèle au champ magnétique. Il doit donc exister différents mécanisme permettant cet alignement. Le

premier proposé date de 1950 : les grains en rotation perdent de l'énergie par dissipation paramagnétique, jusqu'à ce que le moment cinétique soit aligné avec le champ magnétique (Davis et Greenstein, 1950). Toutefois, ce mécanisme ne permet pas d'expliquer l'ensemble des observations, et il doit être complété (Lazarian, 2003).

L'importance de la polarisation de la poussière comme avant-plan du CMB est montré sur la figure 5.6 à 143 et 217 GHz. Comme on peut le voir, le mode E du CMB

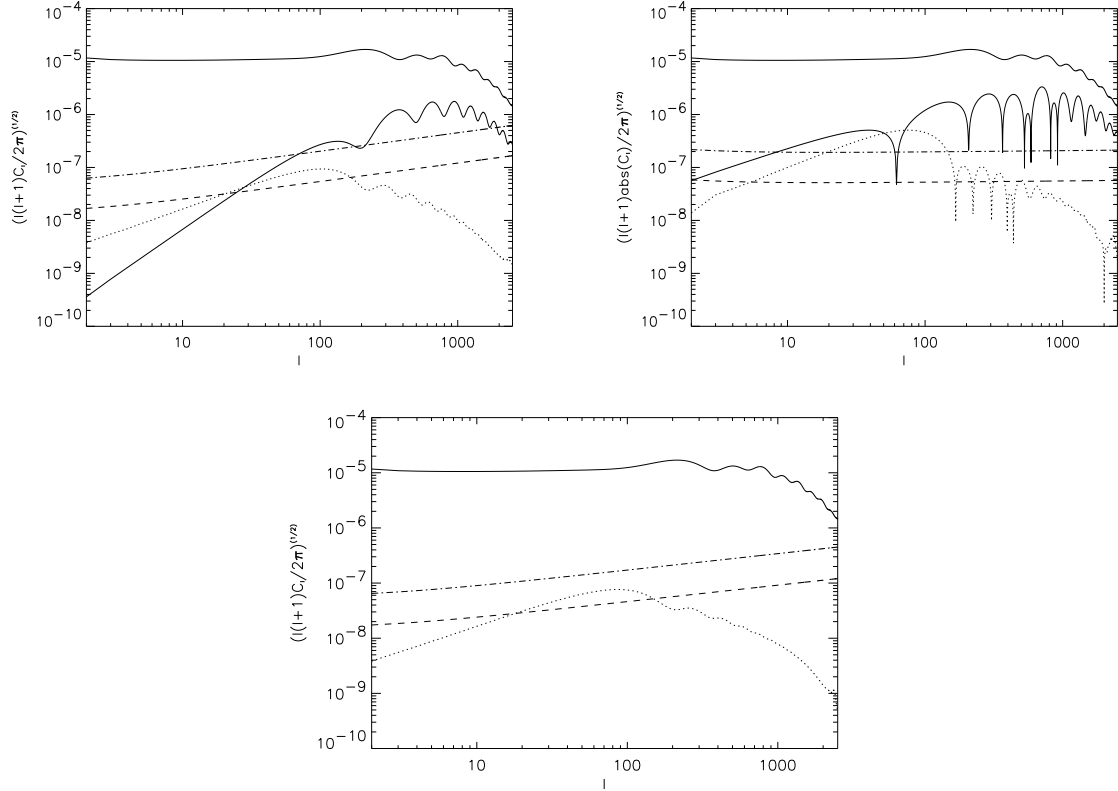


Fig. 5.6: Spectres de puissance polarisés de l'émission de la poussière galactique, tirés de (Prunet et al., 1998). En haut, le mode E et la corrélation TE ; en bas, le mode B . Pour les spectres du CMB, les parties scalaires et tensorielles sont distinguées. Les spectres de la poussière sont représentés à deux fréquences : 217 GHz, au-dessus, et 143 GHz en-dessous.

n'est pas dominé par l'émission polarisée de la poussière galactique, mais le mode B l'est. Il est donc fondamental de mieux comprendre les propriétés de la polarisation de la poussière, afin d'élaborer des méthodes permettant de la distinguer du signal polarisé du CMB.

5.1.4 Conclusion

Outre la faiblesse du signal, la mesure de la polarisation du CMB est compliquée par la présence des avant-plans galactiques. Ceux-ci, bien que sous-dominant autour

de 143 GHz, deviennent non négligeables par rapport aux anisotropies de polarisation, et notamment par rapport au mode B . Il sera donc nécessaire de construire des algorithmes de séparation des composantes du même type que ceux existant pour les anisotropies de température adaptés pour la polarisation. La robustesse de ces algorithmes sera d'autant meilleure que les caractéristiques et propriétés statistiques de la polarisation de ces avant-plans seront mieux connues. L'objet de la mesure de la polarisation de la poussière galactique à 353 GHz était d'en avoir une première détermination expérimentale, à une fréquence proche du pic d'intensité du CMB.

5.2 La projection des cartes

Nous abordons maintenant le principe de la projection de cartes de polarisation à partir des données recueillies par l'instrument. Elles se présentent sous la forme d'un signal temporel (ou TOI pour *Time Ordered Information*), $s_i(t)$ pour le bolomètre i , pour lequel on connaît sa direction de pointage, c'est-à-dire la direction du maximum du lobe du détecteur, pour chaque instant t , $(\theta(t), \phi(t))$. Bien sûr, ces quantités sont échantillonnées dans le temps : par exemple, pour Archeops, la fréquence d'échantillonnage est de 152,6 Hz. Si les signaux $s_i(t)$ sont composés du rayonnement provenant du ciel et de bruit blanc gaussien, on associera pour chaque pixel de la carte, la valeur moyenne des échantillons tombant dans ce pixel, éventuellement pondérée par leur niveau de bruit.

Nous allons ici traiter spécifiquement le cas de la projection de cartes polarisées, toujours dans le cas où le bruit est blanc et gaussien, c'est-à-dire strictement non corrélé d'un échantillon à l'autre. Dans le cas de la polarisation, un autre angle relatif au pointage est nécessaire : il s'agit de l'orientation du polarimètre sur le ciel.

5.2.1 Conventions pour les angles

Le travail présenté ici a été effectué en utilisant la convention suivante pour les angles des polariseurs sur le ciel : l'orientation d'un polariseur est donnée par l'angle ψ que fait la direction du polariseur avec le vecteur \mathbf{e}_ϕ , orienté par la normale extérieure $+\mathbf{e}_r$. Cette convention est différente de celle utilisée habituellement en astronomie, qui consiste à compter l'angle par rapport à la direction $-\mathbf{e}_\theta$, orienté avec la direction normale intérieure à la sphère $(-\mathbf{e}_r)$. Le passage d'une convention à l'autre a simplement pour effet, sur les paramètres de Stokes, de changer Q en $-Q$ et de laisser U inchangé.

5.2.2 Approche générale

La mesure d'un détecteur polarisé, $m_i(t)$, à un instant particulier, est donnée par les paramètres de Stokes (lissés par le lobe) et l'angle ψ_i du polariseur sur le ciel (voir

équation 4.16 page 116) :

$$m_i(t) = \frac{1}{2} (I + Q \cos 2\psi_i(t) + U \sin 2\psi_i(t)) + n_i(t) \quad (5.2)$$

avec $n_i(t)$ le bruit blanc gaussien, de variance σ_i^2 , du détecteur. Un pixel donné de la carte recevra un certain nombre de mesures, provenant soit du même détecteur, soit d'autres détecteurs, avec *a priori* des orientations différentes des polariseurs. On peut écrire la relation précédente sous forme matricielle pour l'ensemble des mesures du pixel considéré, m_a, \dots, m_z :

$$\begin{pmatrix} m_a \\ \vdots \\ m_z \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & \cos 2\psi_a & \sin 2\psi_a \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & \cos 2\psi_z & \sin 2\psi_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I \\ Q \\ U \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_a \\ \vdots \\ n_z \end{pmatrix} \quad (5.3)$$

ou encore, avec des notations évidente pour les matrices, $M = AS + n$. On résout ce système pour les paramètres de Stokes S par minimisation du χ^2 associé (sous l'hypothèse que le bruit est gaussien) :

$$S = (A^t N^{-1} A)^{-1} A^t N^{-1} M \quad (5.4)$$

avec N la matrice de corrélation du bruit, définie par $N = \langle nn^t \rangle$. Cette solution au problème posé — retrouver les paramètres de Stokes à partir des mesures dans un pixel — est générale et n'utilise pas la caractéristique fondamentale des détecteurs de Planck et Archeops, qui sont associés par paire, les deux polariseurs étant à 90° l'une par rapport l'autre. Nous allons donc, dans la paragraphe suivant, détailler la solution en prenant en compte cette caractéristique qui permet de limiter les effets systématiques.

5.2.3 Utilisation des caractéristiques des PSB ou OMT

Les PSB et les OMT (voir pages 71 et 77) ont, tous les deux, des configurations permettant de séparer le rayonnement incident selon deux composantes de polarisations perpendiculaires. Il est ainsi possible de faire deux mesures simultanément pour le même point du ciel, avec le même lobe, ce qui permet de limiter les problèmes de mesure dus aux différences de lobe.

Les mesures de deux polarimètres d'un même cornet s'écrivent, en fonction des paramètres de Stokes I , Q et U et de l'angle du premier polarimètre ψ :

$$m_1 = \frac{1}{2} (I + Q \cos 2\psi_1 + U \sin 2\psi_1) + n_1 \quad (5.5)$$

$$m_2 = \frac{1}{2} \left\{ I + Q \cos \left[2 \left(\psi_1 + \frac{\pi}{2} \right) \right] + U \sin \left[2 \left(\psi_1 + \frac{\pi}{2} \right) \right] \right\} + n_2 \quad (5.6)$$

$$= \frac{1}{2} (I - Q \cos 2\psi_1 - U \sin 2\psi_1) + n_2 \quad (5.7)$$

La différence peut ainsi s'écrire directement :

$$d = m_1 - m_2 = Q \cos 2\psi_1 + U \sin 2\psi_1 + n \quad (5.8)$$

avec $n \equiv n_1 - n_2$ le bruit dans la différence, de variance $\sigma^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2$. La formulation matricielle précédente, équation 5.3, se simplifie en :

$$\begin{pmatrix} d_a \\ \vdots \\ d_z \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \cos 2\psi_a & \sin 2\psi_a \\ \vdots & \vdots \\ \cos 2\psi_z & \sin 2\psi_z \end{pmatrix} \begin{pmatrix} Q \\ U \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} n_a \\ \vdots \\ n_z \end{pmatrix} \quad (5.9)$$

avec cette fois d_a, \dots, d_z les différences des paires de mesures tombant dans le pixel considéré, ψ_a, \dots, ψ_z les angles des polariseurs correspondant et n_a, \dots, n_z les bruits dans ces différences. Formellement, le problème s'écrit de la même manière que précédemment, $D = BS + n$, et la solution est encore :

$$S = (B^t N^{-1} B)^{-1} B^t N^{-1} D \quad (5.10)$$

avec toujours $N = \langle nn^t \rangle$ la matrice de corrélation du bruit. Dans le cas où la matrice N est diagonale, c'est-à-dire que le bruit est décorrélé entre les mesures d'un même pixel, la matrice $B^t N^{-1} B$, symétrique de dimension 2×2 , s'écrit :

$$B^t N^{-1} B = \begin{pmatrix} \sum_a \frac{\cos^2 2\psi_a}{\sigma_a^2} & \sum_a \frac{\cos 2\psi_a \sin 2\psi_a}{\sigma_a^2} \\ \cdot & \sum_a \frac{\sin^2 2\psi_a}{\sigma_a^2} \end{pmatrix} \quad (5.11)$$

De même, le vecteur $B^t N^{-1} D$, à deux composantes, est donné par :

$$B^t N^{-1} D = \begin{pmatrix} \sum_a \frac{\cos 2\psi_a}{\sigma_a^2} d_a \\ \sum_a \frac{\sin 2\psi_a}{\sigma_a^2} d_a \end{pmatrix} \quad (5.12)$$

La procédure pour projeter les cartes est ainsi toute tracée : on parcourt la liste des échantillons de données $d_a(t_i)$, et on ajoute les termes correspondant aux matrices ci-dessus pour le pixel pointé à l'instant t_i . Une fois que l'ensemble des échantillons a été lu, il reste à inverser la matrice $B^t N^{-1} B$ et à l'appliquer sur le vecteur $B^t N^{-1} D$ pour chacun des pixels de la carte pour obtenir deux cartes, une pour chacun des deux paramètres de Stokes, Q et U . Cette méthode de projection est l'exact analogue, pour la polarisation, de la méthode de projection des cartes de température.

5.3 Intercalibration des voies polarisées

Nous venons de voir que la projection des cartes polarisées passait par l'utilisation de la différence des signaux d'une paire de polarimètres. Seulement, avant de faire cette différence, il est indispensable que les deux voies soient étalonnées. La précision requise sur la calibration relative pour faire une carte de la polarisation de la poussière est plus sévère que celle nécessaire pour reconstruire un spectre de puissance, comme nous l'avons fait au chapitre précédent (voir paragraphe 4.3.1 page 132). En effet,

l'estimation du spectre de puissance passe par la moyenne des coefficients $a(\mathbf{k})$ à k constant, ce qui laisse un terme résiduel proportionnel au carré de l'erreur d'étalonnage. En revanche, sur les cartes de Q et U , on introduit une composante directement proportionnelle à l'erreur d'étalonnage et à la température. Comme on cherche à mesurer un signal polarisé au maximum à 10-15%, notre erreur d'étalonnage doit être nettement inférieure à ce seuil.

La difficulté de l'étalonnage de voies polarisées, comparativement aux voies non polarisées, est que le signal reçu par un polarimètre dépend de son orientation par rapport à la polarisation du rayonnement. On ne peut donc directement supposer l'égalité des signaux de différents polarimètres pour calculer leurs coefficients d'intercalibration. Nous avons donc développé une méthode spécifique pour la polarisation, mais qui reste valable pour des voies non polarisées, permettant d'atteindre une bonne précision sur l'intercalibration.

L'idée de base est de calculer les coefficients d'intercalibration sur les profils galactiques de chacun des détecteurs. Le profil galactique est simplement l'expression du signal moyen en fonction de la latitude galactique. C'est-à-dire que l'on calcule la moyenne de l'ensemble des données d'un détecteur dans des tranches de latitude galactique $[b; b + \Delta b]$. Les profils galactiques ainsi calculés présentent l'avantage d'avoir un rapport signal sur bruit élevé, et, par ailleurs, de moyenner la fraction incohérente de la polarisation à zéro. Bien évidemment, rien ne garantit qu'il ne reste aucune trace de polarisation dans les profils qui pourrait induire une erreur dans les coefficients à calculer. C'est une hypothèse importante qui doit être testée *a posteriori*.

5.3.1 Modélisation du problème

La fonction χ^2

Formulons le problème de la manière suivante : soient N profils galactiques, $s_1(b), \dots, s_N(b)$, mesurés par les N bolomètres que l'on cherche à intercalibrer, avec $b \in \{1, \dots, B\}$ numérotant les intervalles de latitude galactique. L'hypothèse de départ consiste à dire que tous les détecteurs voient le même profil galactique, puisqu'ils regardent la même portion du ciel et que l'on suppose qu'il n'y a pas de polarisation résiduelle dans les profils, à un facteur de calibration près. On note alors $\bar{s}(b)$ ce profil «réel» du ciel, exempt de bruit. Dès lors, on peut exprimer tous les autres profils à partir de ce dernier sous la forme :

$$s_j(b) = \alpha_j \bar{s}(b) + n_j(b) \quad (5.13)$$

où $n_j(b)$ est le bruit du profil j dans l'intervalle de latitude b et α_j est le coefficient de calibration associé au profil j , que l'on cherche à déterminer. Dans le cas où le bruit est gaussien, ce que nous supposons, on peut écrire le χ^2 associé :

$$\chi^2 = \sum_{j=1}^N \sum_{b=1}^B \frac{(s_j(b) - \alpha_j \bar{s}(b))^2}{\sigma_j(b)^2} \quad (5.14)$$

avec $\sigma_j(b)^2 = \langle n_j(b)^2 \rangle$ la variance du bruit, et en négligeant la corrélation du bruit entre les détecteurs ($\langle n_i(b)n_j(b') \rangle \propto \delta_{ij}\delta_{bb'}$).

Bien sûr, le profil réel $\bar{s}(b)$ est inconnu. On pourrait choisir le profil de l'un des détecteurs comme profil réel, mais ce serait donner à celui-ci une position privilégiée. L'idée est donc plutôt de déterminer le profil $\bar{s}(b)$ en même temps que les coefficients de calibration $\{\alpha_j\}$, par minimisation du χ^2 .

Contraintes

Avant de chercher à minimiser le χ^2 , il faut remarquer qu'il existe des dégénérescences entre les paramètres. En particulier, le χ^2 est invariant sous la transformation suivante :

$$\begin{cases} s_k(b) & \longrightarrow \beta \cdot \bar{s}_k(b) \\ \alpha_k & \longrightarrow \frac{\alpha_k}{\beta} \end{cases}$$

avec β un réel quelconque. Il est donc indispensable de fixer une contrainte lors de la minimisation de manière à converger vers une solution unique.

Notons la contrainte de manière générale sous la forme $g(\{\alpha_j\}, \{\bar{s}(b)\}) = 0$. En utilisant alors la méthode des multiplicateurs de Lagrange, on minimisera la fonction :

$$\chi_{\text{contraint}}^2(\{\alpha_j\}, \{\bar{s}(b)\}, \lambda) = \chi^2(\{\alpha_j\}, \{\bar{s}(b)\}) + \lambda g(\{\alpha_j\}, \{\bar{s}(b)\}) \quad (5.15)$$

par rapport aux variables $\{\alpha_j\}$, $\{\bar{s}(b)\}$ et λ (le multiplicateur de Lagrange). Les conditions sur l'annulation des dérivées au minimum conduisent aux trois équations suivantes :

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \lambda} = 0 \Rightarrow g(\{\alpha_j\}, \{\bar{s}(b)\}) = 0 \quad (5.16)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \bar{s}(b)} = -2 \sum_j \frac{\alpha_j(s_j(b) - \alpha_j \bar{s}(b))}{\sigma_{jb}^2} + \lambda \frac{\partial g}{\partial \bar{s}(b)} = 0 \quad (5.17)$$

$$\frac{\partial \chi^2}{\partial \alpha_j} = -2 \sum_b \frac{\bar{s}(b)(s_j(b) - \alpha_j \bar{s}(b))}{\sigma_{jb}^2} + \lambda \frac{\partial g}{\partial \alpha_j} = 0 \quad (5.18)$$

En multipliant l'équation 5.17 par $\bar{s}(b)$ et en sommant le résultat sur b , puis, symétriquement, en multipliant l'équation 5.18 par α_j et en sommant sur j , on trouve la solution unique $\lambda = 0$. On peut dès lors réécrire ces deux équations sous les formulations plus explicites :

$$\bar{s}(b) = \frac{\sum_j \frac{\alpha_j s_j(b)}{\sigma_j(b)^2}}{\sum_j \frac{\alpha_j^2}{\sigma_j(b)^2}} \quad (5.19)$$

et

$$\alpha_k = \frac{\sum_b \frac{\bar{s}(b)s_k(b)}{\sigma_k(b)^2}}{\sum_b \frac{\bar{s}(b)^2}{\sigma_k(b)^2}} \quad (5.20)$$

et ce, quelle que soit la contrainte.

On remarque immédiatement que $\bar{s}(b)$ s'exprime directement en fonction des $\{\alpha_j\}$ et inversement, ce qui suggère une méthode itérative de résoudre ce système : on commence par choisir des valeurs $\{\alpha_j^{(0)}\}$, qui permettent alors de calculer, avec 5.19, $\{\bar{s}^{(0)}(b)\}$. L'équation 5.20 permet de déterminer de nouvelles valeurs $\{\alpha_j^{(1)}\}$, et ainsi de suite, jusqu'à ce que les valeurs des $\{\alpha_j\}$ ne varient plus. La contrainte n'intervenant pas dans les deux équations que l'on utilise, il faut vérifier à chaque pas de l'itération qu'elle est bien respectée, et sinon l'imposer manuellement. En pratique, la convergence est très rapide (moins d'une dizaine d'itérations) et compatible avec les méthodes de minimisation usuelle.

5.3.2 Calcul des erreurs

Les erreurs sont calculées de la façon habituelle. La fonction $\chi^2(\boldsymbol{\theta})$ peut se développer autour de son minimum $\boldsymbol{\theta}^{\min}$ comme :

$$\chi^2(\boldsymbol{\theta}) = \chi^2(\boldsymbol{\theta}^{\min}) + \frac{1}{2} \sum_{i,j} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j} (\theta_i - \theta_i^{\min}) (\theta_j - \theta_j^{\min}) + \mathcal{O}(\theta^3) \quad (5.21)$$

où $\boldsymbol{\theta} = \{\alpha_j, \bar{s}(b), \lambda\}$ est le vecteur des paramètres et $\boldsymbol{\theta}^{\min}$ est la valeur des paramètres au minimum du χ^2 . La matrice $F_{ij} = \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \theta_i \partial \theta_j}$ est appelée matrice de Fisher, et on peut voir facilement qu'elle correspond à la matrice de corrélation entre les paramètres. Notant $\Delta \boldsymbol{\theta}$ le vecteur $\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}^{\min}$, la probabilité que les vraies valeurs des paramètres soient $\boldsymbol{\theta}$ est proportionnelle à la fonction de vraisemblance $\mathcal{L} = \exp(-\chi^2/2)$, soit à :

$$\mathcal{L} \propto \exp \left[-\frac{\Delta \boldsymbol{\theta}^t \cdot F \cdot \Delta \boldsymbol{\theta}}{2} \right]. \quad (5.22)$$

Puisque la matrice F est définie positive, elle est diagonalisable et toutes ses valeurs propres sont positives. Notons M la matrice de changement de base, de sorte que $F = M^t D M$, où D est diagonale. Dans la base où F est diagonale, les paramètres sont $\Delta \boldsymbol{\theta}' = M \Delta \boldsymbol{\theta}$. La corrélation entre les paramètres $\Delta \boldsymbol{\theta}$ s'écrit donc $\langle \Delta \boldsymbol{\theta} \Delta \boldsymbol{\theta}^t \rangle = \langle M^t \Delta \boldsymbol{\theta}' \Delta \boldsymbol{\theta}'^t M \rangle = M^t \langle \Delta \boldsymbol{\theta}' \Delta \boldsymbol{\theta}'^t \rangle M$. La partie centrale est la corrélation entre les paramètres dans la base diagonale, et elle est donnée directement par $\langle \Delta \boldsymbol{\theta}' \Delta \boldsymbol{\theta}'^t \rangle = D^{-1}$. On en déduit dès lors la corrélation entre les paramètres dans la base initiale, $\langle \Delta \boldsymbol{\theta} \Delta \boldsymbol{\theta}^t \rangle = M^t D^{-1} M = (M^t D M)^{-1} = F^{-1}$, où l'on a utilisé le fait que la matrice de changement de base est orthogonale, $M^t = M^{-1}$. Tous ces calculs sont faits avec l'hypothèse que la fonction de vraisemblance est bien approximée par une gaussienne autour du minimum. Nous vérifierons la fiabilité des barres d'erreur obtenues par des simulations.

Dans notre cas particulier la matrice de Fisher F est de dimension $(N + B + 1) \times$

$(N + B + 1)$, et son calcul analytique donne, pour une contrainte quelconque g :

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \lambda^2} &= 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \lambda \partial \bar{s}(b)} &= \frac{\partial g}{\partial \bar{s}(b)} & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \lambda \partial \alpha_i} &= \frac{\partial g}{\partial \alpha_i} \\
 \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \bar{s}(b) \partial \bar{s}(q)} &= \sum_{j=1}^N \frac{\alpha_j^2}{\sigma_j(q)^2} \delta_{qb} & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \bar{s}(b) \partial \alpha_k} &= \frac{2\alpha_k \bar{s}(b) - s_k(b)}{\sigma_k(b)^2} \\
 & & \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \chi^2}{\partial \alpha_i \partial \alpha_j} &= \frac{\bar{s}(b)^2}{\sigma_i(b)} \delta_{ij}
 \end{aligned} \tag{5.23}$$

toutes les quantités devant être calculées pour les valeurs des paramètres au minimum, en particulier nous avons déjà fixé $\lambda = 0$.

5.3.3 Quelques tests

Nous avons effectué un certain nombre de tests, afin de vérifier la validité de la méthode : la dépendance du résultat avec la contrainte choisie, la fiabilité des erreurs, la fiabilité de la méthode de minimisation par itération.

Nous avons utilisé trois contraintes différentes pour les simulations, notées g_1 , g_2 et g_3 et définies par :

$$g_1(\{\bar{s}(b)\}, \{\alpha_j\}) = \alpha_1 - 1 \tag{5.24}$$

$$g_2(\{\bar{s}(b)\}, \{\alpha_j\}) = \sum_b \bar{s}(b)^2 - 1 \tag{5.25}$$

$$g_3(\{\bar{s}(b)\}, \{\alpha_j\}) = \sum_{i=1}^N \alpha_i^2 - N \tag{5.26}$$

Retrouve-t-on les vrais coefficients de calibration ?

Nous avons simulé une série de 6 profils (c'est le nombre de profils que l'on doit intercalibrer dans le cas d'Archeops pour les voies polarisées) chacun multiplié par un coefficient de calibration différent et additionné d'un bruit blanc gaussien de variance $\sigma_j(b)^2$. Un exemple d'une réalisation est montré sur la figure 5.7, conjointement au résultat après intercalibration.

Nous avons ensuite simulé 10 000 réalisations en utilisant les mêmes coefficients d'intercalibration et variances de bruit. Comme le montre le tableau 5.1, la moyenne des coefficients sur ces 10 000 réalisations sont parfaitement compatibles avec les valeurs vraies. Enfin, on voit que le résultat est strictement indépendant de la contrainte choisie, à condition bien sûr de ne comparer que les rapports entre coefficients de calibration. La distribution des valeurs des χ^2 pour les 10 000 réalisation est représentée sur la figure 5.8. La valeur moyenne 95,2 est très proche du nombre de la valeur attendue 95, qui est le nombre de degrés de liberté du problème : $N \times B - (N + B - 1)$, avec ici $N = 6$ et $B = 20$.

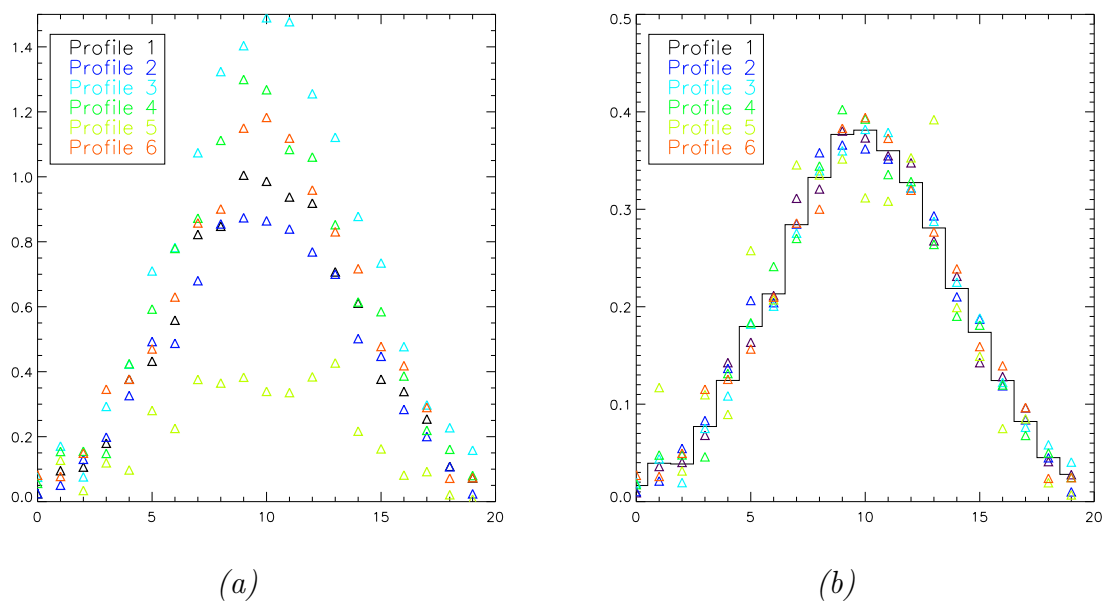


Fig. 5.7: Exemple d'une série de profils gaussiens utilisés pour tester la méthode d'intercalibration : la forme de base est une gaussienne. Chaque profil est ensuite calculé en multipliant la forme de base par un coefficient de calibration et en lui ajoutant un bruit blanc gaussien de variance $\sigma_j(b)^2 \equiv \sigma^2$. En (a), les profils avant intercalibration, et en (b), après correction. L'histogramme représente le profil $\bar{s}(b)$ trouvé par la méthode.

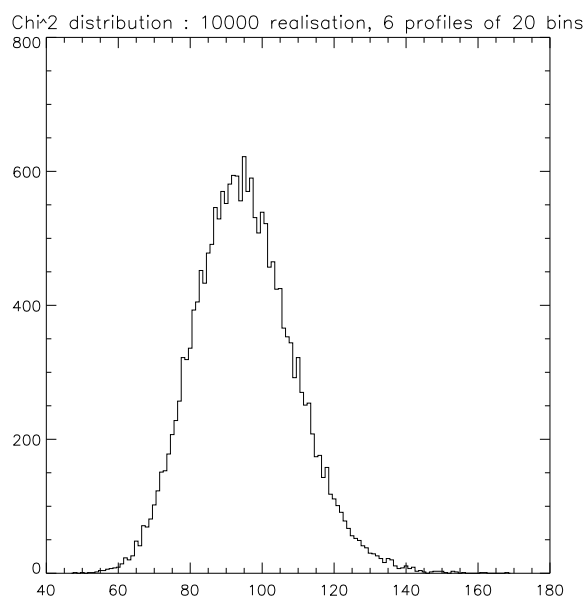


Fig. 5.8: Distribution du χ^2 pour 10 000 réalisations : la valeur moyenne 95,2 correspond à la valeur moyenne attendue qui doit être le nombre de degrés de liberté. Ce dernier vaut $N \times B$, le nombre total de données que l'on possède, moins $N + B - 1$, qui est le nombre de paramètres que l'on cherche à déterminer. Ici, $N = 6$ et $B = 20$.

| | | | | | | |
|-------------------|---|----------|---------|---------|---------|---------|
| Calibration vraie | 1 | 0.900 | 1.450 | 1.234 | 0.435 | 1.154 |
| g_1 | 1 | 0.900033 | 1.44994 | 1.23419 | 0.43463 | 1.15416 |
| g_2 | 1 | 0.900033 | 1.44994 | 1.23419 | 0.43463 | 1.15416 |
| g_3 | 1 | 0.900033 | 1.44994 | 1.23419 | 0.43463 | 1.15416 |

Tab. 5.1: Moyenne sur 10 000 réalisations des coefficients d'intercalibration calculés : la première ligne donne les coefficients de calibration utilisés pour générer les profils («calibration vraie»); les trois lignes suivantes donnent les moyennes des coefficients calculés, normalisés à chaque fois par rapport au premier. Les mêmes réalisations de bruit ont été utilisées pour chaque contrainte.

Quelles sont les erreurs sur les coefficients ?

Les erreurs sur les coefficients peuvent être calculées avec la matrice de Fisher. La question se pose alors de la dépendance des erreurs avec le choix de la contrainte utilisée pour calculer les coefficients. Un coup d'oeil aux matrices de corrélation des coefficients montre que celles-ci dépendent radicalement de la contrainte (voir figure 5.9).

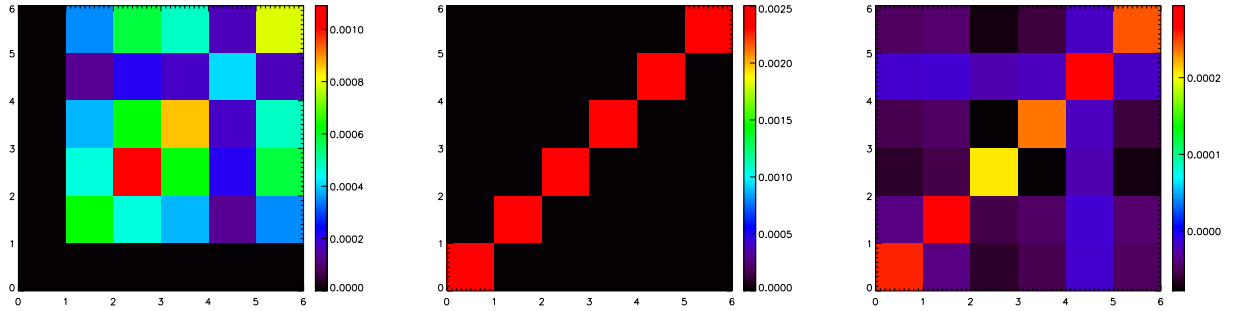


Fig. 5.9: Partie de la matrice de Fisher, correspondant aux N coefficients, entre les coefficients calculés par la méthode, pour les trois contraintes considérées. Les erreurs et les corrélations entre les coefficients dépendent fortement de la contrainte utilisée.

En réalité, ce que l'on cherche à mesurer dans notre cas sont les rapports entre coefficients de calibration, et il faut donc comparer les matrices de corrélations entre ces rapports. Par exemple, on peut choisir de normaliser, quelle que soit la contrainte que l'on a imposée, tous les coefficients par rapport au premier : $\{\beta_j = \alpha_j/\alpha_1\}$ seront les coefficients normalisés, que l'on pourra comparer. La nouvelle matrice de corrélation, entre les coefficients $\{\beta_j\}$, s'écrit à partir de la matrice originale (entre les coefficients $\{\alpha_j\}$) en utilisant :

$$\left\langle \frac{\Delta\beta_i}{\beta_i} \frac{\Delta\beta_j}{\beta_j} \right\rangle = \left\langle \left(\frac{\Delta\alpha_i}{\alpha_i} - \frac{\Delta\alpha_1}{\alpha_1} \right) \left(\frac{\Delta\alpha_j}{\alpha_j} - \frac{\Delta\alpha_1}{\alpha_1} \right) \right\rangle \quad (5.27)$$

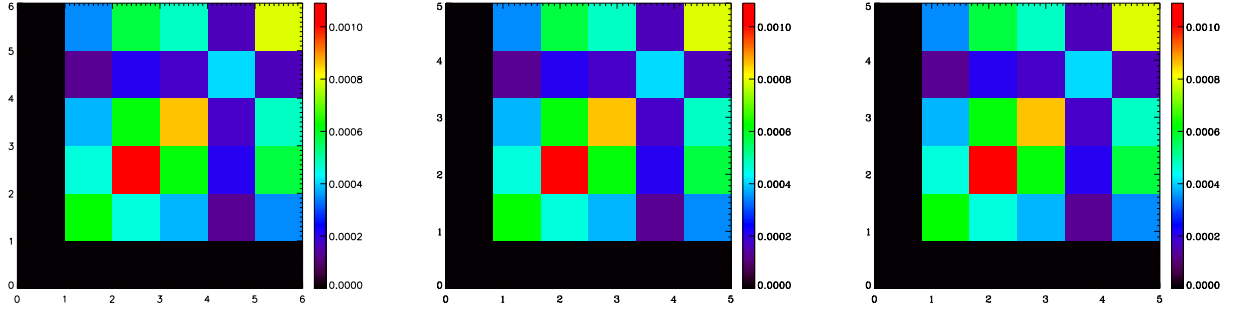


Fig. 5.10: Matrices de corrélation entre les coefficients normalisés par rapport au premier : les trois matrices correspondent aux trois mêmes contraintes que la figure 5.9, mais cette fois on regarde la corrélation entre coefficients normalisés, de manière à ce qu'ils soient comparables. Il n'existe aucune différence, confirmant l'indépendance totale du résultat vis-à-vis de la contrainte imposée pour la minimisation du χ^2 .

La figure 5.10 montre les matrices de corrélation ainsi calculées. Les différences entre elles sont complètement négligeables, de sorte que le choix de la contrainte est totalement arbitraire. Dans toute la suite nous utiliserons la première contrainte ($\alpha_1 = 1$).

Les erreurs que l'on calcule à l'aide de la matrice de Fisher sont-elles fiables ? Nous l'avons vérifié sur des simulations, en calculant les variances des coefficients sur 10 000 réalisations. Les résultats sont rassemblés dans le tableau 5.2, montrant que l'erreur calculée avec la matrice de Fisher est nettement compatible avec l'écart-type mesuré sur les simulations.

| Calibration vraie | 1 | 0.900 | 1.450 | 1.234 | 0.435 | 1.154 |
|--|---|---------|---------|---------|---------|---------|
| $\langle \alpha \rangle$ | 1 | 0.9000 | 1.4499 | 1.2342 | 0.4346 | 1.1542 |
| $\langle \sigma_\alpha \rangle$ | 0 | 0.02529 | 0.03311 | 0.02986 | 0.02049 | 0.02870 |
| $\sqrt{\langle \alpha^2 \rangle - \langle \alpha \rangle^2}$ | 0 | 0.02532 | 0.03256 | .02937 | 0.02030 | 0.02847 |

Tab. 5.2: Test de la fiabilité des barres d'erreur calculées avec la matrice de Fisher : la première ligne donne les coefficients utilisés pour la calibration ; les lignes suivantes donnent respectivement la valeur moyenne des coefficients, la valeur moyenne des erreurs calculées ($\sigma_{\alpha_i} = \sqrt{(F^{-1})_{ii}}$) et enfin l'écart-type des coefficients calculés. L'erreur déterminée à partir de la matrice de Fisher est compatible avec l'écart-type mesuré sur 10 000 réalisations.

Fiabilité de la méthode itérative pour la minimisation

Nous avons finalement comparé les résultats de la méthode itérative pour déterminer le minimum du χ^2 avec le résultat donné par un programme classique de minimisation par gradient conjugué, Minuit. Les résultats sont identiques à la préci-

sion numérique, tant pour les valeurs des coefficients que pour les barres d'erreur. La méthode itérative est toutefois plus avantageuse, dans notre cas particulier, car elle est nettement plus rapide et le nombre de paramètres n'est pas limité, contrairement à Minuit.

5.4 Les données d'Archeops

Les données du premier vol scientifique d'Archeops, le 29 janvier 2001, s'étant révélées inutilisables, au moins en ce qui concerne les voies polarisées, nous nous concentrerons uniquement sur celles du troisième vol, le 7 février 2002 (KS3). Les signaux des différents détecteurs (bolomètres, thermomètres sur les cornets, le plan focal, ...) sont échantillonnés à la fréquence $f_{\text{ech}} = 152,6$ Hz. Les données utiles représentant environ 12 heures de vol, le signal de chaque détecteur comporte de l'ordre de $\sim 6 \times 10^6$ échantillons.

Les données brutes doivent subir un certain nombre de traitements avant de pouvoir être utilisées. Nous nous contenterons ici de rappeler les différents traitements effectués, les détails pouvant être trouvés par exemple dans (Amblard, 2002; Filliatre, 2002). Les données contiennent essentiellement le signal utile et du bruit, pouvant venir de différentes sources. On distingue généralement le bruit haute fréquence, essentiellement blanc, du bruit basse fréquence, qui présente une remontée importante (bruit de type $1/f$). Une partie du bruit basse fréquence est en réalité corrélée avec les variations de température des cornets ou du plan focal, ou encore avec les variations d'altitude ou d'épaisseur de la couche d'atmosphère le long de la ligne de visée (émission atmosphérique). Par ailleurs, le passage des rayons cosmiques dans les bolomètres entraîne l'apparition de pics très supérieurs au signal moyen dans les données. Enfin, il existe à certains endroits dans le signal des bouffées de bruit, plus intense que le bruit moyen, qui durent quelques secondes.

Les données que nous avons utilisées dans notre analyse ont subi les traitements de base suivants :

- soustraction des signaux à très basses fréquences corrélés avec les températures des différents étages (à 100 mK, 1,6 K et 10 K), ou liés à l'émission atmosphérique (Amblard, 2002) ;
- suppression des données autour des pics dus aux rayons cosmiques et des bouffées de bruit ; le signal est remplacé dans ces zones par une réalisation de bruit contraint afin de permettre d'effectuer des transformées de Fourier ; par ailleurs, ces zones sont marquées et ne sont pas projetées sur les cartes par la suite ; cette opération supprime aussi les pics dus au passage des planètes ou d'autres sources ponctuelles ;
- déconvolution de la constante de temps, qui est mesurée lors des passages des planètes (Jupiter et Saturne) dans les lobes du détecteurs ; ce traitement permet de corriger le lobe effectif, mais augmente le niveau de bruit à haute fréquence ;
- suppression des pics fins dans les spectres, qui correspondent à des multiples de la fréquence de transmission des blocs de données par l'enregistreur de bord :

ces pics en fréquence correspondent à un signal en créneaux dans les données temporelles.

La figure 5.11 montre l'exemple du spectre de puissance des données d'un bolomètre à 353 GHz après traitement. On y voit en particulier la remontée du bruit à basse fréquence (bruit $1/f$), et les harmoniques de la fréquence de rotation de la nacelle ($f_{\text{rot}} \simeq 1/(30 \text{ s}) = 0,033 \text{ Hz}$). Au bout d'un tour sur elle-même, la nacelle pointe à nouveau dans la même direction et les détecteurs reçoivent donc le même signal. En particulier, à chaque demi-tour, la galaxie est croisée, donnant un pic intense dans le signal. On s'attend donc à observer des pics dans le spectre de puissance aux harmoniques de la fréquence de rotation. Les pics sont élargis car les cercles que tracent les détecteurs sur le ciel dérivent au cours du temps, de sorte que le signal n'est pas tout à fait périodique.

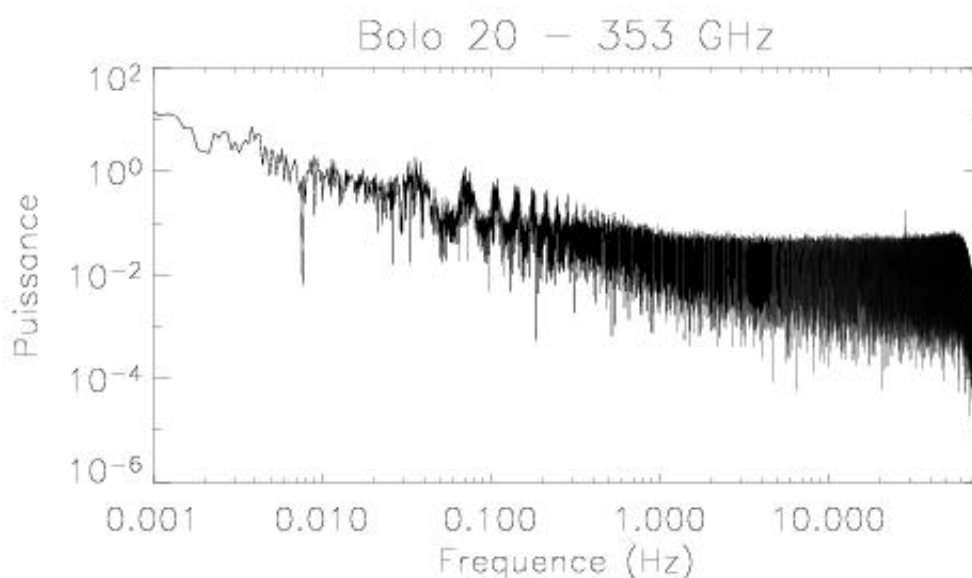


Fig. 5.11: Exemple de spectre d'un bolomètre d'Archeops après traitement initial des données : on observe la remontée à basse fréquence, caractéristique du bruit en $1/f$, d'origine instrumentale. Les pics que l'on observe à partir de $f_{\text{rot}} \simeq 0,032 \text{ Hz}$ correspondent aux harmoniques de la fréquence de rotation de la nacelle. Le signal vu sur le ciel est concentré dans ces pics.

Un dernier traitement a été effectué sur les données afin de s'affranchir au maximum des dérives basses fréquences (ou bruit $1/f$). La première idée qui vient à l'esprit consiste à filtrer les données avec un filtre passe-haut, de manière à supprimer toutes les basses fréquences. Le problème de cette méthode est qu'elle fait apparaître des «creux» de part et d'autre des pics galactiques dans les données temporelles. Afin d'éviter cet effet, une méthode a été développée par A. Bourrachot (Bourrachot, 2004), qui consiste à ajuster sur les données une fonction correspondant à la juxtaposition de fonctions génériques (atomes de Gabor), en interpolant au niveau de la zone galactique. On soustrait ensuite le résultat de cet ajustement, qui ne contient que des basses fréquences. Le spectre de puissance du signal après ce dernier traitement est

indiqué sur la figure 5.12. Dans toute la suite, nous utilisons ces données.

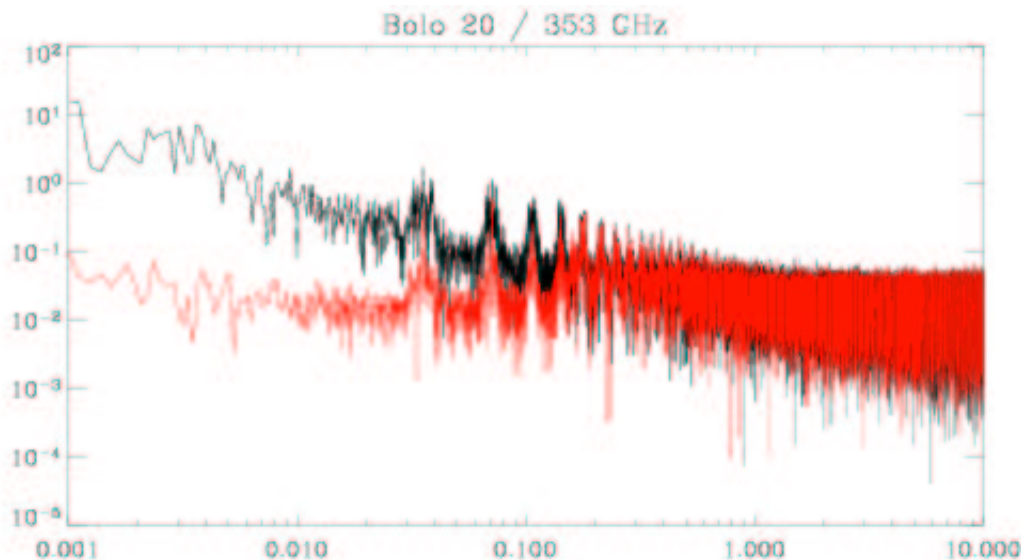


Fig. 5.12: Résultat de la soustraction des basses fréquences, qui sont déterminées grâce à un ajustement des données par une juxtaposition de fonctions génériques (atome de Gabor) en-dehors de la zone galactique. En noir, le spectre initial, et en rouge le spectre après traitement. On remarque que l'on a éliminé la majeure partie du bruit basse fréquence, tout en conservant les harmoniques de f_{rot} .

Par ailleurs, les angles des polariseurs dans le plan focal ont été étalonnés au sol, avant le vol. La procédure utilisée est décrite en détail dans la thèse de N. Ponthieu (Ponthieu, 2003) ; nous rappelons ici succinctement le principe. Pour cet étalonnage, un polariseur à fils a été placé face au plan focal ; sa rotation module alors le signal reçu par chacun des bolomètres, le maximum étant obtenu pour lorsque le polariseur d'étalonnage et le polariseur de l'OMT sont alignés, ce qui permet de déterminer leur orientation. Enfin, les polariseurs des OMT étant inclinés à 45° par rapport à l'horizontale, il a fallu tenir compte de l'effet décrit au paragraphe 3.5.2 page 105.

5.5 Recherche de nuages polarisés dans les données d'Archeops

Nous allons maintenant utiliser la méthode développée au paragraphe 5.3 pour calculer les coefficients d'intercalibration pour les voies polarisées d'Archeops. La difficulté principale réside dans l'estimation des erreurs dans les profils. En outre, il faut tester la validité de la modélisation, en particulier contrôler que la polarisation est bien négligeable dans les profils. Nous avons aussi étudié la variation de l'intercalibration au cours du vol en appliquant la méthode sur des tranches de données d'une heure environ. Nous développons enfin une méthode pour mettre en évidence la présence de nuages galactiques fortement polarisés dans les données Archeops.

5.5.1 Fabrication des profils et estimation du bruit

Les profils galactiques sont construits à partir des données d'un détecteur en les moyennant par intervalle de latitude galactique (voir la figure 5.13). Les niveaux de bruit dans les profils sont estimés à partir de ceux dans les données temporelles. Nous avons utilisé deux méthodes pour estimer ce niveau de bruit : la première est basée sur le fait que pour des fréquences supérieures à 10 Hz, le signal physique est négligeable devant le bruit. On peut donc estimer le niveau de bruit en calculant l'écart-type des données temporelles, dont on a préalablement coupé les fréquences inférieures à 10 Hz avec un filtre passe-haut. La seconde méthode suppose que loin du plan galactique le signal est encore une fois négligeable par rapport au bruit. On calcule alors l'écart-type des échantillons situés en dehors d'une bande de $\pm 25^\circ$ autour du disque galactique. Les résultats de ces deux méthodes sont présentés dans le tableau 5.3.

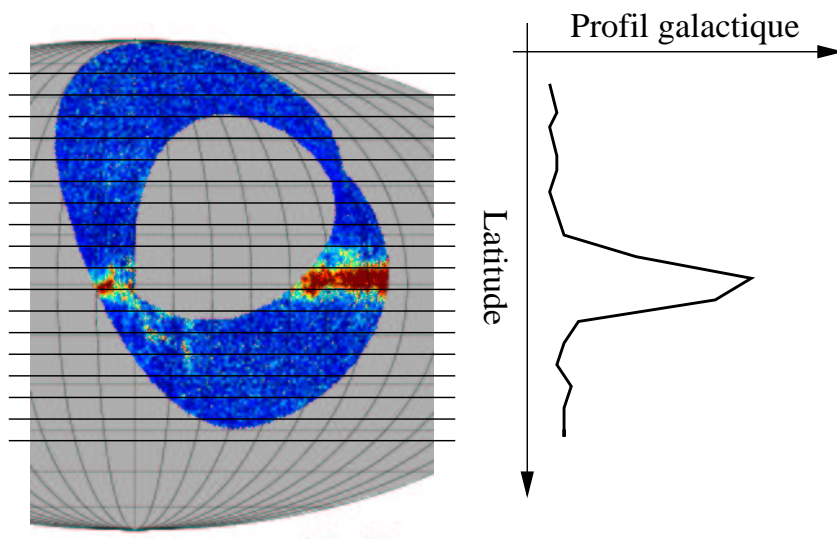


Fig. 5.13: Définition des profils galactiques : un profil galactique est calculé à partir de la carte (obtenue par projection directe du signal du bolomètre sur le ciel), en moyennant les pixels situés dans une même bande de latitude. Seuls les pixels vus par l'ensemble des bolomètres que l'on intercalibre sont utilisés pour créer les profils.

| | | 20 | 21 | 18 | 16 | 19 | 17 |
|-----------------------------------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| méthode 1 (≥ 10 Hz) | σ | 0.145 | 0.217 | 0.200 | 0.230 | 0.225 | 0.252 |
| | α | 1.000 | 0.894 | 0.833 | 0.986 | 0.850 | 0.943 |
| méthode 2 ($ b \geq 25^\circ$) | σ | 0.152 | 0.214 | 0.198 | 0.230 | 0.220 | 0.251 |
| | α | 1.000 | 0.894 | 0.832 | 0.986 | 0.850 | 0.943 |

Tab. 5.3: Comparaison des deux méthodes pour estimer le niveau de bruit blanc dans les données temporelles : les écarts sont faibles et n'ont aucune influence sur le calcul des coefficients d'intercalibration.

Afin de pouvoir comparer les profils, ils doivent être calculés pour tous les détecteurs pour une même zone du ciel. On s'en assure en projetant d'abord les données sur une carte, et en ne conservant que les pixels qui sont vus par tous les bolomètres que l'on souhaite intercalibrer. Après intercalibration, les profils se superposent nettement, comme le montre la figure 5.14.

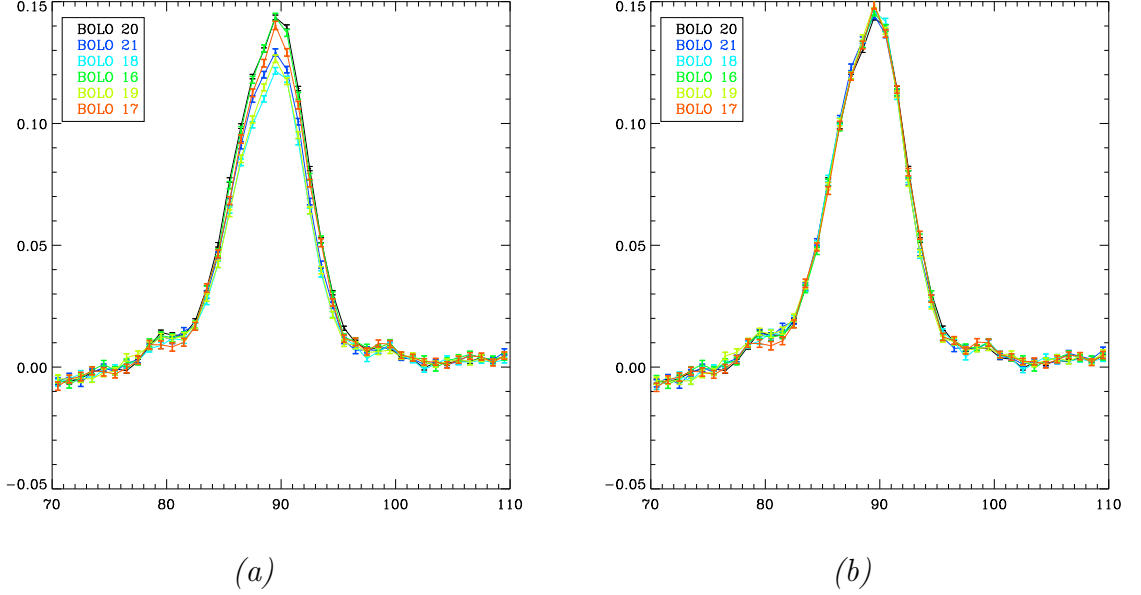


Fig. 5.14: Les profils galactiques des six polarimètres d'Archeops à 353 GHz avant (a) et après (b) intercalibration.

En présence de polarisation de direction uniforme sur la galaxie, les profils peuvent ne pas être identiques. La mesure des coefficients d'intercalibration est alors perturbée. Toutefois, le degré de polarisation est assez faible ($< 20\%$) pour que les coefficients soient proches de leurs valeurs réelles et permettre de détecter les éventuelles zones polarisées. On peut alors reprendre la procédure d'intercalibration, en prenant soin de construire les profils en excluant les zones susceptibles de présenter de la polarisation. Nous allons voir maintenant la méthode utilisée pour détecter la présence de polarisation dans les cartes de Q et U .

5.5.2 Détection des nuages polarisés

Avec une mesure des coefficients d'intercalibration, il est possible de projeter les cartes des paramètres de Stokes Q et U , comme expliqué dans la section 5.2. Le problème est que ces cartes sont trop bruitées par rapport au signal (voir la figure 5.15). Pour faire ressortir le signal de ces cartes, on va calculer le rapport entre le signal moyenné dans une certaine zone et l'écart-type attendu dans cette même zone. Pour accélérer le calcul, on va en réalité lisser la carte de signal, par exemple Q , avec un lobe gaussien, ce qui revient à calculer la valeur moyenne du signal pondéré par une

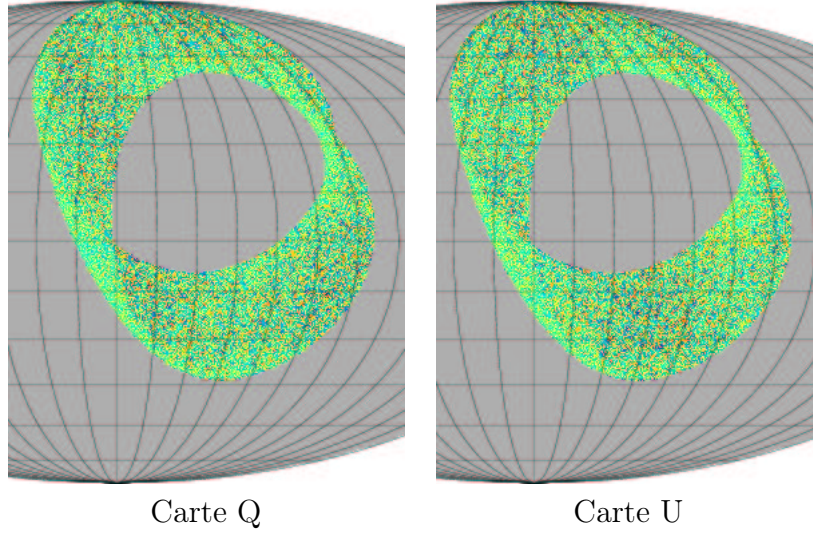


Fig. 5.15: Cartes de Q et U produites par Archeops à une résolution de $13'$: le signal est dominé par le bruit sur ces cartes. Les outils Healpix ont été utilisés pour créer ces cartes, qui correspondent au paramètre $N_{\text{side}} = 256$, soit une résolution de $13'$.

gaussienne. On calcule de même une carte lissée de la *variance* (le carré de l'écart-type) dont on prend ensuite la racine : on obtient ainsi, pour chaque pixel de la carte, l'écart-type attendu sur la moyenne pondérée par la gaussienne autour du pixel considéré. S'il existe un signal polarisé cohérent (c'est-à-dire tel que Q et/ou U soit approximativement uniforme) sur une zone suffisamment large, la zone ressortira dans la carte du rapport. La figure 5.16 montre les différentes cartes que l'on construit, à partir de la carte de Q et de la carte d'erreur, pour repérer les zones polarisées.

Il est maintenant possible de calculer les coefficients d'intercalibration en retirant les échantillons qui tombent dans les zones que l'on détecte comme étant polarisées de la fabrication des profils. Les résultats sont rassemblés dans le tableau 5.4.

Cette méthode d'intercalibration donne des résultats très satisfaisant : les coefficients sont mesurés avec une précision meilleure que 1%, alors que l'incertitude sur la calibration absolue est supérieure à 4%. Enfin, de nombreux tests ont été faits concernant la stabilité des résultats en modifiant les paramètres (méthode de calcul des niveaux de bruit dans les données temporelles, filtre basse fréquence supplémentaire sur les données, intervalle de latitude pour définir les profils, le nombre d'intervalles, le seuil de sélection des nuages polarisés, etc.) sans que l'on observe de changement notable dans les coefficients (les variations restent toujours dans la limite des barres d'erreur).

5.5.3 Évolution de l'intercalibration

Dans la section précédente, nous avons présenté les résultats du calcul des coefficients d'intercalibration en nous limitant à la première moitié simplement des données

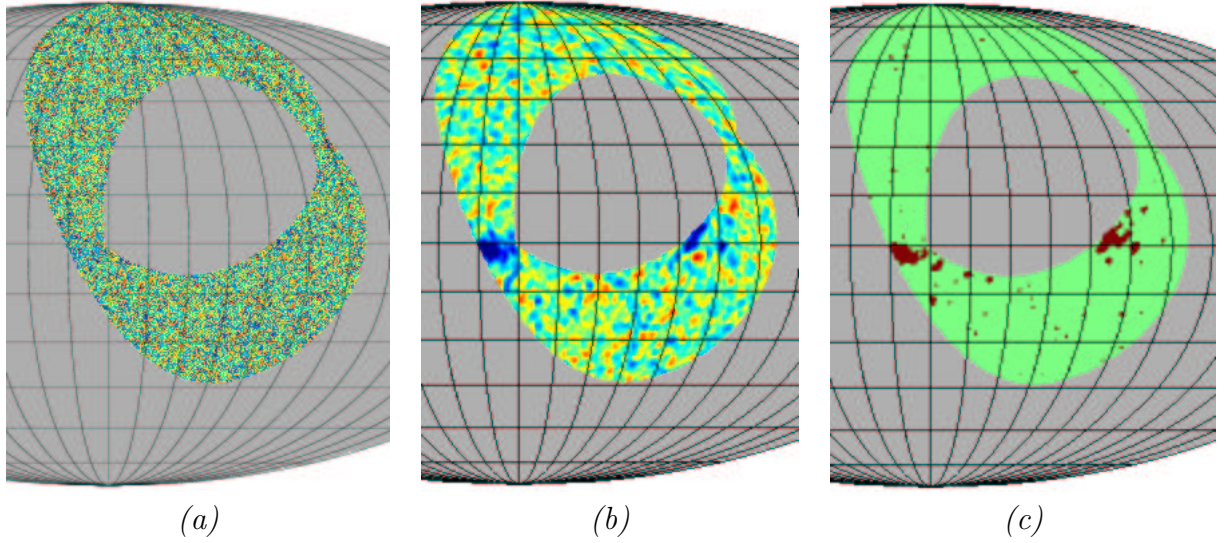


Fig. 5.16: Comment retrouver le signal des cartes de Q et U au milieu du bruit : (a) carte de Q divisé par la carte d'erreur (σ_Q) sur Q , à comparer à la carte de Q figure 5.15 ; on remarque que l'on ne distingue plus les zones redondantes (qui apparaissaient moins bruitées). (b) Carte du rapport entre la carte de Q lissée avec un lobe gaussien de largeur à mi-hauteur de 2° , et la racine carrée de la carte lissée de σ_Q^2 , avec le même lobe. (c) Les zones à plus de $2,8\sigma$ de zéro, en prenant en compte aussi bien la paramètre Q et le paramètre U .

| | Avant | | Après | | Calibration | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|-------------|--------|
| Bolomètre | α | σ | α | σ | coef. | erreur |
| 353K01 | 1.000 | 0.0 | 1.000 | 0.0 | 1.000 | 0. |
| 353K02 | 0.900 | 0.0045 | 0.895 | 0.0058 | 0.911 | 0.037 |
| 353K03 | 0.829 | 0.0044 | 0.830 | 0.0056 | 0.831 | 0.035 |
| 353K04 | 0.987 | 0.0052 | 0.990 | 0.0066 | 1.01 | 0.041 |
| 353K05 | 0.854 | 0.0049 | 0.853 | 0.0063 | 0.922 | 0.037 |
| 353K06 | 0.954 | 0.0057 | 0.959 | 0.0072 | 0.943 | 0.038 |
| χ^2 | 195/95 | | 121/95 | | | |

Tab. 5.4: Résultats de l'intercalibration des voies polarisées d'Archeops : on montre ici les résultats obtenus sur l'ensemble des données (*colonnes de gauche*), puis sur les données auxquelles on a enlevé les zones potentiellement polarisées (*colonnes au centre*). Pour chaque cas, on a donné la valeur des coefficients d'intercalibration et l'erreur associée. L'erreur statistique est inférieure à 1% dans tous les cas. Les deux dernières colonnes indiquent les coefficients d'intercalibration calculés à partir des coefficients de calibration absolue et leur erreur : on remarque des différences de l'ordre de 2%, et même de 8% pour le bolomètre 353K05. Enfin, il apparaît que la précision de la méthode d'intercalibration est bien meilleure que celle obtenue à partir de la calibration absolue.

prises de nuit (plus précisément, nous avons utilisé les données entre 15h18 et 20h46, temps universel, alors que la nuit dure jusqu'à 27h19). Ceci provient d'un problème que nous avons rencontré avec les données au-delà de 20h46, et que nous avons mis en évidence en cherchant à déterminer l'évolution des coefficients d'intercalibration au cours du temps.

Pour cela, nous avons simplement appliqué la méthode à des tranches de données successives d'une heure. Le résultat est montré sur la figure 5.17.

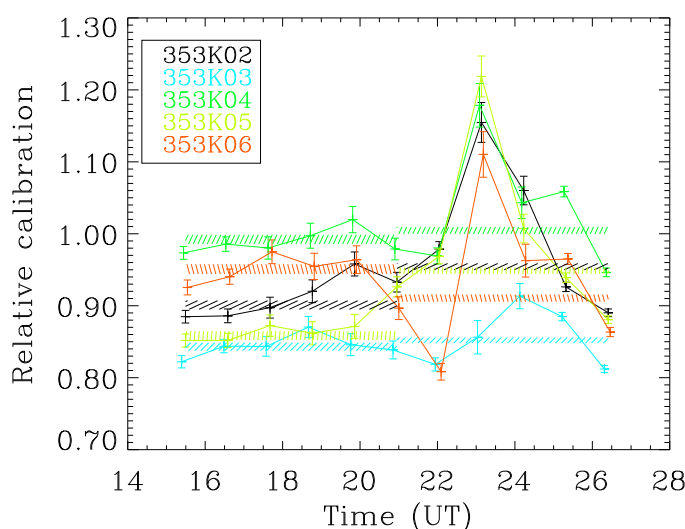


Fig. 5.17: Évolution des coefficients d'intercalibration au cours du temps : chaque point est calculé en prenant une tranche d'une heure de données. On remarque qu'après 20h45 les coefficients calculés fluctuent fortement d'une tranche à la suivante. Les zones hachurées représentent les valeurs des coefficients avec l'intervalle de temps sur lequel ils sont calculés : les valeurs trouvées pour la seconde partie du vol ne sont pas compatibles avec celles de la première partie.

Il faut remarquer deux choses sur cette courbe : d'une part, on ne détecte pas de variation notable des coefficients dans la première moitié des données (zones hachurées) ; d'autre part, après 20h45, les coefficients changent de manière importante.

Différents tests ont été effectués pour comprendre l'origine de ce phénomène :

- le balayage du ciel est très différent entre la première partie et la seconde partie du vol : alors qu'au début les cercles traversent bien la galaxie, à la fin ils lui sont tangents. Les profils galactiques sont donc tronqués (il ne reste que la partie correspondant à la moitié nord galactique) ce qui empêche une bonne mesure des coefficients d'intercalibration, au moins entre 22h et 25h (TU) ; cette explication permet de justifier le fait que les barres d'erreur soient plus grandes dans la deuxième partie du vol ; toutefois, si cette explication était vraie, le calcul sur l'ensemble de la seconde partie du vol devrait donner un résultat correct ; or, ce n'est pas le cas (voir les zones hachurées sur la figure 5.17) ;

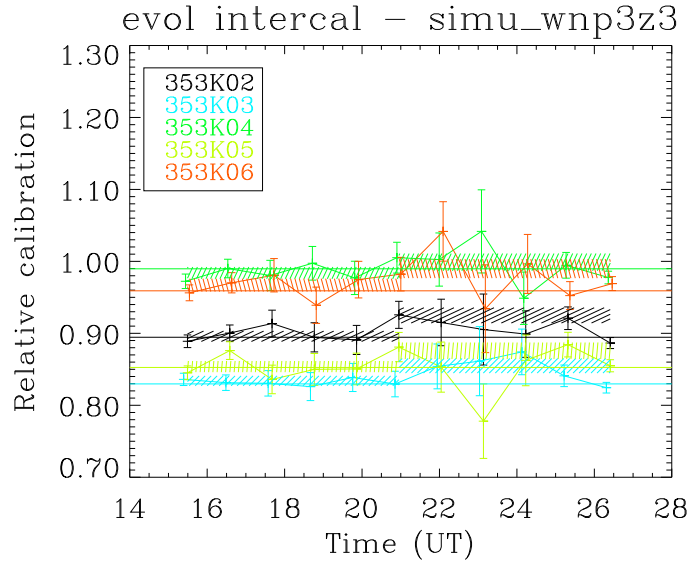


Fig. 5.18: Évolution des coefficients d'intercalibration au cours du temps : pour une simulation contenant la galaxie (Schlegel et al., 1998), le pointage d'Archeops et du bruit blanc, de même niveau que dans les données Archeops ; on observe une reconstruction correcte des coefficients d'intercalibration, aussi bien au début qu'en fin de vol ; on remarque l'agrandissement des barres d'erreur entre 22h et 25h (TU), conformément à ce qui est attendu.

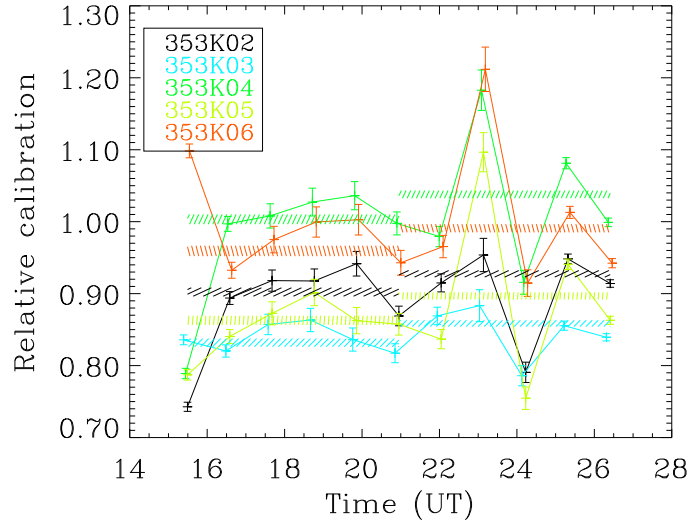


Fig. 5.19: Évolution des coefficients d'intercalibration au cours du temps : pour une simulation contenant la galaxie (Schlegel et al., 1998), le pointage d'Archeops, du bruit blanc, de même niveau que dans les données Archeops, et le bruit basse fréquence contenu dans les données ; on observe le même problème que dans les données réelles.

- une simulation, construite à partir d’un modèle de galaxie réaliste à 353 GHz (Schlegel et al., 1998), du pointage réel d’Archeops et de bruit blanc, de même niveau que les données réelles, a montré que l’on peut retrouver les coefficients d’intercalibration aussi bien au début qu’à la fin du vol (voir la figure 5.18) ;
- nous avons effectué la même simulation, en ajoutant le bruit basse fréquence que l’on soustrait des données ; le résultat est indiqué sur la figure 5.19 ; le résultat reste à un niveau acceptable pour la seconde partie du vol ;

Le phénomène observé n’est pas reproduit dans les simulations, et n’est donc pas encore compris. Nous nous sommes donc limité aux données entre 15h18 et 20h46 pour l’analyse finale.

5.6 Détection des zones polarisées et vérification de leur cohérence

Avec les coefficients d’intercalibration trouvés dans la section précédente, on peut obtenir des cartes pour l’intensité, et les paramètres de Stokes Q et U (voir la figure 5.20). Ces cartes sont exprimées en unité de température de Rayleigh-Jeans (mK_{RJ}), en utilisant la calibration absolue calculée sur la Galaxie à partir des données de l’instrument FIRAS (Lagache, 2002). Les cartes sont lissées avec un lobe de $30'$ afin d’augmenter le rapport signal/bruit pour visualiser les zones polarisées (à comparer avec la figure 5.15 non lissée).

Il est possible de distinguer à l’œil sur les cartes de Q et U deux zones qui semblent polarisées (l’une sur la partie gauche, qui apparaît bleue sur la carte de Q , et l’autre sur la partie droite, en rouge sur la carte de U). Nous allons utiliser la méthode décrite au paragraphe 5.5.2 pour délimiter de manière plus précise ces zones. Il est clair, sur les cartes de Q et U que le signal de polarisation est au mieux du même ordre de grandeur que le bruit dans un pixel. Une mesure de la polarisation (direction et taux de polarisation) sera donc d’autant plus précise que le signal est moyenné sur une plus grande zone, ce qui suppose que la polarisation soit cohérente sur quelques degrés. Pour détecter ces zones de polarisation cohérente, on lisse la carte de Q à l’aide d’une gaussienne de largeur à mi-hauteur de 2° ; on note \overline{Q} la carte lissée. Le niveau de bruit attendu pour les pixels de cette carte est obtenu par le lissage avec la même gaussienne de la carte de variance, elle-même déduite de l’ajustement des paramètres Q et U sur les données de chaque pixel. La figure 5.21a montre les pixels vus par Archeops dans le plan $(\overline{Q}/\sigma_{\overline{Q}}, \overline{U}/\sigma_{\overline{U}})$. S’il n’y avait aucun signal polarisé, on s’attendrait à trouver une répartition des points selon une gaussienne à deux dimensions, symétrique et de variance 1. Les pixels situés au-delà d’un rayon de 3 sont ainsi susceptibles d’appartenir à une zone polarisée, et c’est le critère de sélection que nous utilisons. La carte de la quantité $\sqrt{(\overline{Q}/\sigma_{\overline{Q}})^2 + (\overline{U}/\sigma_{\overline{U}})^2}$ est montrée sur la figure 5.21b. à partir de cette carte, on en déduit les zones montrées sur la figure 5.22a. La partie située à droite semble être formée de deux zones distinctes, et, en choisissant en critère plus strict (signal à plus de $3,4\sigma$ de zéro), il est possible d’en faire deux zones non connectées. Il y a bien sûr, à cette étape, un certain arbitraire à morceler ainsi la zone. Nous verrons plus loin que cette séparation est toutefois justifiée, dans une certaine limite. Avec ce critère, on obtient les zones indiquées sur la figure 5.22b,

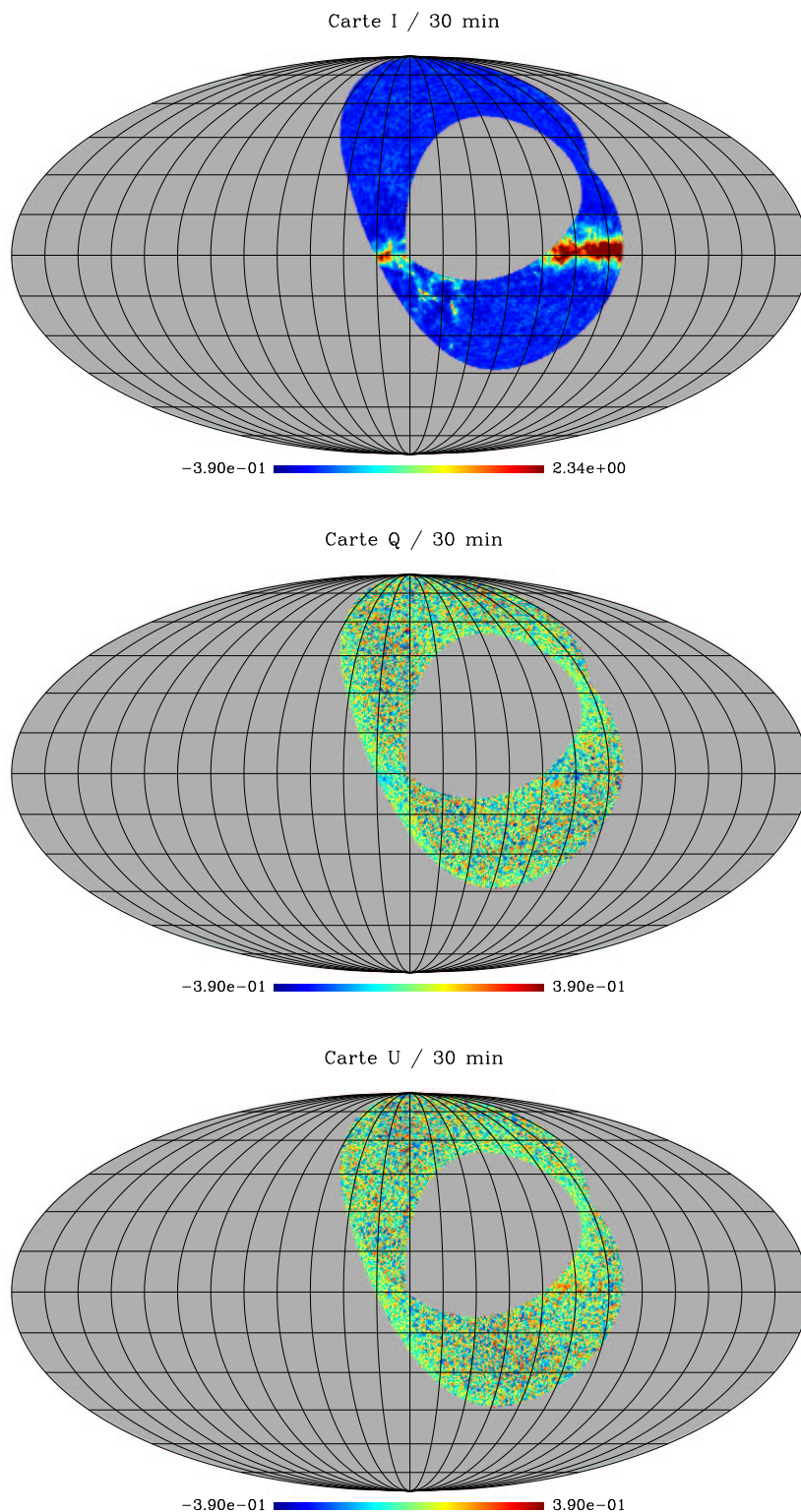


Fig. 5.20: Cartes des paramètres de Stokes I , Q et U mesurés par Archeops à 353 GHz : les cartes sont présentées en coordonnées galactiques mais tournées de 180° , de sorte que l'anticentre galactique est placé au centre de la carte. Les paramètres de Stokes sont données en unité de température de Rayleigh-Jeans (en mK_{RJ}). Enfin, les cartes sont lissées par un lobe gaussien de largeur à mi-hauteur de $30'$ afin d'augmenter le rapport signal/bruit pour visualiser les zones polarisées (à comparer avec la figure 5.15 non lissée).

dont on extrait les trois plus grandes (figure 5.22c).

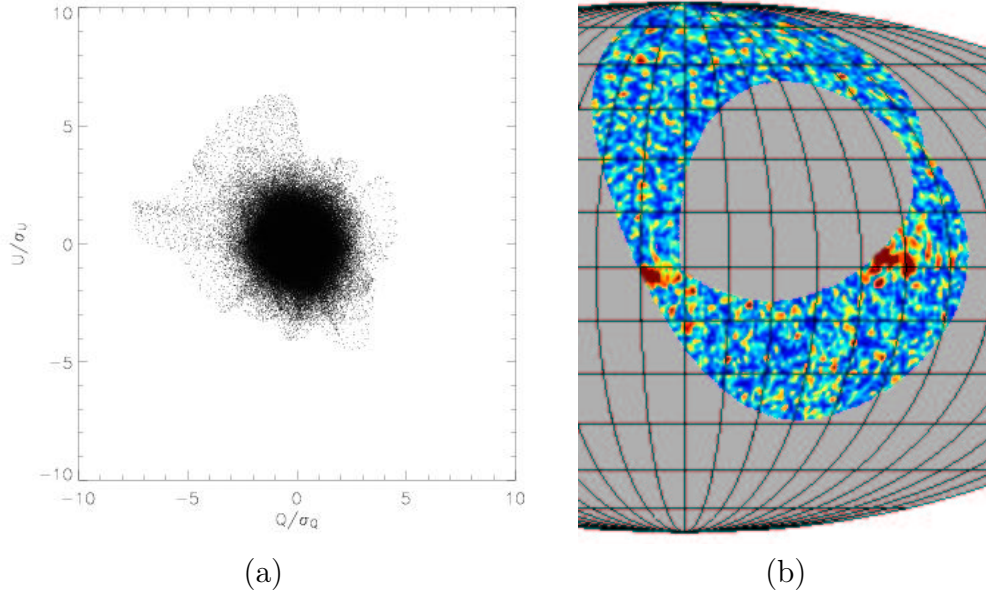


Fig. 5.21: Sélection des zones polarisées : (a) chaque point représente un pixel du ciel observé par Archeops placé en fonction des valeurs de $\overline{Q}/\sigma_{\overline{Q}}$ et $\overline{U}/\sigma_{\overline{U}}$. (b) Carte du «nombre de σ » : caractérise l'écart à zéro de la polarisation normalisée par rapport au bruit ; elle est définie par $\sqrt{(\overline{Q}/\sigma_{\overline{Q}})^2 + (\overline{U}/\sigma_{\overline{U}})^2}$.

En faisant l'hypothèse que la polarisation est uniforme sur chacune de ces zones, il est possible d'y calculer les paramètres de Stokes. Pour cela, on extrait des données temporelles les échantillons tombant dans ces zones. Les différences entre les mesures d'un même cornet doivent alors suivre la relation 5.8, soit $m_1 - m_2 = Q \cos 2\psi + U \sin 2\psi$, avec ψ l'angle que fait le polariseur avec la direction \mathbf{e}_ϕ , qui est quasiment constante sur chacune des zones (voir paragraphe 5.2.1). Les figures 5.23 et 5.24 montrent les points expérimentaux obtenus pour chacune des zones polarisées : les différences entre les mesures des deux détecteurs d'un même cornet sont représentées en fonction de l'angle ψ du polariseur associé au cornet (elles sont moyennées sur des intervalles en ψ). Les zones 1 et 3 (à droite sur les cartes) sont balayées une seule fois par le plan focal, de sorte que les points d'un même cornet correspondent quasiment au même angle du polariseur (ils sont dans une bande étroite en ψ). En revanche, la zone 2 est balayée deux fois, permettant ainsi de vérifier la cohérence du signal polarisé entre les deux passages. Sur la figure 5.24b, on a distingué les points de chaque passage, et sur la figure 5.25 on montre les deux ajustements fait indépendamment pour chacun des passages : les valeurs des paramètres Q et U sont totalement compatibles dans les barres d'erreur. Cette vérification a permis, au cours de l'analyse, de révéler une erreur de signe due à des conventions incompatibles pour les angles des polariseurs à différentes étapes du traitement.

Les mesures des paramètres de Stokes pour chacune des zones principales sont rassemblées dans le tableau 5.5. On y a aussi reporté le degré de polarisation et

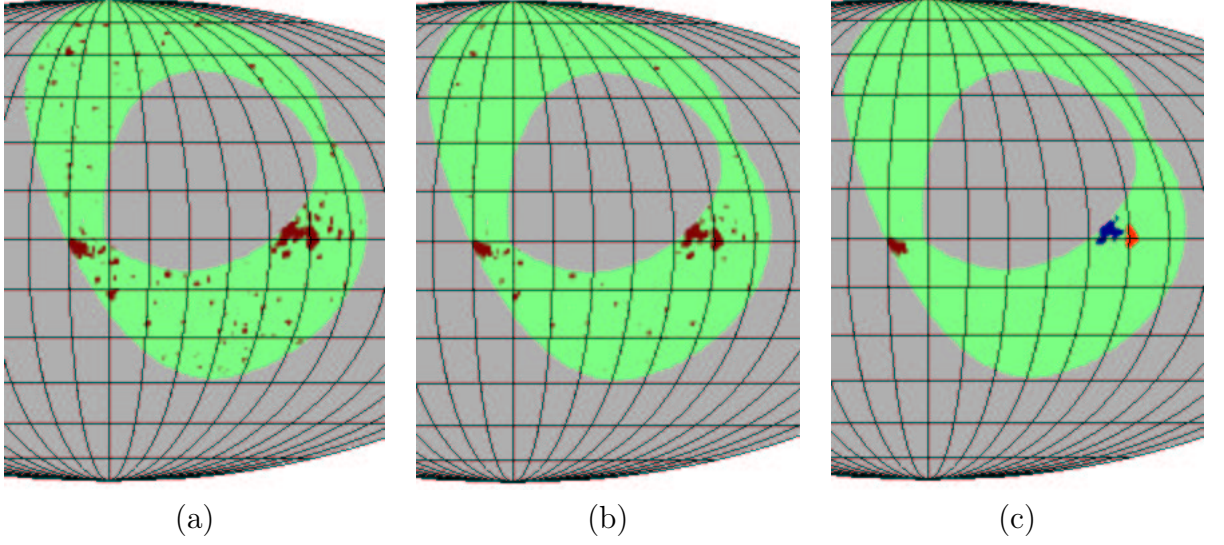


Fig. 5.22: (a) Carte des zones à plus de 3σ d'une polarisation nulle (voir texte pour la méthode de sélection) obtenues avec les données Archeops. En (b), nous conservons les zones à plus de $3,4\sigma$, afin de séparer les deux zones larges à droite. En (c), on montre uniquement les trois zones principales que l'on étudie plus en détail dans la suite. De gauche à droite, les coordonnées du maximum d'intensité des trois zones sont respectivement $(l = 192^\circ, b = -2^\circ)$, $(l = 112^\circ, b = 2^\circ)$ et $(l = 104^\circ, b = 0,7^\circ)$ en coordonnées galactiques (le centre de la carte correspond à $(l = 180^\circ, b = 0^\circ)$).

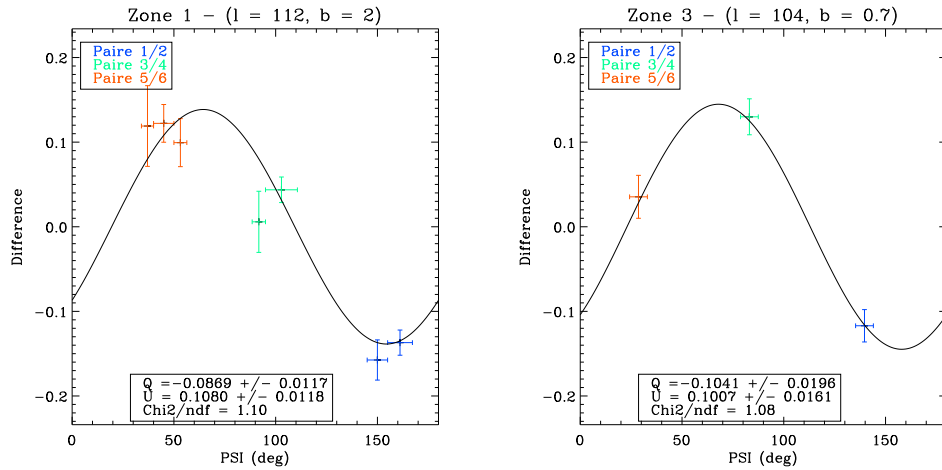


Fig. 5.23: Mesure des paramètres Q et U les zones polarisées 1 et 3 : les données temporelles sont ajustées par une courbe $d = Q \cos 2\psi + U \sin 2\psi$, où l'on cherche à déterminer Q et U . On montre ici les points expérimentaux, en distinguant par des couleurs différentes les données de chacune des paires de détecteurs.

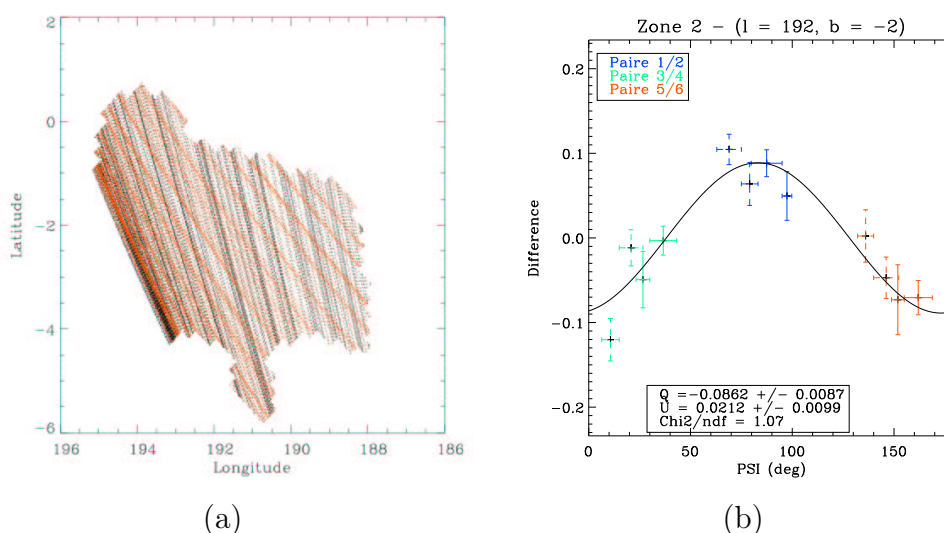


Fig. 5.24: Couverture de la zone 2 et mesure des paramètres Q et U : (a) la zone 2 présente l'intérêt d'être balayée deux fois au cours du vol. Une première fois entre 16h30 et 18h35 (points en noir, alignés quasiment verticalement), et une seconde fois entre 18h35 et 20h15 (points rouges, légèrement inclinés). (b) Les différences des détecteurs d'un même cornet en fonction de l'angle du polariseur associé au cornet ; les points correspondant au premier passage sont en traits pleins, ceux du second en traits pointillés.

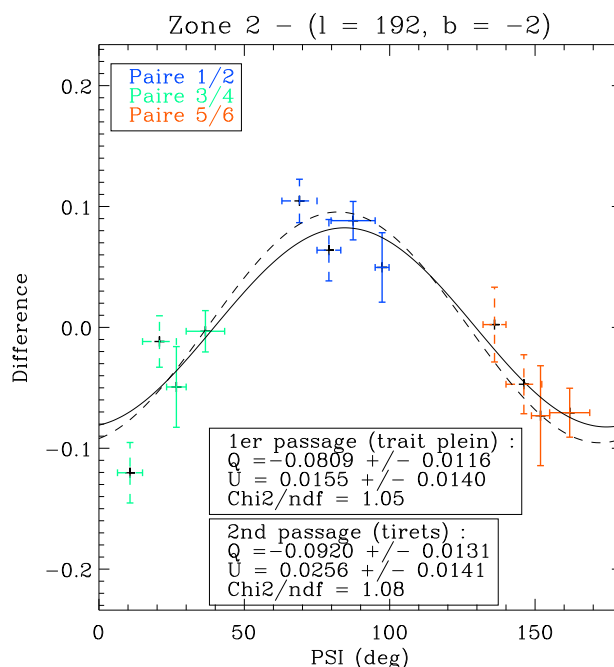


Fig. 5.25: Mesure des paramètres Q et U sur la zone 2 pour chacun des passages : les points et la courbe correspondants au premier passage sont en trait plein, et ceux correspondant au second passage sont en tirets. Les valeurs obtenues pour les paramètres Q et U sont compatibles dans les barres d'erreur.

| | Zone 1 | Zone 2 | Zone 3 |
|-------------------------|--------------------|---------------------|--------------------|
| longitude | 112° | 192° | 104° |
| latitude | -2° | 2° | 0,7° |
| I (mK _{RJ}) | $2,07 \pm 0,01$ | $1,15 \pm 0,007$ | $1,67 \pm 0,014$ |
| Q (mK _{RJ}) | $-0,087 \pm 0,012$ | $-0,086 \pm 0,0087$ | $-0,104 \pm 0,020$ |
| U (mK _{RJ}) | $-0,108 \pm 0,012$ | $0,021 \pm 0,0099$ | $0,101 \pm 0,016$ |
| p (%) | $6,7 \pm 0,5$ | $7,72 \pm 0,74$ | $8,71 \pm 1,02$ |
| θ (°) | $64,4 \pm 2,7$ | $83,1 \pm 3,2$ | $67,8 \pm 3,74$ |

Tab. 5.5: Polarisation moyenne mesurée sur les trois zones principales définies sur la figure 5.22c : on donne pour chacune la position moyenne de la zone, les trois paramètres de Stokes mesurés et les degrés et angles de polarisation. L'angle est mesuré par rapport à la direction horizontale, ce qui implique que les nuages sont principalement polarisés perpendiculairement au plan de la galaxie.

| | Zone 1 | | |
|-------------------------|--------------------|--------------------|--------------------|
| | partie a | partie b | partie c |
| longitude | 110,4° | 113,6° | 112,3° |
| latitude | -1,66° | 1,74° | 3,67° |
| I (mK _{RJ}) | $2,85 \pm 0,017$ | $1,76 \pm 0,013$ | $1,51 \pm 0,023$ |
| Q (mK _{RJ}) | $-0,012 \pm 0,021$ | $-0,096 \pm 0,016$ | $-0,191 \pm 0,028$ |
| U (mK _{RJ}) | $0,16 \pm 0,020$ | $0,106 \pm 0,017$ | $0,002 \pm 0,029$ |
| p (%) | $5,75 \pm 0,69$ | $8,18 \pm 0,84$ | $12,8 \pm 1,84$ |
| θ (°) | $47,3 \pm 3,8$ | $66,0 \pm 3,6$ | $89,6 \pm 4,41$ |

Tab. 5.6: Mesure de la polarisation dans les sous-parties extraites de la zone 1

l'angle de la polarisation. Toutefois, la définition des «zones polarisées» que l'on a adoptée ici est relativement arbitraire : rien ne garanti que les zones sélectionnées ont effectivement une polarisation uniforme. L'histogramme des angles de la polarisation à l'intérieur d'une zone donnée apporte à ce niveau une informatioun intéressante, comme le montre la figure 5.26 pour la zone 1. En effet, sur cet histogramme, des pics bien distincts apparaissent, et on remarque qu'ils correspondent chacun à une partie bien délimitée de la zone 1. Il est maintenant possible de calculer les paramètres de Stokes pour chacune de ces sous-zones : les valeurs sont reportées dans le tableau 5.6.

Pour la zone 2 (figure 5.27), les angles de polarisation sont très piqués autour de 90°, et on ne peut y distinguer des parties de polarisation différentes. En revanche, pour la zone 3, on peut clairement trouver deux sous parties de polarisation différentes, comme en atteste la figure 5.28 et le tableau 5.7.

Discussion :

Nous avons ainsi détecté des zones polarisées cohérentes sur quelques degrés, avec un taux de polarisation allant jusqu'à 18%. L'émission polarisée des grains de poussière est due à leur forme asymétrique, et à leur alignement selon le champ magnétique galactique. L'effet de ces grains peut aussi être perçu sur la lumière des étoiles, qui

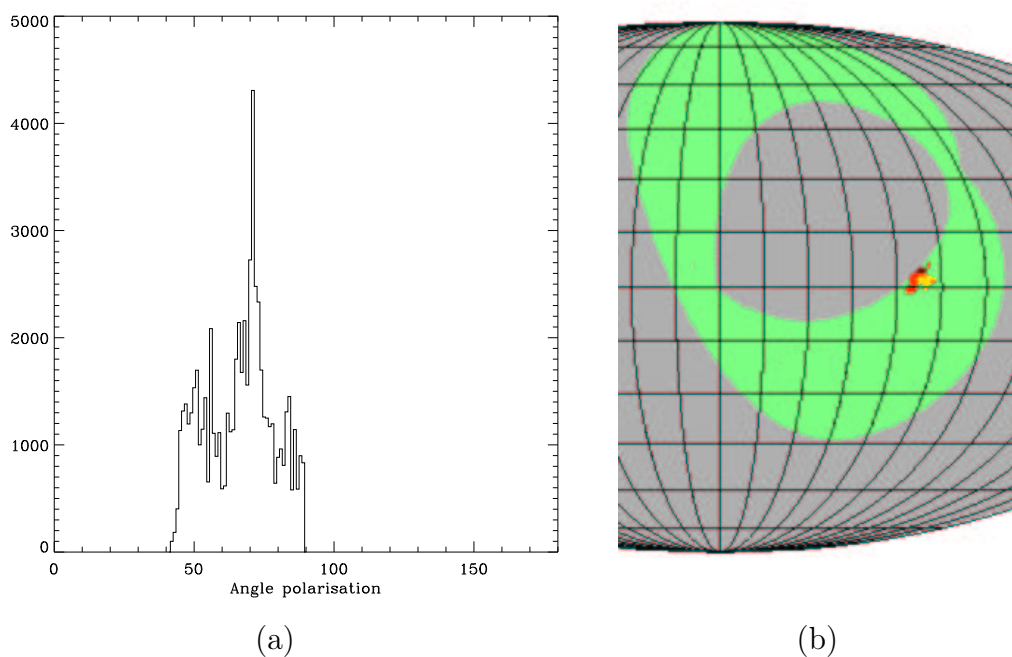


Fig. 5.26: (a) Histogramme des angles de polarisation sur les pixels de la zone 1. On peut noter la présence de trois «pics», l'un pour $\theta < 60^\circ$, le second pour $60^\circ < \theta < 78^\circ$ et le troisième pour $\theta > 78^\circ$. Il est remarquable que ces pics correspondent chacun à une partie bien délimitée de la zone 1, comme le montre la carte (b).

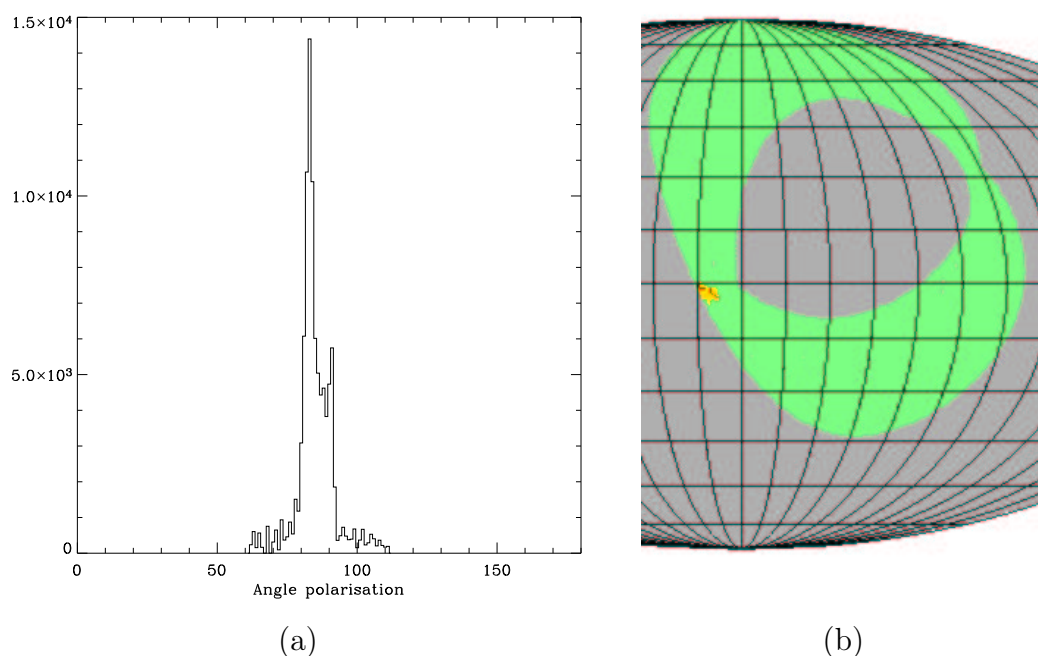


Fig. 5.27: (a) Histogramme des angles de polarisation sur les pixels de la zone 2. Il est très piqué autour de $\theta = 90^\circ$. Si on essaye de séparer les pixels correspondant à $\theta > 87^\circ$, on voit que l'on ne sépare pas la zone 2 en deux sous-parties bien distinctes, contrairement à ce qui se passait pour la zone 1.

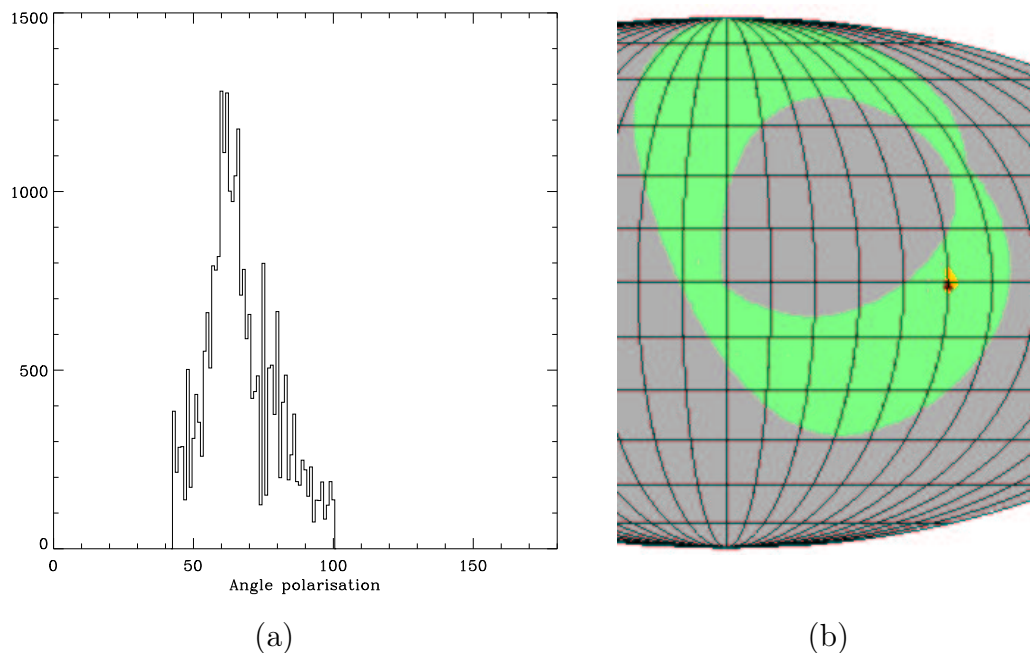


Fig. 5.28: (a) Histogramme des angles de polarisation sur les pixels de la zone 3. On voit que l'on peut séparer les pixels en deux catégories, la première telle $\theta < 72^\circ$, la seconde pour $\theta > 72^\circ$. Il est remarquable qu'elles correspondent chacune à une partie bien délimitée de la zone 3, comme le montre la carte (b).

| | Zone 3 | |
|-------------------------|--------------------|--------------------|
| | partie a | partie b |
| longitude | 104° | $104,8^\circ$ |
| latitude | $1,22^\circ$ | $-0,97^\circ$ |
| I (mK _{RJ}) | $1,83 \pm 0,016$ | $1,21 \pm 0,029$ |
| Q (mK _{RJ}) | $-0,068 \pm 0,023$ | $-0,214 \pm 0,039$ |
| U (mK _{RJ}) | $0,113 \pm 0,019$ | $0,061 \pm 0,032$ |
| p (%) | $7,34 \pm 1,03$ | $18,5 \pm 3,2$ |
| θ (°) | $60,5 \pm 4,8$ | $81,8 \pm 4,5$ |

Tab. 5.7: Mesure de la polarisation dans les sous-parties extraites de la zone 3

se polarise lors de la traversée des nuages galactiques. La polarisation mesurée est globalement orientée parallèlement au plan galactique (Fosalba et al., 2002), ce qui signifie que la direction de polarisation perpendiculaire au plan galactique est plus absorbée. De la même manière, on s'attend à ce que l'émission des mêmes grains soit préférentiellement polarisée perpendiculairement au plan galactique. La polarisation que l'on mesure au niveau des nuages proches du plan galactique est conforme à cette prédiction. Le taux de polarisation mesurée est relativement important. signe de l'existence d'un mécanisme efficace permettant l'orientation des grains selon le champ magnétique.

Conclusion

L'expérience Archeops a ainsi permis de mesurer pour la première fois l'émission polarisée de la poussière dans le domaine submillimétrique et sur de grandes échelles angulaires (de quelques degrés) (Benoît et al., 2003). Ces mesures confirment l'existence du problème que constituent l'émission de la poussière pour la mesure de la polarisation du CMB. Le taux de polarisation de la poussière pouvant être relativement important, il est très probable que, même à haute latitude galactique, le mode B de la polarisation du CMB soit masqué par les avant-plans. Il sera nécessaire d'utiliser les informations à plusieurs fréquences pour séparer les différentes composantes polarisées, comme cela est fait pour l'intensité.

CONCLUSION

LE MODÈLE standard du *big bang* s'est trouvé largement renforcé ces dernières années par la découverte des anisotropies du fond diffus cosmologique (CMB), et la mesure précise de leur spectre de puissance, conforme aux prédictions, et permettant la détermination la plus précise à ce jour des paramètres cosmologiques. Ainsi, il est quasiment certain, compte tenu des résultats actuels, que la densité totale de l'Univers est très proche de la densité critique, qu'elle est dominée par une constante cosmologique et par de la matière noire non baryonique. Par ailleurs, l'origine inflationnaire des fluctuations primordiales est favorisée par les résultats récents de l'expérience WMAP.

Ces résultats, déjà spectaculaires, pourront être confirmés et complétés grâce à une mesure précise de la polarisation du CMB. Le satellite Planck aura la capacité de mesurer la polarisation du CMB. Le travail présenté dans cette thèse a pour objet la compréhension et la préparation de la mesure de la polarisation avec l'instrument haute fréquence de Planck. Nous avons décrit la procédure de l'étalonnage au sol de l'instrument, qui doit avoir lieu en février 2004, et montré le travail effectué pour préparer le montage optique qui sera utilisé pour cet étalonnage, en particulier la définition et les tests du polariseur qui permettra de vérifier l'orientation des polariseurs dans le plan focal.

Une difficulté majeure de la mesure de la polarisation du CMB est son faible niveau comparé à la température, qui entraîne une sensibilité accrue aux effets systématiques. La méthode pour mesurer la polarisation étant basée sur la différence de signaux entre différents détecteurs, une mauvaise correspondance entre leurs lobes peut s'avérer critique. La polarisation linéaire est déterminée à partir de deux paramètres de Stokes, Q et U , chacun déterminé par la différence de deux détecteurs. Nous avons donc étudié l'influence des différences de lobes sur la mesure de la polarisation, en travaillant sur des cartes locales carrées plutôt que sur le ciel complet. Dans la mesure où l'on cherche à déterminer les effets des défauts des lobes à petite échelle, cette approximation est pleinement justifiée. Par ailleurs, il est possible d'inclure dans les lobes différents effets instrumentaux, comme par exemple les erreurs d'intercalibration ou de constante de temps, puisque ceux-ci agissent sur la forme effective des lobes. Il est aussi possible, avec la même technique, d'évaluer l'influence d'une erreur de pointage. Cette étude a permis de mettre en évidence l'importance cruciale qu'il y a à mesurer un paramètre, Q ou U , à partir de deux détecteurs de lobes aussi identiques que possibles. Dans le cas des expériences Planck et Archeops, les deux signaux que l'on différencie suivent quasiment le même trajet optique, de sorte que les lobes sont très proches ce qui élimine une source importante d'erreur. En revanche, c'est au niveau du détecteur que des différences peuvent être introduites : une erreur d'intercalibration ou une erreur dans la déconvolution de la constante de temps, même à un faible niveau, empêchent la mesure du mode B de polarisation. Ce sont donc *a priori* ces deux effets-là qu'il faut chercher à corriger pour arriver à une mesure du mode B de polarisation. La recherche de méthode de correction de ces effets systématiques dans le cas de Planck passe par une simulation plus réaliste de la mission : prise en compte de la totalité du ciel, de la stratégie de balayage et du bruit. Enfin, des simulations incluant les effets systématiques mentionnés devront être utilisées pour évaluer la robustesse des méthodes de traitement existantes.

Enfin, dans le dernier chapitre, nous avons abordé le problème des avant-plans polarisés, à travers l'analyse des données des voies polarisées d'Archeops, centrées sur la fréquence de 353 GHz. La sensibilité d'Archeops ne permettait pas de détecter le CMB, mais en revanche, il était possible de mesurer la polarisation de la poussière au niveau du disque galactique. L'effet systématique dominant était celui lié à l'intercalibration. Nous avons donc développé une méthode spécifique d'intercalibration, basée sur la comparaison des profils galactiques, ce qui nous a permis de détecter la polarisation de certains nuages de quelques degrés jusqu'à un niveau de l'ordre de 15%. La fiabilité du résultat a par ailleurs pu être testée sur une zone particulière, en comparant les résultats des différents balayages sur cette zone. Ce travail sur les données d'Archeops a permis de montrer la faisabilité de la mesure de la polarisation par cette technique de différence. Toutefois, une mesure précise de la polarisation du CMB exigera une séparation des contributions des avant-plans. Il est maintenant démontré que l'émission galactique est polarisée, avec une direction cohérente sur quelques degrés. Des méthodes basées sur des observations multi-fréquences, analogues à celles existant pour la température, devront être développées pour la polarisation si l'on veut mesurer de manière fiable le mode B de la polarisation.

BIBLIOGRAPHIE

- Adelberger, E. G., Baessler, J. H., Gundlach, J. H., Heckel, C. D., Merkwitz, S. M., Smith, G. L., et Swanson, H. E. : 1998, Wein98 Conference, <http://www.npl.washington.edu/eotwash/santafe1.pdf>
- Adelberger, E. G., Stubbs, B. R., Heckel, B. R., Su, Y., Swanson, H. E., Smith, G., Gundlach, J. H., et Rogers, W. F. : 1990, Testing the Equivalence Principle in the Field of the Earth : Particle Physics at masses Below 1 μeV , *Phys. Rev. D* **42**(10), 3267
- Alpher, R. A. et Herman, R. : 1948, Evolution of the Universe, *Nature* **162**, 774
- Amblard, A. : 2002, *Analyse des anisotropies du fond diffus cosmologique dans le cadre de l'expérience Archeops*, Thèse de Doctorat, Université Paris XI-Orsay
- Baccigalupi, C. : 2003, Weighting CMB and Galactic synchrotron polarisation, *New Astron. Rev.* **47**, 833, [astro-ph/0305415](#)
- Baccigalupi, C., Burigana, C., De Zotti, G., La Porta, L., Maino, D., Maris, M., et Paladini, R. : 2001, Power spectrum of the polarized diffuse Galactic radio emission, *Astron. Astrophys.* **372**, 8, [astro-ph/0009135](#)
- Bareyre, P. et Vanel, J.-C. : 2000, *Polarisers for CMB Calibration*, note interne, PCC-CdF
- Bennett, C. L., Hill, R. S., Hinshaw, G., Nolte, M. R., Odegard, N., Page, L., Spergel, D. N., Weiland, J. L., Wright, E. L., Halpern, M., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Tucker, G. S., et Wollack, E. : 2003, First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Foreground Emission, *ApJ suppl.* **148**, 97, [astro-ph/0302208](#)
- Benoît, A., Ade, P., Amblard, A., Ansari, R., Aubourg, É., Bargout, S., Bartlett, J. G., Bernard, J.-P., Bhatia, R. S., Blanchard, A., Bock, J. J., Boscaleri, A., Bouchet, F. R., Bourrachot, A., Camus, P., Couchot, F., de Bernardis, P., Delabrouille, J., Désert, F.-X., Doré, O., Douspis, M., Dumoulin, L., Dupac, X., Filliatre, P., Fosalba, P., Ganga, K., Gannaway, F., Gautier, B., Giard, M., Giraud-Héraud, Y., Gispert, R., Guglielmi, L., Hamilton, J.-C., Hanany, S., Henrot-Versillé, S., Kaplan, J., Lagache, G., Lamarre, J.-M., Lange, A. E., Macías-Pérez, J. F., Madet, K., Maffei, B., Magneville, C., Marrone, D. P., Masi, S., Mayet, F., Murphy, A., Naraghi, F., Nati, F., Patanchon, G., Perrin, G., Piat, M., Ponthieu, N., Prunet, S., Puget, J.-L., Renault, C., Rosset, C., Santos, D., Starobinsky, A., Strukov, I., Sudiwala, R. V., Teyssier, R., Tristram, M., Tucker, C., Vanel, J.-C., Vibert, D., Wakui, E., et Yvon, D. : 2003, *First Detection of Polarization of the Submillimetre Diffuse Galactic Dust Emission by Archeops*, [astro-ph/0306222](#)
- Bourrachot, A. : 2004, *Thèse de doctorat*, à paraître
- Brouw, W. et Spoelstra, T. : 1975, Linear polarization of the Galactic Background at Frequencies between 408 and 1411 MHz. Reductions., *Astron. Astrophys. Suppl.*

- 26, 129
- Bucher, M., Moodley, K., et Turok, N. : 2001, Constraining Isocurvature Perturbations with CMB Polarization, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 191301
- Carlstrom, J. E., Holder, G. P., et Reese, E. D. : 2002, Cosmology with the Sunyaev-Zel'dovich Effect, *Annu. Rev. Astronomy and Astrophysics* 40
- Challinor, A., P., F., Mortlock, D., et Ashdown, M. : 2000, All-Sky Convolution for Polarimetry Experiments, *Phys. Rev. D* **62**, 123002
- Coble, K., Dodelson, S., et Frieman, J. : 1997, Dynamical Lambda Models of Structure Formation, *Phys. Rev. D* **55**, 1851, [astro-ph/9608122](#)
- Coles, P. et Lucchin, F. : 2002, *Cosmology : The Origin and Evolution of Cosmic Structure (second edition)*, Wiley
- Colless, M., Dalton, G., Maddox, S., Sutherland, W., Norberg, P., Cole, S., Bland-Hawthorne, J., Bridges, T., Cannon, R., Collins, C., Couch, W., N., C., Deeley, K., De Propriis, R., Drier, S., Efstathiou, G., Lahav, O., Lewis, I., Lumsden, S., Madgwick, D., Peacock, J., Peterson, B., Price, I., Seaborne, M., et Taylor, K. : 2001, The 2dF Galaxy Redshift Survey : spectra and redshifts, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **328**, 1039
- Consortium, H. I. : 1998, *High Frequency Instrument for Planck Surveyor*, submitted in response to the ESA Call for Proposals
- Couchot, F., Delabrouille, J., Kaplan, J., et Revenu, B. : 1999, Optimised polarimeter configurations for measuring the Stokes parameters of the Cosmic Microwave Background Radiation, **135**, 579, [astro-ph/9807080](#)
- Cybert, R. H., Fields, B. D., et Olive, K. A. : 2003, *Primordial Nucleosynthesis in Light of WMAP*, [astro-ph/0302431](#)
- Davis, L. J. et Greenstein, J. L. : 1950, The origin of interstellar polarization., *Astrophys. J.* **55**, 71
- Duncan, A., Haynes, R., Jones, K., et Stewart, R. : 1997, Polarized radio emission over the southern Galactic plane at 2.4 GHz, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **291**, 279
- Duncan, A., Reich, P., Reich, W., et Fürst, E. : 1999, Polarimetric structure in the first Galactic quadrant from the 2.695 GHz Effelsberg survey, *Astron. Astrophys.* **350**, 447
- Filliatre, P. : 2002, *Étalonnage sol et analyse des données de l'expérience ballon Archeops mesurant les anisotropies du fond diffus cosmologique. Étude des contraintes sur l'inflation.*, Thèse de Doctorat, Institut national polytechnique de Grenoble
- Fosalba, P., Lazarian, A., Prunet, S., et Tauber, J. : 2002, in S. Cecchini (ed.), *Astrophysical Polarized Background*, p. 44, AIP, [astro-ph/0111253](#)
- Freedman, W. L., Madore, B. F., Gibson, B. K., F. L., Kelson, D. D., Sakai, S., Mould, J. R., Kennicutt, R. C. J., Ford, H. C., Graham, J. A., Huchra, J. P., Hughes, S. M. G., Illingworth, G. D., Macri, L. M., et Stetson, P. B. : 2001, Final Results from the Hubble Space Telescope Key Project to Measure the Hubble Constant, *ApJ* **553**, 47
- Gamow, G. : 1948, *Nature* **162**, 630
- Gasperini, M. et Veneziano, G. : 1993, Pre-Big Bang in String Cosmology, *Astropart. Phys.* **1**, 317
- Giardino, G., Banday, A., Gorski, K., Bennett, K., Jonas, J., et Tauber, J. : 2002,

- Towards a model of full-sky Galactic synchrotron intensity and linear polarisation : a re-analysis of the Parkes data, *Astron. Astrophys.* **387**, 82, astro-ph/0202520
- Gradshteyn, I. S. et Ryzhik, I. M. : 1980, *Table of Integrals, Series and Products*, Academic Press, New York
- Gunn, J. et Peterson, B. : 1965, On the Density of Neutral Hydrogen in Intergalactic Space, 142(1633)
- Haiman, Z. et Knox, L. : 1999, Reionization of the Intergalactic Medium and its Effect on the CMB, astro-ph/9902311
- Haissinski, J. : 2002, *Simulation de la diffusion par une surface usinée*, note interne, LAL
- Haslam, C. G. T., Klein, U., Salter, C. J., Stoffel, H., Wilson, W. E., Cleary, M. N., Cooke, D. J., et Thomasson, P. : 1981, A 408 MHz all-sky continuum survey. I - Observations at southern declinations and for the North Polar region, *Astron. and Astrophys.* **100**, 209
- Hirata, C. et Seljak, U. : 2003, Reconstruction of lensing from the cosmic microwave background polarization, *Phys. Rev. D* **68**, 083507, astro-ph/0306354
- Hu, W. : 1995, *Wandering in the Background : A CMB Explorer*, Thèse de Doctorat, UC Berkeley
- Hu, W. : 2002, Dark Synergy : Gravitational Lensing and the CMB, *Phys. Rev. D.* **65**, 023003, astro-ph/0108090
- Hu, W. et Dodelson, S. : 2002, Cosmic Microwave Background Anisotropies, *Ann. Rev. Astron. Astrophys.* **40**, 171
- Hu, W., Sugiyama, N., et Silk, J. : 1997, The Physics of Microwave Background Anisotropies, *Nature* **386**, 37
- Hubble, E. : 1929, *Proceedings of the National Academy* **15**, 168
- Johnson, B., Abroe, M., Ade, P., Bock, J., Borrill, J., Collins, J., Ferreira, P., Hanany, S., Jaffe, A., Jones, T., Lee, A., Levinson, L., Matsumura, T., Rabbii, B., Renbarger, T., Richards, P., Smoot, G., Stompor, R., Tran, H., et Winant, C. : 2003, in S. Hanany et K. Olive (eds.), *The Cosmic Microwave Background and its Polarization*, New Astronomy Reviews, astro-ph/0308259
- Kaplinghat, M., Knox, L., et Song, Y.-S. : 2003, *Determining Neutrino Mass from CMB alone*, astr-ph/0303344
- Keating, B., Timbie, P., Polnarev, A., et Steinberger, J. : 1998, Large Angular Scale Polarization of the Cosmic Microwave Background and the Feasibility of its Detection, *ApJ* **495**, 580, astro-ph/9710087, OPTannotate =
- Kinney, W. : 1998, Constraining Inflation with Cosmic Microwave Background Polarization, **58**, 123506, astro-ph/9806259
- Knox, L. et Song, Y.-S. : 2002, A limit on the detectability of the energy scale of inflation, *Phys. Rev. Lett.* **89**, 011303, astro-ph/0202286
- Kogut, A., Spergel, D. N., Barnes, C., Bennett, C. L., Halpern, M., Hinshaw, G., Jarosik, N., Limon, N., Meyer, S. S., Page, L., Tucker, G., Wollack, E., et Wright, E. L. : 2003, Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) First Year Observations : TE Polarization, *Astrophys. J.*, (accepted)
- Lagache, G. : 2002, *The calibration of Archeops (and Planck) high-frequency channels on the Galaxy*, Note interne Archeops
- Lazarian, A. : 2003, Magnetic Fields via Polarimetry : Progress of Grain Alignment

- Theory, *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer* **79**, 881, astro-ph/020848
- Liddle, A. R. et Lyth, D. H. : 2000, *Cosmological Inflation and Large-Scale Structure*, Press Syndicate of the University of Cambridge
- Lidsey, J. E., Liddle, A. R., Kolb, E. W., Copeland, E. J., Barreiro, T., et Abney, M. : 1997, Reconstructing the Inflaton Potential – an Overview, *Rev. Mod. Phys.* **69**, 373, astro-ph/9508078
- Linde, A. D. : 1983, *Phys. Lett.* **129B**, 177
- Lineweaver, C. : 1997, Gold in the Doppler Hills : Cosmological Parameters in the Microwave Background, astro-ph/9702042
- Lineweaver, C. H., Tenorio, L., Smoot, G. F., Keegstra, P., Banday, A. J., et Lubin, P. : 1996, The Dipole Observed in the COBE DMR Four-Year Data, **470**, 38, astro-ph/9601151
- Martin, D. H. : 1967, *Spectroscopic technics for infra-red, submillimeter and millimeter waves*, North-Holland Pub. Co. Amsterdam
- Montroy, T., Ade, P., Balbi, A., Bock, J., Bond, J., Borrill, J., Boscaleri, A., Cabella, P., Contaldi, C., Crill, B., de Bernardis, P., De Gasperis, G., de Oliveira-Costa, A., De Troia, G., di Stefano, G., Ganga, K., Hivon, E., Hristov, V., Iacoangeli, A., Jaffe, A., Kisner, T., Jones, W., Lange, A., Masi, S., Mauskopf, P., MacTavish, C., Melchiorri, A., Nati, F., Natoli, P., Netterfield, C., Pascale, E., Piacentini, F., Pogosyan, D., Polenta, G., Prunet, S., Ricciardi, S., Romeo, G., Ruhl, G., Torbet, E., Tegmark, M., et Vittorio, N. : 2003, in S. Hanany et K. Olive (eds.), *The Cosmic Microwave Background and its Polarization*, New Astronomy Reviews, astro-ph/0305593
- Patanchon, G. : 2003, *Analyse multi-composantes d'observations du fond diffus cosmologique*, Thèse de Doctorat, Université Pierre et Marie Curie – Paris 6
- Peebles, P. J. E. et Ratra, B. : 2002, *The cosmological Constant and Dark Energy*, astro-ph/0207347
- Penzias, A. et Wilson, R. : 1965, A Measurement of Excess Antenna Temperature at 4080 Mc/s, **142**, 419
- Perlmutter, S. et al. : 1999, Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae, **517**, 565
- Piccirillo, L., Ade, P., Bock, J., Bowden, M., Church, S., Ganga, K., Gear, W., Hinderks, J., Keating, B., Lange, A., Maffei, B., Mallié, O., Melhuish, S., Murphy, J., Pisano, G., Rusholme, B., Taylor, A., et Thompson, K. : 2002, in S. Cecchini (ed.), *Astrophysical Polarized Background*, p. 159, AIP
- Ponthieu, N. : 2003, *Polarisation du fond diffus cosmologique et de l'émission des poussières galactiques*, Thèse de Doctorat, Université Joseph Fourier — Grenoble 1
- Prunet, S. et al. : 1998, *in preparation*
- Revenu, B., Kim, A., Ansari, R., Couchot, F., Delabrouille, J., et Kaplan, J. : 2000, Destriping of Polarized Data in a CMB Mission with a Circular Scanning Strategy, *Astron. Astrophys. Suppl. Ser.* **142**, 499, astro-ph/9905163
- Schlegel, D. J., Finkbeiner, D. P., et Davis, M. : 1998, Maps of Dust Infrared Emission for Use in Estimation of Reddening and Cosmic Microwave Background Radiation Foregrounds, *ApJ* **500**, 525, astro-ph/9710327

- Seljak, U. et Zaldarriaga, M. : 1996, *ApJ* **469**, 437, [astro-ph/9603033](#); voir aussi [www.cmbfast.org](#)
- Seljak, U. et Zaldarriaga, M. : 1998, in T. T. Vãn (ed.), *Proc. of the XXXIIIrd Rencontres de Moriond 1998 : Fundamental Parameters in Cosmology*
- Silk, J. : 1968, **151**, 459
- Slipher, V. : 1918, A new type of nebular spectrum, *Bulletin/Lowell Observatory* **81**, 63
- Sokoloff, D., Bykov, A., Shukurov, A., Berkhuijsen, E., Beck, R., et Poezd, A. : 1998, Depolarization and Faraday effects in galaxies, *Mon. Not. R. Astron. Soc.* **299**, 189
- Spergel, D. N., Verde, L., Peiris, H. V., Komatsu, E., Nolte, M. R., Bennett, C. L., Halpern, M., Hinshaw, G., Jarosik, N., Kogut, A., Limon, M., Meyer, S. S., Page, L., Tucker, G. S., Weiland, J. L., Wollack, E., et Wright, E. L. : 2003, First Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations : Determination of Cosmological Parameters, *to be published in ApJ*, [astro-ph/0302209](#)
- Sunyaev, R. A. et Zel'dovich, Y. B. : 1972, *Comments. Astrophys. Space. Phys.* **4**, 173
- Trotta, R., Riazuelo, A., et Durrer, R. : 2001, Reproducing Cosmic Microwave Background anisotropies with mixed isocurvature perturbations, *Phys. Rev. Lett.* **87**, 231301
- Tytler, D., O'Meara, J. M., Suzuki, N., et Lubin, D. : 2000, Review of Big Bang Nucleosynthesis and Primordial Abundances, *Physica Scripta* **T85**, 12, [astro-ph/0001318](#)
- Uyaniker, B., Fürst, E., Reich, W., Reich, P., et Wielebinski, R. : 1999, A 1.4 GHz radio continuum and polarization survey at medium Galactic latitudes. II. First section, *Astron. Astrophys. Suppl.* **138**, 31
- Weinberg, S. : 1972, *Gravitation and Cosmology*, Wiley
- White, M., Carlstrom, J. E., Dragovan, M., et Holzapfel, W. L. : 1999, Interferometric Observation of Cosmic Microwave Background Anisotropies, *Astrophys. J.* **514**, 12
- Yurchenko, V., Murphy, J., et Lamarre, J. : 2003, in J. Mallat, A. Räsänen, et J. Tuovinen (eds.), *Proceedings of 3rd ESA Workshop on Millimetre Wave Technology and Applications, 21-23 May, 2003, MilliLab, Espoo, Finland*, pp 187–192
- Zaldarriaga, M. : 2001, The Nature of the $E - B$ Decomposition of CMB Decomposition, *Phys. Rev. D* **64**, 103001
- Zaldarriaga, M. et Seljak, U. : 1997, An All-Sky Analysis of Polarization in the Microwave Background, *Phys. Rev. D* **55**, 1830
- Zaldarriaga, M., Spergel, D. N., et Seljak, U. : 1997, Microwave Background Constraints on Cosmological Parameters, *Astrophys. J.* **488**, 1, [astro-ph/9702157](#)